

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол от «30» ноября 2022 г. № 13

### **Рабочая программа дисциплины**

Кольца и модули

Уровень высшего образования  
бакалавриат

Направление подготовки / специальность  
01.03.01 Математика

Направленность образовательной программы  
Общий профиль

Форма обучения  
очная

Нижний Новгород

2023 год

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к вариативной части Б1.В.ДВ.02.02

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.02.02 «Кольца и модули» относится к части ООП направления подготовки 01.03.01 Математика формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>ПК-6</b>  Способен составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию	<b>ПК-6.1.</b> Знает специфику научных обзоров	<i>Знать</i> аксиоматику колец и модулей из научной литературы.	Собеседование
	<b>ПК-6.2</b> Умеет составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию	<i>Уметь</i> корректно формулировать алгебраические задачи и, на основе этого, планировать тематику научных исследований.	Разноуровневые задачи и задания
	<b>ПК-6.3</b> Владеет способностью по составлению научных обзоров,	<i>Владеть</i> опытом применения методов и принципов самостоятельной научно-исследовательской работы.	Контрольная работа

	рефератов и отчетов по тематике проводимых исследований.		
--	--	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	<b>очная форма обучения</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b><u>2</u> ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>72</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b> - занятия лекционного типа - занятия семинарского типа	<b>16</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>56</b>
<b>Промежуточная аттестация – зачет</b>	

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 1. Кольца	36	8			8	27
Тема 2. Модули	35	8			8	28
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация зачет						
<b>Итого</b>	<b>72</b>	<b>16</b>			<b>17</b>	<b>55</b>

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в форме зачета.

Практическая подготовка предусматривает выполнение проекта, решение прикладной задачи кейса.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Выполнение домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением.  
Изучение литературы и проработка теоретического материала лекционных занятий.  
Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

1. Кострикин А. И. - Введение в алгебру: учеб. для студентов ун-тов, обучающихся по специальностям "Математика" и "Прикладная математика". – Ч. 1, 2, 3 М.: Физматлит, 2001-2004 (в библиотеке ННГУ более 50 экз.)

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>		При решении стандартных	Имеется минимальны	Продemonстрированы	Продemonстрированы	Продemonстрированы	Продemonстрирован

	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	й набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	базовые навыки  при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	базовые навыки  при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	навыки  при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	творческий подход к решению нестандартных задач
--	--	---	---	---	---	---	---

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

### 5.2.1 Контрольные вопросы

вопросы	Код формируемой компетенции
1. Определение и общие свойства колец, идеалов кольца.	ПК-6
2. Факторкольцо. Факторкольцо $R[x]/(f(x))$ .	ПК-6
3. Теоремы о гомоморфизмах. Теорема о соответствии.	ПК-6
4. Простые и максимальные идеалы в коммутативных кольцах.	ПК-6
5. Нильрадикал и радикал Джекобсона.	ПК-6
6. Модули. Операции над подмодулями. Общие определения теоремы	ПК-6
7. Простые модули. Лемма Шура.	ПК-6
8. Конечнопорожденные модули. Лемма Накаямы.	ПК-6
9. Теорема Жордана-Гельдера-Шрайера.	ПК-6
10. Прямые суммы, свободные модули.	ПК-6

### 5.2.2 Типовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-6

1. Пусть  $U$  – подмодуль модуля  $M$ ,  $f : M \rightarrow N$  – гомоморфизм. Тогда  $f(U)$  – подмодуль в  $N$ .
2. Если  $C$  – максимальный подмодуль в  $M$ , то  $M/C$  – простой модуль.
3. Пусть  $f : M \rightarrow N$  – гомоморфизм. Тогда  $f$  – мономорфизм в точности тогда, когда  $\text{Ker } f = 0$ .
4. Найти все максимальные подмодули в  $Z$ .
5. Если  $K$  – поле, то модуль  $K_K$  – простой.
6. Найти все простые  $Z$  – модули.
7. Пусть  $R$  – кольцо. Доказать, что модуль  $R_R$  – свободный.
8. Пусть  $N$  – максимальный подмодуль в  $M$ . Тогда для любого  $m \in M \setminus N$  выполнено  $M = mR + N$ .
9. Пусть  $M$  – модуль над полем  $K$ . Тогда любой собственный подмодуль в  $M$  выделяется прямым слагаемым.

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс «Алгебра: кольца и модули 3 курс (математика)»,

<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=4497>

созданный в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>.

а) основная литература:

1. Кострикин А. И. - Введение в алгебру. М.: Физматлит, 2004. (в библиотеке ННГУ более 50 экземпляров)
2. Атья М., Макдональд И. Введение в коммутативную алгебру. М.: Мир, 1972  
(Ресурс открытого доступа **Электронная физико-математическая библиотека EqWorld** , <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/algebra.htm>)

б) дополнительная литература:

1. Винберг Э.Б. Курс алгебры. - М.: Московский центр непрерывного математического образования, 2013. - 590 с (Библиотека "Лань" <http://e.lanbook.com/>, режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/56396#authors>).
2. Джекобсон Н. Структура колец. М.: ИЛ, 1961 (Ресурс открытого доступа Электронная физико-математическая библиотека EqWorld , <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/algebra.htm>)

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)  
<http://www.lib.unn.ru/>

Университетская библиотека ONLINE <http://www.biblioclub.ru>

Библиотека "Лань" <http://e.lanbook.com/>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебная аудитория, оснащенная партами, стульями, учебной доской, мелом.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика.

Автор (ы): к.ф.-м.н., доц. Любимцев О.В.

Рецензент (ы)

Заведующий кафедрой: д.ф.м.н., проф. Золотых Н.Ю.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.