

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный  
университет им. Н.И. Лобачевского»

УТВЕРЖДЕНО  
решением  
Ученого совета ННГУ  
протокол от  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 202\_ г. № \_\_\_\_

**Рабочая программа дисциплины**

Теория групп и ее приложения

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

магистратура

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

03.04.02 Физика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

магистерская программа "Квантовые и нейроморфные технологии"

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)

магистр

(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Год набора

2023

(для обучающихся какого года набора разработана Рабочая программа)

Нижний Новгород

## 1. Место и цели дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Теория групп и ее приложения» относится к блоку ФТД «Факультативы», является факультативной дисциплиной, преподается в первом семестре первого года обучения в магистратуре.

**Целями освоения дисциплины являются:**

- освоение студентами основ теории представлений и её применений, знакомство с современной теорией представлений групп, овладение основными понятиями и методами работы теории представлений конечных групп;
- формирование у студентов общепрофессиональных и профессиональных компетенций в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.04.02 «Физика».

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций
<b>ПК-1</b> Способен самостоятельно ставить конкретные задачи научных исследований в области физики и решать их с помощью современной аппаратуры и информационных технологий с использованием новейшего российского и зарубежного опыта	<i>З1 (ПК-1) Знать</i> новые методы и методические подходы в научно-инновационных исследованиях и инженерно-технологической деятельности. <i>У1 (ПК-1) Уметь</i> применять новые методы и методические подходы в научно-инновационных исследованиях и инженерно-технологической деятельности в области теории групп. <i>В1 (ПК-1) Владеть</i> навыками решения задач, основываясь на полученных в ходе освоения теории групп знаниях и умениях.

## 3. Структура и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы, всего 72 часа, из которых 33 часа составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (16 часов занятия лекционного типа, 16 часов занятия семинарского типа (семинары, научно-практические занятия), 1 час мероприятия промежуточной аттестации), 39 часов составляет самостоятельная работа обучающегося.

### Содержание дисциплины (модуля)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,  форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Введение. Группа, подгруппа, смежные классы	4	1	1		2	2
Классы сопряженных элементов	4	1	1		2	2
Изоморфизм и гомоморфизм групп; представления групп	5	1	1		2	3
Применение представлений в задачах квантовой механики	5	1	1		2	3
Приводимые и неприводимые представления	4	1	1		2	2
Леммы Шура и соотношения ортогональности	5	1	1		2	3
Теория характеров. Теоремы Бернсайда	4	1	1		2	2
Канонические базисы неприводимых представлений и разложение приводимого представления на неприводимые	4	1	1		2	2
Тензорное произведение матриц и представлений. Прямое произведение групп и его представления	5	1	1		2	3
Разрешенные и запрещенные переходы: правила отбора	4	1	1		2	2
Точечные группы	4	1	1		2	2
Бесконечный кристалл; решетка Браве	4	1	1		2	2

Трансляционная и точечная симметрия бесконечного кристалла	4	1	1		2	2
Симметрия конечного кристалла	5	1	1		2	3
Пространственная группа симметрии для кристалла без заполнения	5	1	1		2	3
Волновой вектор и его звезда. Малые представления и их свойства	5	1	1		2	3
в т.ч. текущий контроль			4			
Промежуточная аттестация- <b>Зачет</b>					1	

Текущий контроль успеваемости осуществляется в виде решений и последующей проверки домашних контрольных работ, а также в рамках занятий практического и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций. Итоговый контроль осуществляется на зачете.

#### 4. Образовательные технологии

При изучении дисциплины используются современные образовательные технологии. Предусматривается широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (разбор конкретных ситуаций, тренинги по решению практических задач) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) по дисциплине проходит в форме лекций и практических занятий, а также в виде коллективных и индивидуальных консультаций. На занятиях лекционного типа используются мультимедийные средства поддержки образовательного процесса, часть занятий проводятся в виде лекций с проблемным изложением материала. На занятиях практического типа разбираются решения задач различной степени сложности, проводятся обсуждения рассматриваемых проблем в свете последних научных достижений в данной области. Студенты работают как индивидуально, так и коллективно.

