

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования\_  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Модели деформируемых твердых тел

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

01.03.03 - Механика и математическое моделирование

---

Направленность образовательной программы

Математическое моделирование и компьютерный инжиниринг

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.19 Модели деформируемых твердых тел относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-2: Способен применять методы математического и алгоритмического моделирования, современный математический аппарат в научно-исследовательской и опытно-конструкторской деятельности	ОПК-2.1: Знает основные положения, терминологию и методологию в области математического и алгоритмического моделирования. ОПК-2.2: Умеет осуществлять анализ и выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области математических и компьютерных. ОПК-2.3: Владеет навыками применения базовых знаний в области математического и алгоритмического моделирования, а также современный математический аппарат при решении задач профессиональной деятельности.	ОПК-2.1: Знает основные положения, терминологию и методологию в области математического и алгоритмического моделирования  ОПК-2.2: Умеет осуществлять анализ и выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области математических и компьютерных наук.  ОПК-2.3: Владеет навыками применения базовых знаний в области математического и алгоритмического моделирования, а также современный математический аппарат при решении задач МДТТ.	Собеседование	Экзамен: Контрольная работа Контрольные вопросы
ОПК-5: Способен использовать в педагогической деятельности научные основы знаний в сфере математики и механики	ОПК-5.1: Знает основы преподавания физико-математических дисциплин и информатики в средней школе и специальных учебных заведениях. ОПК-5.2: Умеет использовать полученные фундаментальные и	ОПК-5.1: Знает основы преподавания физико-математических дисциплин и информатики в средней школе и специальных учебных заведениях.  ОПК-5.2: Умеет использовать	Сообщение	Экзамен: Контрольные вопросы

	специальные знания в области физико-математических наук в преподавательской деятельности. ОПК-5.3: Владеет навыками планирования и подготовки учебных занятий, а также представления научных знаний.	полученные фундаментальные и специальные знания в области физико-математических наук в преподавательской деятельности.  ОПК-5.3: Владеет навыками планирования и подготовки учебных занятий, а также представления научных знаний.		
--	---	---	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>4</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>144</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	2
<b>самостоятельная работа</b>	<b>42</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b> <b>Экзамен</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора торные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Введение	4	2		2	2
Основания МДТТ	30	8	12	20	10
Линейная теория упругости	28	8	10	18	10

Изотропное линейное термоупругое тело	26	8	8	16	10
Нелинейная теория упругости	8	2	2	4	4
Неупругое поведение деформируемого твердого тела	6	2		2	4
Обзор курса	4	2		2	2
Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	144	32	32	66	42

### Содержание разделов и тем дисциплины

1. Основания МДТТ: основные гипотезы; описание движения; деформация; законы сохранения, уравнения динамики; законы термодинамики; модели деформируемых твердых тел; постановки задач МДТТ.
2. Линейная теория упругости: полная система уравнений; классификация задач; основные теоремы; принцип Сен-Венана; полуобратный метод Сен-Венана; вариационные принципы; постановка задач в перемещениях; формы общего решения; постановка задач в напряжениях; плоские задачи теории упругости; плоская деформация, плоское напряженное и обобщенное плоское напряженное состояние, функция напряжений Эри; постановка контактных задач; динамические задачи; волны в безграничной упругой среде; поверхностные волны Рэлея.
3. Изотропное линейное термоупругое тело: термоупругость; изотропная линейная термоупругая среда, физический смысл коэффициентов, входящих в модель.
4. Нелинейная теория упругости: геометрическая и физическая нелинейность, полная система уравнений нелинейной теории упругости.
5. Неупругое поведение деформируемого твердого тела: вязкоупругость; пластичность, ползучесть, релаксация; основные понятия теории пластичности; идеальная пластичность, упрочнение; условия пластичности; поверхность пластичности; деформационные теории и теории течения; ассоциированный закон; постановки задач теории пластичности.

