

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
от 30.11.2022 г. протокол № 13

**Рабочая программа дисциплины**  
Нелинейные модели механики сплошных сред

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования  
магистратура

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность  
01.04.02 Прикладная математика и информатика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы  
Математическое моделирование физико-механических процессов

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения  
очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород  
2023 год

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части. Код (Б1.О.08).

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина <b>Б1.О.08</b> , Нелинейные модели механики сплошных сред относится к обязательной части ООП направления подготовки направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>УК-2.</b> Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла	<b>УК-2.1.</b> Знает структуру жизненного цикла проекта. <b>УК-2.2.</b> Умеет адаптировать жизненный цикл под специфику конкретных проектов. <b>УК-2.3.</b> Владеет методами управления проектом на всех этапах его жизненного цикла.	<b>Знать</b> структуру жизненного цикла проекта.  <b>Уметь</b> адаптировать жизненный цикл под специфику конкретных проектов в области нелинейных моделей механики сплошных сред.  <b>Владеть</b> методами управления проектом на всех этапах его жизненного цикла.	Собеседование
<b>УК-3.</b> Способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели	<b>УК-3.1.</b> Знает основные принципы управления командой проекта. <b>УК-3.2.</b> Умеет вырабатывать командную стратегию при выполнении проекта. <b>УК-3.3.</b> Владеет методами мотивации команды на достижение поставленной цели.	<b>Знать</b> основные принципы управления командой проекта.  <b>Уметь</b> вырабатывать командную стратегию при выполнении проекта.  <b>Владеть</b> методами мотивации команды на достижение поставленной цели.	Собеседование, Расчетно-графическая работа
<b>ОПК-5.</b> Способен к организации и	<b>ОПК-5.1.</b> Знает базовые понятия	<b>Знать:</b> основы и особенности организации инновационно-исследовательской деятельности:	Собеседование, Расчетно-графическая

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ведению инновационно-исследовательской деятельности	<p>инновационно-исследовательской деятельности.</p> <p><b>ОПК-5.2. Умеет</b> использовать знания, полученные в области инновационно-исследовательской деятельности.</p> <p><b>ОПК-5.3. Имеет практический</b> по ведению инновационно-исследовательской деятельности.</p>	<p>- основные закономерности необратимого деформирования и разрушения конструкционных материалов при различных режимах физико-механических воздействий;</p> <p>- модели пластичности, ползучести и накопления повреждений.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <p>- выбирать нужную модель деформирования материала для решения задачи оценки прочности конструкции;</p> <p>- получать материальные функции моделей пластичности, ползучести и накопления повреждений.</p> <p><b>Владеть</b> навыками построения новых математических моделей, для описания закономерностей деформирования материалов в заданных условиях внешних воздействий.</p>	работа

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>3 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>108</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>33</b>
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	16
- текущий контроль (КСР)	1
<b>самостоятельная работа</b>	<b>75</b>
<b>Промежуточная аттестация – зачет</b>	

### 3.2. Содержание дисциплины

Очная форма обучения						
Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				
		из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Введение. Эффекты необратимого поведения конструкционных материалов при различных режимах термосиловых нагрузжений	13	2	2			9
Описание процессов нелинейного деформирования и деградации свойств конструкционных материалов в рамках соотношений механики поврежденной среды	13	2	2			9
Основные положения, используемые при построении моделей пластического течения. Модели теории пластического течения.	13	2	2			9
Проверка адекватности применения моделей термопластичности с комбинированным упрочнением	13	2	2			9
Модели, описывающие процессы ползучести и релаксации напряжений в конструкционных материалах при квазистатических термосиловых нагрузжениях	13	2	2			9
Моделирование процессов необратимого деформирования и разрушения материалов в рамках соотношений механики поврежденной среды	14	2	2			10
Особенности моделирования процессов деформирования и разрушения материалов при малоцикловых термосиловых нагрузжениях	14	2	2			10
Моделирование процессов многоцикловой усталости конструкционных материалов	14	2	2			10
Промежуточная аттестация – зачет (1)						
Итого	108	16	16			75

Практические занятия (семинарские занятия) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

На проведение практических занятий (семинарских занятий) в форме практической подготовки отводится 16 часов.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП: построения новых математических моделей, для описания закономерностей деформирования материалов в заданных условиях внешних воздействий.