Самостоятельная работа включает в себя выполнение домашних контрольных работ и теоретическую подготовку к занятиям по материалам лекций и рекомендованной литературе, приведенной в конце данной программы. Кроме того, студенты имеют возможность принимать участие в семинарах с представителями российских и зарубежных научных организаций, проводимых в Федеральном исследовательском центре Институт прикладной физики Российской академии наук.

Формой итогового контроля знаний студентов по дисциплине является зачет, в ходе которого оценивается уровень теоретических знаний и навыки решения практических задач.

## 5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студента – неотъемлемая часть подготовки высококвалифицированного специалиста в соответствующей области. Ее цель – формирование у студентов способностей и навыков к непрерывному самообразованию и профессиональному совершенствованию.

Самостоятельная работа студентов подразумевает проработку лекционного и дополнительного материала, решение домашних контрольных работ с последующей проверкой навыков решения задач.

Проработка лекционного материала осуществляется еженедельно после проведения аудиторных занятий в рамках часов, отведенных студентам на самостоятельную работу. Кроме того, работа с лекционным и дополнительным материалом (рекомендованной литературой, приведенной в конце данной программы) проводится в период при подготовке к зачету по дисциплине.

Выполнение домашних контрольных работ осуществляется еженедельно или раз в две недели в соответствии с графиком изучения соответствующего лекционного материала и проведения практических занятий по соответствующей тематике.

Задачи для выполнения самостоятельных контрольных работ по каждому разделу дисциплины составляются преподавателем самостоятельно при ежегодном обновлении банка тестовых заданий. Количество вариантов зависит от числа обучающихся.

**Типовые задачи**, предлагаемые студентам в качестве домашних контрольных работ:

### Задача 1.

Выяснить, будет ли группой множество чисел  $a+bD$ , где  $a$  и  $b$  любые рациональные числа, не равные нулю одновременно, а  $D$  -кубичный корень из трех?

### Задача 2.

Пусть порядок группы  $G$  равен 53. Доказать, что множество степеней любого элемента группы (кроме единичного) совпадает с  $G$

### Задача 3.

Доказать, что для любого неприводимого представления конечной группы  $G$  сумма матриц, отвечающих любому классу  $C$  сопряженных элементов  $G$ , есть  $aE$ , где  $a$  - константа, зависящая от  $C$ , а  $E$  - единичная матрица

### Задача 4.

Разложить на неприводимые представления группы  $D_3$  представление группы чистых вращений веса 2, рассматриваемое только для элементов из  $D_3$

### Задача 5.

Найти разрешенные и запрещённые переходы для группы  $C_{3v}$ , возмущающий оператор  $r=(x,y,z)$

## 6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования.

ПК-1: Способен самостоятельно ставить конкретные задачи научных исследований в области физики и решать их с помощью современной аппаратуры и информационных технологий с использованием новейшего российского и зарубежного опыта

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)	
	«незачет»	«зачет»
<u>Знания</u> Знать новые методы и методические подходы в научно-инновационных исследованиях и инженерно-технологической деятельности.	Наличие грубых ошибок в основном материале	Знание основного материала с незначительными погрешностями
<u>Умения</u> Уметь применять новые методы и методические подходы в научно-инновационных исследованиях и инженерно-технологической деятельности в области теории групп.	Неумение применять новые методы и методические подходы в научно-инновационных исследованиях и инженерно-технологической деятельности в области теории групп	Умение применять новые методы и методические подходы в научно-инновационных исследованиях и инженерно-технологической деятельности в области теории групп
<u>Навыки</u> Владеть навыками решения задач, основываясь на полученных в ходе освоения теории групп знаниях и умениях.	Отсутствие ряда важнейших навыков, предусмотренных данной компетенцией	Наличие основных навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях при проведении теоретических и/или экспериментальных физических исследований
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 50 %	50 – 100%

## 6.2. Описание шкал оценивания

Итоговый контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде зачета, на котором определяется:

- уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;
- уровень понимания студентами изученного материала
- способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач.