#### Содержание практических занятий

1. Основания МДТТ: полная система уравнений в декартовой прямоугольной системе координат и в криволинейной системе координат (цилиндрической, сферической), формулировка граничных условий (статических и кинематических).
2. Линейная теория упругости: задача Сен-Венана, кручение призматических стержней, изгиб балок; плоские задачи в декартовой прямоугольной системе координат, изгиб балки-стенки; плоские задачи в полярной системе координат, задача Ламе о трубе под действием внутреннего и внешнего давлений, изгиб части кругового кольца, задача Кирша об одностороннем растяжении пластины с малым круговым отверстием, действие сосредоточенной силы на вершину клина, задача Фламана о действии сосредоточенной силы на полуплоскость, элементарное решение 1-го рода, центр растяжения-сжатия, элементарное решение 2-го рода, задача Буссинеска о действии сосредоточенной силы на полупространство; контактные задачи; свободные колебания балок.
3. Изотропное линейное термоупругое тело:
4. Нелинейная теория упругости: изгиб цилиндрической панели.
5. Неупругое поведение деформируемого твердого тела: кручение упруго-пластических стержней; труба под давлением, предельная нагрузка; полый шар под действием внутреннего и внешнего давлений; вдавливание жесткого штампа в жесткопластическое полупространство.

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (1 раз в семестр, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к занятиям семинарского типа, решение задач по списку, представленному преподавателем (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (экзамен).

Примеры заданий для самостоятельного освоения и индивидуальной работы

1. Применение вариационных уравнений Лагранжа и Кастильяно для приближенного решения задачи кручения. Метод. разработка . Сост. Т.А. Миндлина. –Горький: Изд-во ГГУ, 1983.
2. Решение плоской задачи теории упругости с помощью функций напряжений. Методическая разработка. Сост. В.Г. Киселев, Т.А. Миндлина. – Горький: Изд-во ГГУ, 1989.
3. Упруго-пластический изгиб балок. Методическая разработка. Сост. Т.А. Миндлина. – Горький: Изд-во ГГУ, 1983.

## **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

### **5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

#### **5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-2:**

1. Математическая модель объекта в механике
2. Подходы к построению математических моделей
3. Материальный континуум
4. Движение
5. Виды движения
6. Жесткое движение
7. Деформирование
8. Гипотеза "Пространство"
9. Гипотеза "Время"
10. Гипотеза "Сплошность"
11. Гипотеза "Степень свободы"
12. Гипотеза "Непроникание"
13. Гипотеза "Отвердевание"
14. Гипотеза "Взаимодействие"
15. Гипотеза "Законы баланса"
16. Материальные координаты
17. Пространственные координаты
18. Конфигурация сплошной среды

19. Отсчётная (начальная, исходная) и естественная конфигурации
20. Деформированная (текущая, конечная) конфигурация
21. Материальный (лагранжев) способ описания движения
22. Пространственный (эйлеров) способ описания движения
23. Понятие меры деформации
24. Тензоры мер деформации (Коши-Грина, Альманси, Фингера, ...)
25. Тензоры деформации (Коши-Грина, Альманси, Фингера, ...)
26. Тензоры порота
27. Малые перемещения
28. Малые деформации
29. Малые повороты
30. Линейный тензор деформации
31. Удлинение
32. Сдвиг
33. Элемент длины
34. Элемент площади
35. Элемент объёма
36. Главные оси и главные деформации
37. Октаэдрическая деформация
38. Интенсивность деформаций сдвига
39. Интенсивность продольных деформаций
40. Параметр Нодаи-Лоде для деформаций
41. Шаровой тензор, девиатор, направляющий тензор деформаций
42. Инварианты тензора деформаций
43. Поверхность деформаций
44. Формула Чезаро
45. Уравнения совместности деформаций (Сен-Венана)
46. Пространственная (локальная) производная по времени
47. Материальная производная по времени
48. Конвективная производная
49. Объективные производные по времени
50. Тензоры скоростей деформаций
51. Классификация сил, действующих на сплошную среду
52. Массовые, объёмные воздействия
53. Поверхностные (контактные) воздействия
54. Вектор напряжений
55. Свойства вектора напряжений
56. Напряжённое состояние в точке
57. Фундаментальная формула Коши
58. Тензоры напряжений (Коши, Пиолы, энергетический, ...)
59. Тензор напряжений линейной теории упругости
60. Правило знаков
61. Нормальное напряжение
62. Касательное напряжение
63. Главные направления и главные напряжения
64. Октаэдрическое напряжение
65. Интенсивность касательных напряжений
66. Интенсивность нормальных напряжений
67. Параметр Нодаи-Лоде для напряжений
68. Шаровой тензор, девиатор, направляющий тензор напряжений

