

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Компьютерная алгебра

Уровень высшего образования
Магистратура

Направление подготовки / специальность
01.04.01 - Математика

Направленность образовательной программы
Фундаментальная математика и приложения

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.10 Компьютерная алгебра относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1: Знать методы критического анализа проблемных ситуаций УК-1.2: Уметь вырабатывать стратегию действий при возникновении критических ситуаций УК-1.3: Владеть основами системного подхода к анализу проблемных ситуаций	УК-1.1: Знает фундаментальные алгебраические алгоритмы компьютерной алгебры. УК-1.2: Знает основные методы и приемы, применяемых при анализе алгоритмов компьютерной алгебры. УК-1.3: Знает основные приемы и подходы построения быстрых алгебраических алгоритмов	Индивидуальное устное собеседование	Экзамен: Задачи
ОПК-1: Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	ОПК-1.1: Знает основы фундаментальных дисциплин в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2: Умеет выбирать методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний ОПК-1.3: Владеет навыками применения фундаментальных знаний в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Умеет использовать фундаментальные алгебраические алгоритмы компьютерной алгебры при решении практических задач. ОПК-1.2: Умеет проводить анализ работы алгоритмов компьютерной алгебры.	Индивидуальное устное собеседование	Экзамен: Задачи

		ОПК-1.3: Умеет применять приемы и подходы, позволяющие строить быстрые алгебраические алгоритмы решения теоретических и прикладных		
--	--	---	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	5
Часов по учебному плану	180
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	2
самостоятельная работа	78
Промежуточная аттестация	36 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Тема 1. Введение. Основные структуры данных компьютерной алгебры. Классические алгоритмы алгебраических операций. Их анализ	20	4	4	8	12
Тема 2 Прием «разделяй и властвуй» (алгоритмы умножения Карацубы и Тоома, деления Бурникеля-Циглера)	24	6	6	12	12
Тема 3. Дискретное и быстрое преобразование Фурье	37	8	8	16	21
Тема 4. Субквадратичные алгоритмы (деление, НОД, восстановление целых и рациональных чисел)	37	8	8	16	21
Тема 5. Вычисления с гомоморфными образами	24	6	6	12	12

Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	180	32	32	66	78

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Введение. Связь с алгеброй, теорией алгоритмов, численными методами, мат. логикой. Основные структуры данных компьютерной алгебры. Классические алгоритмы алгебраических операций. Их анализ.

Тема 2 Прием «разделяй и властвуй с замещением операций» на примере алгоритмов умножения Карацубы, Тоома, Тоома-Кука, и алгоритма деления Бурникеля-Циглера. Анализ их трудоемкости.

Тема 3. Свойства дискретного преобразования Фурье. Кронекерово произведение матриц, быстрое преобразование Фурье. Реализация БПФ над полем комплексных чисел, полем вычетов, полем радикальных чисел.

Тема 4. Субквадратичные алгоритмы (деление, НОД, восстановление целых и рациональных чисел). Методы их построения и анализ трудоемкости.

Тема 5. Вычисления с гомоморфными образами. Теоремы об однозначном восстановлении.

Классические алгоритмы и субквадратичные алгоритмы восстановления по гомоморфным образам.

Практические занятия /лабораторные работы организуются, в том числе, в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

На проведение практических занятий / лабораторных работ в форме практической подготовки отводится: очная форма обучения - 2 ч.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Изучение литературы и проработка теоретического материала лекционных занятий.

Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

1. Кнут Дональд Эрвин. Искусство программирования, том 2. Получисленные алгоритмы, 3-е издание.: Перевод с английского: Учебное пособие. - М.:Издательский дом «Вильямс», 2001. - 832 с.: ил. - Парал. тит. англ. ISBN 5-8459-0081-6 (рус.) 18экз.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Индивидуальное устное собеседование) для оценки сформированности компетенции УК-1:

1. Какие требования существуют для представления данных компьютерной алгебры?
2. В чем заключается прием «разделяй и властвуй»?
3. Как применяется прием «разделяй и властвуй» в алгоритме Карацубы?
4. Как применяется прием «разделяй и властвуй» в алгоритме Тоома?
5. Как применяется прием «разделяй и властвуй» в алгоритме Бурникеля-Циглера?
6. Как применяется прием «разделяй и властвуй» для повышения эффективности бинарного алгоритма
7. Как применяется прием «разделяй и властвуй» для повышения эффективности алгоритма Евклида
8. Как применяется прием «разделяй и властвуй» для повышения эффективности алгоритма восстановления целого числа?
9. Как применяется прием «разделяй и властвуй» для повышения эффективности алгоритма восстановления рационального числа?
10. Какие преимущества и недостатки по сравнению с обычным представлением целого числа имеют сокращенная и избыточная системы счисления?
11. Какие структуры данных используются в компьютерной алгебре для представления чисел?
12. Какая трудоемкость у алгоритмов умножения столбиком и деления уголком?
13. Какая трудоемкость бинарного алгоритма?
14. Какая трудоемкость алгоритма Евклида?