- компетенций - УК-2; УК-3; ОПК-5.

Текущий контроль успеваемости проходит в рамках занятий семинарского типа.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа должна состоять в практическом применении полученных знаний путем:

- получения материальных функций моделей деформирования и разрушения материалов;

- реализации моделей деформирования и разрушения материалов;

- проведения численных исследований.

Для успешного выполнения самостоятельной работы в наличии имеются компьютерный класс с установленными на компьютеры стандартными офисными пакетами, средствами разработки программ.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств включает: контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме расчетно-графической работы и промежуточной аттестации в форме вопросов к зачету.

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Шкала оценивания сформированности компетенций		Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
		Знания	Умения	Навыки
плохо	не зачтено	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа
		Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
удовлетворительно	зачтено	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами
		Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.

Шкала оценивания сформированности компетенций	Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
	Знания	Умения	Навыки
		объеме, но некоторые с недочетами.	
<b>очень хорошо</b>	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
<b>отлично</b>	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
<b>превосходно</b>	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
незачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1. Контрольные вопросы

Вопросы	Код формируемой компетенции
Основные закономерности упругопластического деформирования материалов	ОПК-5
Деформирование материалов в условиях одноосного сжатия	ОПК-5
Эффект Баушингера	ОПК-5
Влияние на диаграмму упругопластического деформирования материала условий испытания	ОПК-5
Условие текучести Мизеса	ОПК-5
Поверхность текучести	ОПК-5
Изотропное упрочнение	ОПК-5
Кинематическое упрочнение	ОПК-5
Комбинированное упрочнение	ОПК-5
Теория пластического течения	ОПК-5
Деформационная теория пластичности	ОПК-5
Ползучесть материалов	ОПК-5
Кривая ползучести	ОПК-5
Кривая релаксации напряжений	ОПК-5
Предел ползучести	ОПК-5
Одномерные определяющие уравнения ползучести	ОПК-5
Теория старения	ОПК-5
Теория течения	ОПК-5
Теория упрочнения	ОПК-5
Теория структурных параметров	ОПК-5
Линейная теория наследственности	ОПК-5
Нелинейные теории наследственности	ОПК-5
Экспериментальная проверка теорий ползучести	ОПК-5
Накопления повреждений в материалах	ОПК-5
Основные виды феноменологических моделей накопления повреждений	ОПК-5
Модель поврежденного материала	ОПК-5
Параметры, характеризующие поврежденность материала	ОПК-5
Кинетические уравнения накопления повреждений	ОПК-5
Вариант модели пластического деформирования конструкционных материалов	ОПК-5
Альтернативный вариант модели пластического деформирования	ОПК-5
Модель накопления пластических повреждений	ОПК-5
Определение параметров упругости и материальных функций модели пластичности	ОПК-5
Вычисление материальных функций модели накопления пластических повреждений	ОПК-5
Модель ползучести	ОПК-5
Модель накопления повреждений при ползучести	ОПК-5
Получение материальных функций модели ползучести	ОПК-5
Вычисление материальных функций модели накопления повреждений при ползучести	ОПК-5
Закономерности пластического деформирования материалов при малоцикловом нагружении	ОПК-5
Кривая малоциклового усталости	ОПК-5
Многоцикловая усталость материалов	ОПК-5
Параметры, характеризующие цикл нагружения	ОПК-5
Предел выносливости	ОПК-5
Кривая многоциклового усталости	ОПК-5
Уравнения кривых многоциклового усталости	ОПК-5

Вопросы	Код формируемой компетенции
Основные типы моделей многоциклового усталости	ОПК-5
Модель малоциклового усталости	ОПК-5
Модель многоциклового усталости	ОПК-5
Получение материальных функций модели малоциклового усталости	ОПК-5
Получение материальных функций модели многоциклового усталости	ОПК-5
Особенности деформирования конструкционных материалов в условиях радиационных воздействий	ОПК-5
Модели деформирования материалов, эксплуатирующихся в условиях интенсивных терморadiационных воздействий	ОПК-5
Модель деформирования нержавеющей сталей при терморadiационных воздействиях	ОПК-5
Модель упруговязкопластического деформирования изотропного графита при терморadiационном воздействии	ОПК-5
Модель анизотропного графита	ОПК-5
Получение материальных функций моделей деформирования материалов при терморadiационном нагружении	ОПК-5
Получение материальных функций модели анизотропного графита	ОПК-5
Реализация моделей нелинейного деформирования и разрушения материалов в программных средствах численного исследования на основе МКЭ прочности конструкций	ОПК-5
Схема метода начальных напряжений	ОПК-5
Алгоритм подпрограммы, реализующей физические соотношения на этапе нагружения конструкции	ОПК-5
Алгоритм подпрограммы, реализующей внутреннюю шаговую схему в физическом узле конструкции	ОПК-5