69. Инварианты тензора напряжений
70. Поверхность напряжений
71. Фундаментальные законы механики сплошных сред
72. Баланс массы
73. Баланс количества движения (импульса)
74. Баланс момента количества движения (момента импульса)
75. Баланс энергии
76. Диссипативное неравенство
77. Уравнение неразрывности
78. Уравнение движения (равновесия)
79. Симметричность тензора напряжений Коши
80. Обобщение закона взаимности напряжений
81. Упругий потенциал (удельная работа деформаций, удельная потенциальная энергия деформаций)
82. Формула Грина
83. Формула Клапейрона
84. Удельная дополнительная работа
85. Формула Кастильяно
86. Формула Бетти
87. Определяющие (физические) соотношения
88. Обобщенный закон Гука
89. Тензор упругости (упругих постоянных)
90. Тензор податливости
91. Симметрия свойств материала (симметричность тензоров напряжений и деформаций, плоскость симметрии материала, 2-е ортогональные плоскости симметрии, 3-и ортогональные плоскости симметрии - ортотропный материал, изотропный материал)
92. Различные формы записи обобщенного закона Гука для однородного изотропного материала
93. Размерности свойств материала
94. Физическая и математическая постановка задачи линейной теории упругости
95. Классификация статических задач линейной теории упругости
96. Постановка задачи теории упругости в перемещениях (уравнения Ламе)
97. Свойства функций перемещений и объемной деформации
98. Постановка задачи теории упругости в напряжениях (уравнения Бельтрами-Мичелла)
99. Свойства функций напряжений и среднего нормального давления
100. Теорема Клапейрона (о потенциальной энергии упругого тела)
101. Теорема Бетти (о взаимности работ)
102. Теорема Кирхгофа (о единственности решения)
103. Принцип Сен-Венана
104. Полуобратный метод Сен-Венана
105. Формы решений уравнений упругого равновесия:
  1. Стокса,
  2. Кельвина,
  3. Буссинеска-Папковича-Галеркина
106. Вариационный принцип Лагранжа (принцип минимума потенциальной энергии)
107. Вариационный принцип Кастильяно (принцип минимума дополнительной работы)
108. Вариационные принципы Рейснера
109. Вариационные принципы Ху-Вашицу
110. Плоская задача теории упругости в декартовой прямоугольной системе координат:
111. Плоское деформированное состояние
112. Плоское напряженное состояние
113. Обобщенное плоское напряженное состояние

114. Функция напряжений Эри
115. Теорема Леви
116. Плоская задача теории упругости в полярных координатах
117. Плоская контактная задача
118. Трёхмерная контактная задача
119. Основы теории пластичности
120. Диаграммы растяжения и сдвига
121. Предел текучести
122. Нагружение и разгрузка
123. Деформационная анизотропия
124. Эффект Баушингера
125. Условная и истинная диаграмма
126. Траектория нагружения
127. Простое и сложное нагружение
128. Условие начала текучести
129. Условие Треска–Сен-Венана
130. Условие Хубера-Мизеса-Генки
131. Поверхность текучести
132. Упрочнение
133. Изотропное упрочнение
134. Кинематическое упрочнение
135. Мера упрочнения
136. Параметр Одквиста
137. Работа пластической деформации
138. Постулат Дракера
139. Выпуклость поверхности текучести
140. Теория малых упруго-пластических деформаций
141. Теория пластического течения
142. Постановка задачи теории пластичности
143. Теорема о простом нагружении (Ильюшин А.А.)
144. Теорема о разгрузке (Ильюшин А.А.)
145. Метод упругих решений (метод дополнительных нагрузок, метод переменных параметров упругости)
146. Задача кручения призматических стержней:
147. Постановка задачи
148. Угол закручивания
149. Функция напряжений Прандтля
150. Теорема Бредта
151. Теорема о максимуме касательного напряжения
152. Решение плоской задачи теории упругости с помощью степенных рядов (изгиб балки-стенки)
153. Решение плоской задачи теории упругости с помощью тригонометрических рядов
154. Задача Ламе (труба под давлением)
155. Изгиб части кругового кольца
156. Задача Кирша (одноосное растяжение пластины с малым круговым отверстием)
157. Действие сосредоточенной силы на вершину бесконечного треугольного клина
158. Задача Фламана (действие сосредоточенной силы на полуплоскость)
159. Трёхмерная задача теории упругости
160. Элементарное решение первого рода
161. Центр растяжения (сжатия) в бесконечном теле



162. Элементарное решение второго рода  
163. Плоская задача теории пластичности (задача Ламе)

### Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя.
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя.