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Индивидуальное устное собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Задача 1. Записать число в (сокращенной, избыточной) системе счисления по заданному. основанию

Задача 2. Восстановить целое (рациональное) число по остаткам.

Задача 3.

Найти НОД чисел указанным алгоритмом. Задача 4.

Найти решение сравнения.

Задача 5. Найти образ БПФ над от вектора над полем вычетов по модулю p .

Задача 6. Умножить числа алгоритмом Карацубы.

Задача 7. Умножить числа алгоритмом Тоома-Кука.

Задача 8. Разделить числа алгоритмом Берникеля-Циглера.

Задача 9. Извлечь квадратный корень.

Задача 10. Разделить числа, используя быстрый алгоритм деления в p -адической арифметике.

Критерии оценивания (оценочное средство - Индивидуальное устное собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме превышающем программу подготовки.
отлично	Уровень знаний в объеме соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой

	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции УК-1

Задача 1.

Записать число в (сокращенной, избыточной) системе счисления по заданному основанию

Задача 2.

Восстановить целое (рациональное) число по остаткам.

Задача 3.

Найти НОД чисел указанным алгоритмом.

Задача 4.

Найти решение сравнения.

Задача 5.

Найти образ БПФ над от вектора над полем вычетов по модулю p .

Задача 6.

Умножить числа алгоритмом Карацубы.

Задача 7.

Умножить числа алгоритмом Тоома-Кука.

Задача 8.

Разделить числа алгоритмом Берникеля-Циглера.

Задача 9.

Извлечь квадратный корень.

Задача 10.

Разделить числа, используя быстрый алгоритм деления в p-адической арифметике.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Продемонстрировать работу алгоритма Карацубы на следующих входных данных: $a=1234$, $b=2341$
2. Продемонстрировать работу алгоритма Тоома на следующих входных данных: $a=123$, $b=234$, с параметром 3.
3. Продемонстрировать работу алгоритма Бурникеля-Циглера на следующих входных данных: $a=4321$, $b=23$
4. Решить сравнение $17x=1(43)$ бинарным алгоритмом
5. Продемонстрировать работу алгоритма быстрого деления в 3-адической арифметике на следующих входных данных: $a=221$, $b=33$
6. Расширенным алгоритмом Евклида решить сравнение $17x=1(43)$.
7. Продемонстрировать работу алгоритмов восстановления целого числа по остаткам на следующих входных данных: остатки (2,3,4,5), модули (3,4,5,7).
8. Продемонстрировать работу субквадратичного алгоритма восстановления целого числа по остаткам на следующих входных данных: остатки (2,3,4,5), модули (3,4,5,7).
9. Продемонстрировать работу алгоритмов восстановления рационального числа по остаткам на следующих входных данных: остатки (2,2,1,7), модули (3,4,5,11)

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме превышающем программу подготовки.
отлично	Уровень знаний в объеме соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Кнут Д. Э. Искусство программирования : пер. с англ. Т. 2. Получисленные алгоритмы / под ред. Ю. В. Козаченко. - 3-е изд., испр. и доп. - М. : Вильямс, 2000. - 832 с. - ISBN 0-201-89684-2 (англ.) : 335.00., 1 экз.
2. Компьютерная алгебра : учеб. для студентов, обучающихся по направлению и специальности "Прикладная математика и информатика" / ННГУ. - Н. Новгород : Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 2002. - 223 с. - ISBN 5-85746-708-X : 60.00., 68 экз.

Дополнительная литература:

1. Грегори Роберт Тодд. Безошибочные вычисления : методы и прил. / пер. с англ. Х. Д. Икрамова, А. В. Князева ; под ред. Х. Д. Икрамова. - М. : Мир, 1988. - 207, [1] с. - ISBN 5-03-001145-5 : 1.60., 4 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

source.unn.ru

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.04.01 - Математика.

Автор(ы): Чирков Александр Юрьевич, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.