

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория функций комплексного переменного

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

03.03.03 - Радиофизика

Направленность образовательной программы

Фундаментальная радиофизика

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.17 Теория функций комплексного переменного относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции | | Наименование оценочного средства | |
|---|---|--|------------------------------------|---|
| | Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора) | Результаты обучения по дисциплине | Для текущего контроля успеваемости | Для промежуточной аттестации |
| ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физики и радиофизики и использовать их в профессиональной деятельности, в том числе в сфере педагогической деятельности; | ОПК-1.1: Обладает фундаментальными знаниями в области физики и радиофизики. ОПК-1.2: Анализирует физические аспекты теории и возможности ее использования для решения научно-исследовательских задач. ОПК-1.3: Решает научно-исследовательские задачи, в том числе в сфере педагогической деятельности. | ОПК-1.1: Знает области применения базовых понятий теории функции комплексного переменного, умеет находить и анализировать литературу по теории функции комплексного переменного, находить и выбирать методы для решения конкретной задачи ОПК-1.2: Владеет опытом применения базовых знаний теории функции комплексного переменного, умеет решать простые практические задачи. ОПК-1.3: Имеет практический опыт применения знаний теории функции комплексного переменного при решении задач профессиональной деятельности | Собеседование | Экзамен: Контрольные вопросы Практическое задание |

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

| | |
|--|-------|
| | очная |
|--|-------|

| | |
|--|-----------------------------|
| Общая трудоемкость, з.е. | 5 |
| Часов по учебному плану | 180 |
| в том числе | |
| аудиторные занятия (контактная работа): | |
| - занятия лекционного типа | 32 |
| - занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы) | 48 |
| - КСР | 2 |
| самостоятельная работа | 53 |
| Промежуточная аттестация | 45 Экзамен |

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

| Наименование разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | в том числе | | | |
|---|-----------------|--|--|-------------|---|
| | | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них | | | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
| | | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы | Всего | |
| | 0 Ф 0 | 0 Ф 0 | 0 Ф 0 | 0 Ф 0 | 0 Ф 0 |
| Тема 1. Функции комплексного переменного Конформные отображения | 28 | 9 | 9 | 18 | 10 |
| Тема 2. Интеграл | 16 | 2 | 6 | 8 | 8 |
| Тема 3. Ряды Лорана. Особые точки | 30 | 8 | 10 | 18 | 12 |
| Тема 4. Теория вычетов | 34 | 11 | 11 | 22 | 12 |
| Тема 5. Вычисление интегралов с использованием вычетов | 25 | 2 | 12 | 14 | 11 |
| Аттестация | 45 | | | | |
| КСР | 2 | | | | 2 |
| Итого | 180 | 32 | 48 | 82 | 53 |

Содержание разделов и тем дисциплины

Занятия семинарского типа организуются, в том числе в форме практической подготовки. Практическая подготовка направлена на формирование и развитие знаний, умений и навыков применения современных информационных технологий, в том числе отечественного производства, при решении задач профессиональной деятельности.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Теория функций комплексного переменного» включает выполнение практических заданий под контролем преподавателя и подготовку к экзамену

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

На собеседовании проверяется, как студент освоил основные понятия. Он должен уметь давать развернутый ответ на следующие вопросы:

1. Предел последовательности комплексных чисел. Необходимое и достаточное условие сходимости.
2. Теорема об ограниченной последовательности. Критерий Коши.
3. Введение бесконечно удаленной точки (комплексного числа $z=\infty$). Сфера Римана.
4. Определение функции комплексного переменного, ее геометрический смысл. Многозначность и однолиственность отображения.
5. Определение предела функции комплексного переменного по Коши и по Гейне. Непрерывность и ее геометрический смысл.
6. Примеры отображений, осуществляемых простейшими непрерывными функциями (линейная, квадратичная, отображение инверсии).
7. Определение производной функции комплексного переменного. Необходимое условие дифференцируемости функции комплексного переменного (условия Коши-Римана). Формула нахождения производной.
8. Достаточные условия дифференцируемости функции комплексного переменного. Понятие аналитической функции.
9. Условия Коши-Римана в полярных координатах. Формула вычисления производной. Пример: степенная функция.
10. Условия Коши-Римана для модуля и аргумента функции. Формула вычисления производной. Пример: показательная функция.
11. Простейшие свойства аналитических функций.
12. Свойства действительной и мнимой частей аналитической функции.

13. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного. Свойства сохранения углов и постоянства растяжения.
14. Определение конформного отображения. Основная задача теории конформных отображений. Функции, осуществляющие конформные отображения.
15. Конформные отображения, осуществляемые линейной и степенной функциями. Поверхность Римана.
16. Конформное отображение, осуществляемое показательной функцией. Пример: отображение бесконечной вертикальной полосы на верхнюю полуплоскость.
17. Основные принципы конформного отображения.
18. Теорема Римана. Невозможность конформного отображения многосвязной области на односвязную. Условия единственности отображения.
19. Основные свойства конформного отображения, осуществляемого дробно-линейной функцией.
20. Отображение верхней полуплоскости на единичный круг с помощью дробно-линейной функции.
21. Определение интеграла от функции комплексного переменного, его вычисление.
22. Свойства интеграла от функции комплексного переменного.
23. Теорема Коши для односвязной области.
24. Обобщение теоремы Коши на случай многосвязной области.
25. Теорема о первообразной аналитической функции в односвязной области.
26. Введение неопределенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
27. Вывод формулы Коши. Следствия: формула среднего значения.
28. Принцип максимума модуля аналитической функции.
29. Аналитическая зависимость интеграла от параметра.
30. Существование производных всех порядков у аналитической функции.
31. Теоремы Морера и Лиувилля. Основная теорема алгебры.
32. Равномерная сходимость рядов функций комплексного переменного. Достаточный признак Вейерштрасса. Критерий Коши.
33. Первая теорема Вейерштрасса для рядов аналитических функций.
34. Свойства равномерно сходящихся рядов. Вторая теорема Вейерштрасса для рядов аналитических функций.

35. Теорема Абеля об области абсолютной и равномерной сходимости степенного ряда.
36. Следствия теоремы Абеля. Круг и радиус сходимости степенного ряда.
37. Формула Коши-Адамара для радиуса сходимости степенного ряда.
38. Теорема Тейлора.
39. Нули аналитической функции. Целая функция. Единственность определения аналитической функции.
40. Определение аналитического продолжения. Аналитическое продолжение в комплексную плоскость элементарных функций действительного переменного и соотношений между ними.
41. Аналитическое продолжение с помощью степенных рядов. Понятие полной аналитической функции.
42. Определение ряда Лорана. Область его сходимости. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Лорана.
43. Правильные и особые точки. Классификация изолированных особых точек. Ограниченность функции в окрестности устранимой особой точки.
44. Поведение функции в окрестности полюса.
45. Теорема Сохоцкого-Вейерштрасса.
46. Разложение в ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки, классификация изолированной особой точки $z=\infty$.
47. Определение вычета. Вычисление вычетов.
48. Основная теорема теории вычетов. Теорема о сумме вычетов в расширенной комплексной плоскости.
49. Вычисление интегралов, содержащих тригонометрические функции, с помощью вычетов.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$$

50. Вычисление главных значений несобственных интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ с помощью вычетов.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(x) e^{imx} dx$$

51. Лемма Жордана. Вычисление главных значений несобственных интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(x) e^{imx} dx$ с помощью вычетов.

52. Логарифмический вычет. Вычисление вычетов логарифмической производной функции.

53. Теорема о числе нулей и полюсов, ее геометрический смысл.

Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|---|
| зачтено | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой ИЛИ Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» ИЛИ Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» ИЛИ Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» ИЛИ Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» ИЛИ Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | плохо | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | очень хорошо | отлично | превосходно |
|--|---|---|--|---|---|--|--|
| | не зачтено | | | зачтено | | | |
| <u>Знания</u> | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| <u>Умения</u> | Отсутствие минимальных умений. | При решении стандартных задач не | Продемонстрированы основные | Продемонстрированы все | Продемонстрированы все | Продемонстрированы все | Продемонстрированы все основные |

| | | | | | | | |
|---------------|--|---|--|--|---|--|--|
| | Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки | умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме | основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме | умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач |

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

| Оценка | | Уровень подготовки |
|------------|----------------------------|--|
| зачтено | превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой |
| | отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично». |
| | очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо» |
| | хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо». |
| | удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно». |
| | плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Понятие комплексного числа, арифметические действия над комплексными числами, геометрическое изображение комплексных чисел, тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа, формулы Муавра.