### 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Сообщение) для оценки сформированности компетенции ОПК-5:

1. Задача Ламе (длинная толстостенная труба под действием внешнего и внутреннего давления).
2. Длинная толстостенная труба под действием внешнего и внутреннего касательного воздействия.
3. Чистый изгиб части кругового бруса.
4. Изгиб части кругового кольца.
5. Задача Кирша (одноосное растяжение пластины с малым круговым отверстием)
6. Действие сосредоточенной силы на вершину бесконечного клина.
7. Задача Фламана (действие сосредоточенной силы на полуплоскость).
8. Постановка и схема решения о контакте двух плоских тел.
9. Элементарное решение первого рода.
10. Центр растяжения (сжатия) в бесконечном теле.
11. Элементарное решение второго рода.
12. Постановка и схема решения о контакте двух трёхмерных тел.
13. Задача Герца (вдавливание сферы в полупространство)

### Критерии оценивания (оценочное средство - Сообщение)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя.
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя.

### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

## Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

## Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше

		предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
<b>не зачтено</b>	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-2

##### 2.2.3. Контрольная работа

Задания для оценки компетенции «ОПК-2»:

«Растяжение пластинки с круговым отверстием»

Пластина (ширина  $2h$ , длина  $2l$ ) с центральным отверстием радиуса  $r$  подвергается действию равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью  $q$  в направлении оси  $OX$  и интенсивностью  $q_y$  в направлении оси  $OY$  (рис.1). Пластина выполнена из однородного линейно упругого материала.

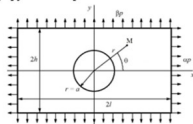


Рис.1

Задание

- Выбрать исходные данные в соответствии с номером варианта (табл.1).
- Сформулировать граничные условия для рассматриваемой краевой задачи.
- Используя принцип суперпозиции и известное аналитическое решение задачи о растяжении пластинки значительной ширины с малым отверстием равномерно распределенной нагрузкой интенсивности  $q$  в направлении оси  $OX$ 

$$\sigma_r = \frac{q}{2} \left( 1 - \frac{r^2}{\rho^2} \right) + \frac{q}{2} \left( 1 - 4 \frac{r^2}{\rho^2} + 3 \frac{r^4}{\rho^4} \right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_\theta = \frac{q}{2} \left( 1 + \frac{r^2}{\rho^2} \right) - \frac{q}{2} \left( 1 + 3 \frac{r^4}{\rho^4} \right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_{r\theta} = -\frac{q}{2} \left( 1 + 2 \frac{r^2}{\rho^2} - 3 \frac{r^4}{\rho^4} \right) \sin 2\theta$$
найти решение для выбранного варианта.
- Построить эпюру напряжения  $\sigma_x$  в сечениях  $x=0$  и  $y=0$ .
- Построить эпюру напряжения  $\sigma_y$  в сечениях  $x=0$  и  $y=0$ .
- Построить эпюру напряжения  $\sigma_{xy}$  в сечениях  $x=0$  и  $y=0$ .
- Построить эпюру напряжения  $\sigma_\theta$  по контуру отверстия.
- Построить эпюру интенсивности напряжений  $\sigma_1$  по контуру отверстия.

Таблица 1.					
Номер варианта	$\alpha$	$\beta$	$h$	$l$	$r$ мм
1.	1	0,2	$2r$	$10r$	3
2.	1	0,4	$3r$	$10r$	3
3.	1	0,6	$4r$	$10r$	3
4.	1	0,8	$5r$	$10r$	3
5.	1	1	$6r$	$10r$	3
6.	1	-0,2	$2r$	$10r$	3
7.	1	-0,4	$3r$	$10r$	3
8.	1	-0,6	$4r$	$10r$	3
9.	1	-0,8	$5r$	$10r$	3
10.	1	-1	$6r$	$10r$	3
11.	-1	0,2	$2r$	$10r$	3
12.	-1	0,4	$3r$	$10r$	3
13.	-1	0,6	$4r$	$10r$	3
14.	-1	0,8	$5r$	$10r$	3
15.	-1	1	$6r$	$10r$	3
16.	-1	-0,2	$2r$	$10r$	3
17.	-1	-0,4	$3r$	$10r$	3
18.	-1	-0,6	$4r$	$10r$	3
19.	-1	-0,8	$5r$	$10r$	3
20.	-1	-1	$6r$	$10r$	3