Зачет проводится в устной форме. Устная часть зачета заключается в ответе студентом на теоретические вопросы курса (с предварительной подготовкой) и последующем собеседовании в рамках тематики курса. Собеседование проводится в форме вопросов, на которые студент должен дать краткий ответ. Практическая часть зачета предусматривает решение задач по различным разделам курса.

Оценка	Уровень подготовки
Превосходно	<p>Высокий уровень подготовки, безупречное владение теоретическим материалом. Студент дает полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета; точно отвечает на дополнительные вопросы; приводит исчерпывающие, аргументированные решения всех сформулированных в билете задач. Изложение решений и полученные ответы отличаются логической последовательностью, четкостью в выражении мыслей и обоснованностью выводов, демонстрирующих знание общефизических и профессиональных дисциплин, умение уверенно применять на практике приобретенные навыки, владение в полной мере методиками решения задач.</p> <p>100 %-ное выполнение контрольных экзаменационных заданий</p>
Отлично	<p>Высокий уровень подготовки с незначительными ошибками. Студент дает полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета; точно отвечает на дополнительные вопросы; приводит почти полные, аргументированные решения всех сформулированных в билете задач с незначительными недочетами. Изложение решений и полученные ответы отличаются логической последовательностью, четкостью в выражении мыслей и обоснованностью выводов, демонстрирующих знание общефизических и профессиональных дисциплин, умение применять на практике приобретенные навыки, владение методиками решения задач.</p> <p>Выполнение контрольных экзаменационных заданий на 90% и выше</p>
Очень хорошо	<p>Хорошая подготовка. Студент дает ответ на все теоретические вопросы билета с небольшими неточностями; неполно отвечает на дополнительные вопросы; приводит достаточно аргументированные и почти полные решения всех сформулированных в билете задач с незначительными недочетами; или исчерпывающее решение приводится только для одной из двух задач билета, а вторая задача решена с заметными недочетами. Изложение решений и полученные ответы отличаются логической последовательностью, четкостью в выражении мыслей и обоснованностью выводов, демонстрирующих знание общефизических и профессиональных дисциплин, умение применять на практике приобретенные навыки, владение основными методиками решения задач.</p> <p>Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 80 до 90%.</p>
Хорошо	<p>В целом хорошая подготовка с заметными ошибками или недочетами. Студент дает полный ответ на все теоретические вопросы билета с небольшими неточностями, допускает ошибки при ответах на дополнительные вопросы; приводит почти полные решения всех сформулированных в билете задач с некоторыми недочетами; или исчерпывающее решение приведено только для одной из двух задач билета, а вторая задача решена со значительными погрешностями. Изложение решений и полученные ответы отличаются логической последовательностью, достаточной четкостью в выражении мыслей и не всегда полной обоснованностью выводов, демонстрирующих, в целом, знание общефизических и профессиональных дисциплин, умение применять на практике приобретенные навыки, владение основными методиками решения задач.</p> <p>Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 70 до 80%.</p>
Удовлетворительно	<p>Минимально достаточный уровень подготовки. Студент показывает минимальный уровень теоретических знаний, допускает ошибки при ответах на дополнительные вопросы; приводит неполные, слабо аргументированные решения всех сформулированных в билете задач. Изложение решений и полученные ответы не отличаются стройной ло-</p>

	гической последовательностью, четкостью в выражении мыслей и обоснованностью выводов, что говорит о не достаточно полном понимании общефизических и профессиональных дисциплин, умении применять на практике лишь некоторые приобретенные навыки, владении не всеми изученными методиками решения задач. Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 50 до 70%.
Неудовлетворительно	Подготовка недостаточная и требует дополнительного изучения материала. Студент дает ошибочные ответы, как на теоретические вопросы билета, так и на наводящие и дополнительные вопросы экзаменатора; приводит решения сформулированных в билете задач с грубыми недочетами, что говорит о недостатке знаний по общефизическим и профессиональным дисциплинам, отсутствии умения применять на практике приобретенные навыки, не владение методиками решения задач. Выполнение контрольных экзаменационных заданий до 50%.
Плохо	Подготовка абсолютно недостаточная. Студент не отвечает на поставленные вопросы, демонстрирует полное непонимание сформулированных в билете задач. Выполнение контрольных экзаменационных заданий менее 20 %.