### 5.2.2. Типовые расчетно-графические работы для оценки сформированности компетенции УК-2, УК-3.

#### 1. Пластичность

Модуль Юнга материала  $E$  имеет следующую зависимость от температуры  $T$  :

$$E(T) = 206000 - 83 \cdot T, \text{ МПа}, \quad (1.1)$$

где  $T$  - температура в  $^{\circ}\text{C}$ .

Начальный предел текучести материала описывается соотношением:

$$\sigma_T^0(T) = 115 + 239 \cdot \exp(-0,0022 \cdot (T + 273)). \quad (1.2)$$

Диаграмма деформирования материала при текущей температуре  $T$  и уровне пластических деформаций  $e_{11}^P$  определяется на основе формулы:

$$\sigma_{11}(T, e_{11}^P) = \sigma_T^0(T) + A(T) \cdot (e_{11}^P)^{n(T)}, \quad (1.3)$$



где

$$A(T) = 1408 - 1.4 \cdot T; \quad (1.4)$$

$$n(T) = 0.7 \cdot \left( \frac{A}{1000} \right)^{0.4}. \quad (1.5)$$

Варианты температур:

1.  $T = 50^\circ \text{C}$ ;
2.  $T = 100^\circ \text{C}$ ;
3.  $T = 150^\circ \text{C}$ ;
4.  $T = 200^\circ \text{C}$ ;
5.  $T = 250^\circ \text{C}$ ;
6.  $T = 300^\circ \text{C}$ .

*Задание*

- 1.1. Постройте диаграмму деформирования материала  $\sigma_{11}(e_{11})$ , выбрав максимальное значение  $e_{11}$  из условия  $e_{11}^e = (0.15 \div 0.20) \cdot e_{11}$  (соответственно  $e_{11}^p = (0.80 \div 0.85) \cdot e_{11}$ ).
- 1.2. Постройте зависимость радиуса поверхности текучести  $C_p(k_p)$  (таблица и график) в предположении, что упрочнение изотропно ( $k_p^{\max} = 0.05; \Delta k_p = 0.0025$ ).
- 1.3. Вычислите значения материальных функций  $g_1$  и  $g_2$  в предположении, что упрочнение чисто кинематическое ( $k_p^{\max} = 0.05; \Delta k_p = 0.0025$ ). Постройте зависимость  $\Delta C_p(k_p)$  (таблица) на основе разницы исходной диаграммы (1.3) и диаграммы, полученной с использованием вычисленных значений  $g_1$  и  $g_2$ .

## 2. Ползучесть

Уравнение для скорости ползучести имеет вид:

$$\dot{\epsilon}^c = a_c \left( \frac{\sigma}{100} \right)^{n_c} \cdot (k_c)^{m_c}, \text{ ч}^{-1}, \quad (2.1)$$

где

$$k_c = \begin{cases} e^c, & e^c < k_c^{1,2} \\ k_c^{1,2}, & k_c \geq k_c^{1,2} \end{cases}. \quad (2.2)$$

Таблица значений параметров ползучести:

Вариант	$a_c, \text{ч}^{-1}$	$n_c$	$m_c$	$k_c^{1,2}$
1	$4.82 \cdot 10^{-13}$	13.5	-1.5	0.039
2	$2.46 \cdot 10^{-9}$	9.5	-0.7	0.055
3	$1.20 \cdot 10^{-7}$	8.2	-0.63	0.069
4	$7.3445 \cdot 10^{-14}$	13.8	-1.5	0.025
5	$1.3433 \cdot 10^{-11}$	12.5	-1.1018	0.031
6	$1.1984 \cdot 10^{-8}$	11.2	-0.6484	0.047

### Задание

2.1. Проинтегрируйте аналитически уравнение (2.1).