- Рассчитать коэффициент концентрации напряжений. Сравнить его с коэффициентом концентрации напряжений при  $\beta=0$ , получаемым из аналитического решения (см. п.3). Коэффициент концентрации напряжений определяется как отношение максимального напряжения в области концентратора к номинальному напряжению (вычисленному в предположении отсутствия концентратора).
- Определить величину  $r$  из условия  $\max \sigma_1 = [\sigma]$ , где допустимое напряжение  $[\sigma]$  равно пределу текучести материала  $\sigma_{Т3}$ .
- Для величины интенсивности нагрузки, полученной в п.10 используя систему Ansys найти численное решение сформулированной краевой задачи. Обосновать параметры конечно-элементной сетки исходя из сходимости численного решения.
- Построить эпюры напряжений в соответствии с указаниями п.4-8. Сравнить результаты аналитического и численного решений.
- Подготовить отчет.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок.
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа.

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-2

1. Координаты линейного тензора деформации Коши в декартовой прямоугольной системе координат.
2. Главные оси и значения деформаций. Инварианты. Шаровой тензор и девиатор деформаций.
3. Характеристики деформаций (октаэдрическая деформация, интенсивность деформаций сдвига, интенсивность продольных деформаций, параметр Нодаи-Лоде).
4. Поверхность деформаций.
5. Определение вектора перемещений по известному тензору линейной деформации (формула Чезаро).
6. Уравнения совместности деформаций (Сен-Венана).
7. Тензоры напряжений и их свойства. Правило знаков для компонент. Нормальное и касательное напряжение.
8. Главные оси и значения напряжений. Инварианты. Шаровой тензор и девиатор напряжений.
9. Характеристики напряжений (октаэдрическое напряжение, интенсивность напряжений сдвига, интенсивность нормальных напряжений, параметр Нодаи-Лоде).
10. Поверхность напряжений.
11. Законы сохранения и законы динамики. Уравнения движения (равновесия) сплошной среды.
12. Формула Грина.
13. Формула Клапейрона
14. Формула Кастилиано
15. Формула Бетти
16. Модель линейно упругого тела. Обобщенный закон Гука. Упругие постоянные при различных случаях упругой симметрии.
17. Обобщенный закон Гука для однородного изотропного линейно упругого тела.

18. Различные формы записи обобщенного закона Гука для однородного изотропного линейно упругого тела. Размерности констант.
19. Физическая и математическая постановка задачи линейной теории упругости.
20. Классификация статических задач линейной теории упругости.
21. Постановка задачи теории упругости в перемещениях (уравнения Ламе). Свойства перемещений и объемной деформации.
22. Постановка задачи теории упругости в напряжениях (уравнения Бельтрами-Мичелла). Свойства напряжений и среднего нормального давления.
23. Формы решений уравнений упругого равновесия (Стокса, Кельвина, Буссинеска-Папковича-Галеркина).
24. Вариационный принцип Лагранжа (принцип минимума потенциальной энергии).
25. Вариационный принцип Кастилиано (принцип минимума дополнительной работы).
26. Вариационные принципы Рейснера, Ху-Вашицу.
27. Задача кручения призматических стержней. Функция напряжений Прандтля. Теорема Бредта. Теорема о максимуме касательного напряжения.
28. Плоская задача теории упругости в декартовой прямоугольной системе координат (плоское деформированное состояние, плоское напряженное состояние, обобщенное плоское напряженное состояние). Функция напряжений Эри. Теорема Леви.
29. Решение плоской задачи теории упругости с помощью степенных рядов (изгиб балки-стенки).
30. Решение плоской задачи теории упругости с помощью тригонометрических рядов.
31. Плоская задача теории упругости в полярных координатах.
32. Задача Ламе (труба под давлением).
33. Изгиб части кругового кольца.
34. Задача Кирша (одноосное растяжение пластины с малым круговым отверстием).
35. Действие сосредоточенной силы на вершину бесконечного треугольного клина.
36. Задача Фламана (действие сосредоточенной силы на полуплоскость).
37. Задача о контакте двух тел (геометрические соотношения).
38. Элементарное решение первого рода.
39. Центр растяжения (сжатия) в бесконечном теле.
40. Элементарное решение второго рода.
41. Постановка и решение задачи о контакте двух тел.
42. Основы теории пластичности.