6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- индивидуальное собеседование,
- устные и/или письменные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- практические контрольные задания (далее – ПКЗ), включающие одну или несколько задач.

По сложности ПКЗ разделяются на простые (стандартные) и комплексные задания. Простые ПКЗ предполагают решение в одно или два действия, применяются для оценки умений. Комплексные задания (задания повышенной сложности) требуют поэтапного решения и развернутого ответа с применением нестандартных подходов к решению. Комплексные практические задания применяются для оценки владений.

6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

**Теоретические вопросы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:**

- 1) Определение и примеры групп и подгрупп.
- 2) Лемма о сдвиге, смежные классы.
- 3) Сопряженные элементы группы: в общем случае и в случае группы  $O^+(3)$ .



- 4) Изоморфизм и гомоморфизм групп.
- 5) Представления групп матрицами и операторами.
- 6) Эквивалентные представления; существование для каждого представления унитарно-эквивалентного.
- 7) Возникновение представлений в задачах квантовой механики.
- 8) Приводимость и неприводимость представлений; доказательство возможности разложения приводимого представления на неприводимые.
- 9) Доказательство первой и второй лемм Шура.
- 10) Вывод соотношений ортогональности.
- 11) Характеры представлений и их свойства.
- 12) Разложение представления на неприводимые с помощью характеров.
- 13) Теорема Бернсайда о размерностях неприводимых представлений.
- 14) Теорема Бернсайда о числе не эквивалентных неприводимых представлений.
- 15) Определение функций-партнеров, их построение и свойства.
- 16) Разложение пространства приводимого представления на подпространства, где представление неприводимо.
- 17) Определение и свойства тензорных произведений пространств, операторов, матриц и представлений.
- 18) Прямое произведение произвольных групп, построение его неприводимых представлений с помощью неприводимых представлений групп — сомножителей.
- 19) Правила отбора (общая теория).
- 20) Правила отбора в случае группы  $D_3$  и электрического дипольного момента.
- 21) Определение и представления точечных групп  $C_n$ ,  $C_{nh}$ ,  $C_{nv}$ ,  $D_n$ ,  $D_{nh}$ ,  $D_{nd}$ ,  $T$ ,  $T_d$ ; правила отбора.
- 22) Определение бесконечного кристалла. Основные вектора. Решетка Браве.
- 23) Разрешенные типы точечной симметрии для бесконечного кристалла.
- 24) Условие Борна – фон Кармана для конечного кристалла и представления группы его трансляционной симметрии.
- 25) Обратная решетка, волновые вектора, зона Бриллюэна.
- 26) Теорема Блоха и трансляционные правила отбора.
- 27) Структура пространственной группы симметрии кристалла без заполнения.
- 28) Звезда и группа волнового вектора для кристалла с заполнением.
- 29) Малые представления и описание с их помощью всех неприводимых представлений группы пространственной симметрии кристалла с заполнением.

**Типовые задачи для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:**

Для оценки сформированности компетенции **ПК-1**

Задача 1.

Выяснить, будет ли группой множество чисел  $a+bD$ , где  $a$  и  $b$  – любые рациональные числа, не равные нулю одновременно, а  $D$  – кубический корень из трех?

Задача 2.

Пусть порядок группы  $G$  равен 53. Доказать, что множество степеней любого элемента группы (кроме единичного) совпадает с  $G$ .

Задача 3.