2.2. Определите значение радиуса поверхности ползучести  $C_0$  из условия, что накопленная деформация ползучести  $e^c$  за время  $t = 50000$  часов не превысит 0.001.

2.3. Постройте кривую ползучести  $e^c(t)$  для напряжения  $\sigma$ , соответствующего значению параметра  $\theta = 3$  (таблица и график,  $t$  - время (часы)), выбрав в качестве  $e^{c \max}$  значение  $k_c^{1,2}$ .

2.4. Вычислите значения функций  $L(\theta)$  ( $\theta = 0; 0.5; 1.0; 1.5; 2.0; 2.5; 3.0$ ) и  $H_0(k_c)$  (

$$k_c = k_c^{\min}; k_c^{\min} + \Delta k_c; \dots; k_c^{1,2}. \quad \Delta k_c = \frac{k_c^{1,2} - k_c^{\min}}{10}. \quad k_c^{\min} \text{ выбирается из условия}$$

$$\frac{H_0(k_c^{1,2})}{H_0(k_c^{\min})} = 0.01).$$

### 3. Многоцикловая усталость

Уравнение кривой многоцикловой усталости имеет вид  $\sigma_a = a \lg N_f + b$  ( $\sigma_a$  – амплитуда напряжений в цикле;  $N_f$  – число циклов до разрушения).

Вариант	$a$	$b$	$r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$
1	-2.5083	44.773	-1.0
2	-2.3518	43.249	-0.9
3	-2.1766	41.621	-0.8
4	-2.0223	40.488	-0.7
5	-1.9541	39.602	-0.6
6	-1.9080	38.959	-0.5

Модуль нормальной упругости материала  $E = 4805 \text{ кг/мм}^2$ , коэффициент поперечной деформации  $\nu = 0.3$ .

Пусть определяющее соотношение модели многоцикловой усталости имеет вид

$$N_f \cdot 10^{k\sqrt{W_4}} = C, \quad (3.1)$$

где  $W_4 = \langle \int_{\text{цикл}} \sigma'_{ij} d\epsilon'_{ij} \rangle$ .

Задание

3.1. Постройте кривую многоциклового усталости в координатах  $\lg N_f, \sigma_a$  в диапазоне  $N_f = 5 \cdot 10^4 \div 5 \cdot 10^7$  циклов.

3.2. Определите параметры  $k$  и  $C$  модели многоциклового усталости (3.1) ( $N_{f1} = 10^5; N_{f2} = 10^7$ ).

На основе соотношения (3.1) вычислите число циклов до разрушения  $N_f$  для амплитуды напряжений, соответствующей  $10^6$  циклов до разрушения на кривой многоциклового усталости.

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) основная литература:**

1. Казаков Д.А., Капустин С.А., Коротких Ю.Г. Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций // Монография. Изд-во Нижегородского ун-та. Н.Новгород, 1999. 226 с. (1 экз.)
2. Капустин С.А. Метод конечных элементов в задачах механики деформируемых тел // Учебное пособие. Н.Новгород, 2002 г., 180 с. (40 экз.)

### **б) дополнительная литература:**

1. Прикладная теория пластичности / Митенков Ф.М., Волков И.А., Игумнов Л.А., Каплиенко А.В., Коротких Ю.Г., Панов В.А. - Москва : Физматлит, 2015.  
<http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=647124&idb=0>
2. Капустин С.А., Чурилов Ю.А., Горохов В.А. Методические основы и алгоритмы компьютерного моделирования процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций при квазистатических термосиловых нагружения // Учебно-методическое пособие. Н. Новгород., 2014. 111 с.
3. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями // М.: Физматлит, 2008. 424 с. (1 экз.)

### **в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)**

[http://www.mmf.unn.ru/files/2014/01/Kapustin\\_DeformationAndDestructionProcesses.pdf](http://www.mmf.unn.ru/files/2014/01/Kapustin_DeformationAndDestructionProcesses.pdf)

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения – компьютерная техника со стандартными офисными пакетами, средствами разработки программ.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Автор д.ф.-м.н., доцент кафедры ТКиЭМ

В.А. Горохов

Заведующий кафедрой ТКиЭМ, д.ф.-м.н., проф.

Л.А. Игумнов

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики  
от 30.11.2022 года, протокол № 3.