### **5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-5**

1. Гипотезы классической механики сплошных сред. Описание движения материальной частицы сплошной среды: материальные и пространственные координаты, отсчетная и актуальная конфигурации, материальное (лагранжевое) и пространственное (эйлеровое) описание.
2. Деформация твердого тела. Конечные деформации. Малые перемещения. Малые деформации.
3. Меры деформации. Жесткие движения. Тензоры конечной деформации.
4. Тензор линейной деформации. Тензор малой деформации. Тензор малого поворота.
5. Геометрический смысл координат тензоров мер деформации и тензоров деформации.
6. Объемное расширение (сжатие).
7. Классификация сил, действующих на сплошную среду. Взаимодействие материальных частиц сплошной среды. Гипотезы классической теории напряжений.
8. Вектор напряжения и его свойства. Фундаментальная теорема Коши (формула Коши). Обобщение закона взаимности напряжений.
9. Уравнения равновесия (движения) в декартовой прямоугольной системе координат.
10. Упругий потенциал (удельная работа деформаций или удельная потенциальная энергия деформаций).

11. Теорема Клапейрона (о потенциальной энергии упругого тела).
12. Теорема Бетти (о взаимности работ).
13. Теорема Кирхгофа (о единственности решения).
14. Принцип Сен-Венана. Полуобратный метод Сен-Венана.

### **Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)**

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок.
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа.

### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

Основная литература:

1. Седов Леонид Иванович. Механика сплошной среды : [в 2 т.]. Т. 1 / Рос. АН. - 5-е изд., испр. - М. : Наука, 1994. - 528 с. : ил. - ISBN 5-02-007052-1 : 2600.00., 1 экз.
2. Седов Леонид Иванович. Механика сплошной среды : [в 2 т.]. Т. 2 / Рос. АН. - 5-е изд., испр. - М. : Наука, 1994. - 560 с. : ил. - 2600.00., 1 экз.
3. Ильюшин Алексей Антонович. Механика сплошной среды : [учеб. для ун-тов по специальности "Механика"]. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Изд-во МГУ, 1990. - 310 с. : ил. - ISBN 5-211-00940-1 : 0.95., 3 экз.
4. Демидов Сергей Петрович. Теория упругости : [учеб. для вузов по специальности "Динамика и прочность машин"]. - М. : Высшая школа, 1979. - 432 с. : ил. - Посвящается 150-летию МВТУ им. Н. Э. Баумана. - 1.20., 2 экз.
5. Лурье Анатолий Исакович. Нелинейная теория упругости. - М. : Наука, 1980. - 512 с. - 5.20., 2 экз.
6. Амензаде Юсиф Аменович. Теория упругости : учеб. для студентов мех.-мат. фак. ун-тов. - 3-е изд., доп. - М. : Высшая школа, 1976. - 272 с. - 37.52., 6 экз.

7. Качанов Лазарь Меерович. Основы теории пластичности : [учеб. пособие для ун-тов]. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : Наука, 1969. - 420 с. : ил. - 0.52., 10 экз.
8. Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред / пер. с англ. Е. И. Свешниковой ; под ред. М. Э. Эглит. - М. : Мир, 1974. - 318 с. - 1.50., 12 экз.

Дополнительная литература:

1. Прагер Вильям. Введение в механику сплошных сред / пер. с нем. А. Н. Харитоновой ; под ред. Л. П. Смирнова, Г. С. Шапиро. - М. : Изд. иностр. лит., 1963. - 311 с. : черт. - 1.24., 4 экз.
2. Тимошенко Степан Прокофьевич. Теория упругости / пер. с англ. М. И. Рейтмана ; под ред. Г. С. Шапиро. - 2-е изд. - М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. - 560 с. : ил. - 2.70., 2 экз.
3. Писаренко Георгий Степанович. Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести : справ. пособие / [отв. ред. А. А. Лебедев]. - Киев : Наукова думка, 1981. - 496 с. - 3400.00., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics.htm>
2. Галин Г. Я., Голубятников А. Н., Каменярж Я. А. и др. Механика сплошных сред в задачах. Под ред. М. Э. Эглит. М.: Московский лицей, 1996. Т. 1. Теория и задачи. 369 с. ([http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Eglit\\_MSSzadach\\_t1\\_1996ru.djvu](http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Eglit_MSSzadach_t1_1996ru.djvu)). Т. 2. Ответы и решения. 394 с. ([http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Eglit\\_MSSzadach\\_t2\\_1996ru.djvu](http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Eglit_MSSzadach_t2_1996ru.djvu)).

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: Мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 01.03.03 - Механика и математическое моделирование.

Автор(ы): Жидков Александр Васильевич, кандидат технических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Игумнов Леонид Александрович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.