Доказать, что для любого неприводимого представления конечной группы  $G$  сумма матриц, отвечающих любому классу  $C$  сопряженных элементов  $G$ , есть  $aE$ , где  $a$  – константа, зависящая от  $C$ , а  $E$  – единичная матрица.

Задача 4.

Разложить на неприводимые представления группы  $D_3$  представление группы чистых вращений веса 2, рассматриваемое только для элементов из  $D_3$ .

Задача 5.

Найти разрешенные и запрещенные переходы для группы  $C_{3v}$  возмущающий оператор  $r=(x,y,z)$ .

Задача 6.

Пусть матрицы  $D_g$  образуют двумерное представление группы  $C_{3v}$ . Разложить на неприводимые тензорное произведение этого представления самого на себя.

Задача 7.

Найти разрешенные и запрещенные переходы в случае симметрии группы  $D_2$ , если возмущающий оператор есть  $r=(x,y,z)$ .

Задача 8.

Разложить функции  $x,y,z$ , по компонентам, принадлежащим неприводимым представлениям группы  $D_{2d}$ .

## 6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утверждённое приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД,

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Теория групп и ее приложения»

а) основная литература:

- 1) *Петрашень М.И., Трифонов Е.Д.* Применение теории групп в квантовой механике. М.: Наука, 1967. -308 с. -9 экз.
- 2) Каргаполов, М.И. Основы теории групп [Электронный ресурс] : учеб. пособие / М.И. Каргаполов, Ю.И. Мерзляков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 288 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/177>.

- 3) Наймарк, М.А. Теория представлений групп [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2010. — 576 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2751>

б) дополнительная литература:

- 4) Жислин Г.М. Лекции по теории представлений конечных групп. Ч.І. Препринт № 409. Нижний Новгород: НИРФИ, 1995. (Деканат ВШОПФ) – 15 экз.
- 5) Жислин Г.М. Общая теория представлений конечных групп. Ч.ІІ. Методическое пособие. Нижний Новгород: ННГУ, 1995. (Деканат ВШОПФ) – 15 экз.
- 6) Жислин Г.М. Лекции по теории представлений конечных групп. Ч.ІІІ «Точечные группы и их представления». Препринт НИРФИ, № 522, 2009 г., 44 с. (Деканат ВШОПФ) – 15 экз.
- 7) Жислин Г.М. Лекции по теории представлений конечных групп Ч. ІV. «Пространственные группы и их представления». Препринт НИРФИ № 529, 2009 г., 52 с. (Деканат ВШОПФ) – 15 экз.

б) дополнительная литература:

- 1) Киреев П.С. Введение в теорию групп и её применение в физике твердого тела. М.: Высшая школа, 1979. -207 с. -3 экз.
- 2) Буренин А.В. Симметрия квантовой молекулярной динамики. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2012 г. (Деканат ВШОПФ) –5 экз.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

- 1) А. Айзенберг. Теория групп. <http://lmsh.edu.ru/files/conspectGroups.pdf>
- 2) Книги по теории групп. [http://www.ph4s.ru/book\\_mat\\_teorgrup.html](http://www.ph4s.ru/book_mat_teorgrup.html)

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Для проведения лекций и практических занятий требуется типовое оборудование лекционной аудитории.

Для подготовки самостоятельных контрольных работ и для их графического представления (если это необходимо), а также для расширения коммуникационных возможностей студенты имеют возможность работать в компьютерных классах с соответствующим лицензионным программным обеспечением и выходом в Интернет.

Программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 03.04.02 Физика.

Автор(ы):

профессор

\_\_\_\_\_

Г.М. Жислин

Рецензент(ы):

\_\_\_\_\_

Зав. кафедрой

\_\_\_\_\_

Программа одобрена на заседании Учебно-методической комиссии физического факультета ННГУ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 202\_ года, протокол № б/н.

Председатель

Учебно-методической комиссии  
физического факультета ННГУ

\_\_\_\_\_ / Перов А.А. /