2. Понятие стереографической проекции. Связь координат точки и координат ее стереографической проекции.

3. Понятие функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функции комплексного переменного. Понятие производной функции комплексного переменного. Критерий дифференцируемости.

4. Гармонические функции и их связь с аналитическими функциями.

5. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции, понятие конформного отображения.

6. Теорема Лорана.

7. Классификация изолированных особых точек. Поведение функции в проколотой окрестности изолированной особой точки.

8. Теорема Сохоцкого.

9. Определение вычета функции $f(z)$ в изолированной особой точке. Основная теорема о вычетах.

10. Определение вычета функции $f(z)$ в изолированной особой точке. Теорема о вычислении вычета в полюсе.

11. Определение вычета функции $f(z)$ в изолированной особой точке. Теорема о сумме вычетов относительно всех особых точек, включая бесконечно удаленную.

12. Применение теории вычетов для вычисления несобственных интегралов

13. Применение теории вычетов для вычисления интегралов от тригонометрических функций

14. Лемма Жордана и ее применение для вычисления несобственных интегралов

15. Логарифмические вычеты и их применение

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

| Оценка | Критерии оценивания |
|-------------|---|
| превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой |

| Оценка | Критерии оценивания |
|---------------------|--|
| отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Построить область $\operatorname{Re}(z(1-i)^2) < 2$
2. Вычислить $(-3-3i)^3/(1-i)^{1/2}$
3. Разложить в ряд Фурье на $(0, \pi)$ $F(x) = x \cdot \sin(2x - \pi)$
4. Проверить функции на аналитичность $(3z-5)\sin z$
5. Вычислить интеграл, если а) контур содержит точку 0; б) контур содержит обе точки

$$\frac{1}{2\pi i} \oint \frac{\cos(z)}{(z-a)z^3} dz$$

6. Проверить функции на аналитичность $f(x,y) = (x^2 + y^2)\exp(-x-i)$
7. Разложить в ряд Лорана $\sin(z)/((z-2)(z-3))$ в окрестности точки $z=3$, в кольце $2 < |z| < 3$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin 6x}{x^2 + 4x + 13} dx;$$

8. Вычислить интеграл

9. Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x-1)e^{ix}}{x^2 - 2x + 2} dx.$$

10. Вычислить $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(2 + 3 \cos^2 x)^2}$

Критерии оценивания (оценочное средство - Практическое задание)

| Оценка | Критерии оценивания |
|---------------------|---|
| превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой |
| отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Свешников А. Г. Теория функций комплексной переменной / Свешников А. Г., Тихонов А. Н. - 6-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 336 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте

ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0133-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=695908&idb=0>.

2. Лаврентьев Михаил Алексеевич. Методы теории функций комплексного переменного : учеб. пособие для студентов ун-тов, обучающихся по специальностям "Математика", "Физика", "Механика". - Изд. 5-е, испр. - М. : Наука, 1987. - 688 с. : ил. - 1.80., 42 экз.

3. Волковвыский Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. / Волковвыский Л. И., Лунц Г. Л., Араманович И. Г. - 4-е изд., перераб. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 312 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 5-9221-0264-8., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665854&idb=0>.

4. Семерикова Надежда Петровна. Вычеты и их применение к вычислению интегралов : учебно-методическое пособие / Н. П. Семерикова, А. А. Дубков, А. А. Харчева ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2019. - 47 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=795239&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Свешников А. Г. Теория функций комплексной переменной / Свешников А. Г., Тихонов А. Н. - 6-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 336 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0133-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=695908&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

- 1) Фонд образовательных электрон. ресурсов ННГУ <http://www.unn.ru/books/resources>
- 2) Библиотека Eqworld (<http://eqworld.ipmnet.ru/>)

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.03 - Радиофизика.

Автор(ы): Лапинова Светлана Александровна, кандидат физико-математических наук
Дубков Александр Александрович, доктор физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Павлов Игорь Сергеевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 18 декабря 2023 года, протокол № 09/23.

