

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

01.03.03 - Механика и математическое моделирование

Направленность образовательной программы

Математическое моделирование и компьютерный инжиниринг

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2023 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.12 Математический анализ относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1: Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации УК-1.2: Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности УК-1.3: Владеет навыками работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов	УК-1.1: Знать принципы сбора, отбора и обобщения информации курса математического анализа, связи между понятиями дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных, числовыми и функциональными рядами. УК-1.2: Уметь соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках основных методов исследования функций с помощью дифференциального и интегрального исчисления. УК-1.3: Владеет навыками работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.	Тест	Экзамен: Контрольные вопросы

<p>ОПК-1: Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1: Знает основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук</p> <p>ОПК-1.2: Умеет анализировать и решать стандартные профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук</p> <p>ОПК-1.3: Владеет навыками применения фундаментальных разделов механики, базовых знаний естественнонаучного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач</p>	<p>ОПК-1.1:</p> <p>Знать алгоритмы исследования функций при построении графиков и при вычислении основных характеристик геометрических фигур и физических величин, используя фундаментальные методы и приемы математического анализа.</p> <p>Владеть различными методами и способами вычисления пределов, методами дифференциального и интегрального исчисления, методами разложения функции в степенные ряды и ряды Фурье.</p> <p>ОПК-1.2:</p> <p>Уметь проводить доказательства математических утверждений на основе опыта аналогичных доказательств из курса математического анализа.</p> <p>Уметь решать математические задачи и проблемы на основе полученных знаний из математического анализа при вычислении длины кривых, площади плоских фигур, объемов и массы тел, площади поверхностей, координат центра масс.</p> <p>ОПК-1.3:</p> <p>Владеет навыками применения математических моделей в конкретных прикладных задачах и методы их исследования с помощью математического анализа.</p>	<p>Тест</p> <p>Задания</p>	<p>Экзамен:</p> <p>Контрольные вопросы</p>
--	---	--	----------------------------	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
--	-------

Общая трудоемкость, з.е.	15
Часов по учебному плану	540
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	192
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	48
- КСР	6
самостоятельная работа	186
Промежуточная аттестация	108
	Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора торные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Натуральные числа. Принцип математической индукции. Бином Ньютона. Вещественные числа.	8	4		4	4
Определения множеств на прямой. Понятие функции	7	2		2	5
Числовые последовательности	17	10		10	7
Теория пределов функции действительного переменного.	17	10		10	7
Непрерывные функции	16	10		10	6
Дифференцируемость функции одного переменного.	17	10		10	7
Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения	16	10		10	6
Векторная функция скалярного аргумента	16	8		8	8
Неопределенный интеграл	15	6		6	9
Определенный интеграл	18	8		8	10
Приложения определенного интеграла	20	10		10	10
Функции многих переменных. Теория пределов, непрерывность.	19	8		8	11
Дифференциальное исчисление функций многих переменных	32	22		22	10
Кратные интегралы	20	10		10	10
Несобственные интегралы	30	8	6	14	16
Интегралы, зависящие от параметра	28	8	8	16	12
Числовые ряды	28	8	8	16	12

Функциональные ряды	30	10	8	18	12
Ряды Фурье. Интеграл Фурье	30	10	8	18	12
Криволинейные и поверхностные интегралы. Векторный анализ.	42	20	10	30	12
Аттестация	108				
КСР	6			6	
Итого	540	192	48	246	186

Содержание разделов и тем дисциплины

1 семестр:

1. Натуральные числа. Принцип математической индукции. Бином Ньютона. Доказательство того, что корень из двух не является рациональным числом.

Аксиоматика действительных чисел.

2. Определения множеств на прямой. Понятие функции.

Окрестность точки на прямой. Открытое множество. Замкнутое множество. Граница множества.

Предельная точка (точка сгущения). Граничная точка. Изолированная точка. Верхняя грань множества на прямой. Точная верхняя грань – супремум множества на прямой. Максимум. Минимум. Функции действительного переменного. Область определения, множество значений. Способы задания функций. Элементарные свойства функции действительного переменного. График функции.

3 Числовые последовательности.

Числовая последовательность. Определение. Предел последовательности (конечный), определение через окрестности и неравенства и геометрическая интерпретация. Единственность предела последовательности (доказать). Сходящиеся и расходящиеся последовательности. Примеры.

Предельные точки последовательности. Подпоследовательности. Предельные точки последовательности, частичные пределы последовательности, верхний и нижний пределы.

Теоремы о пределах последовательности, связанных с равенствами. Доказать для суммы и произведения.

Теоремы о пределах последовательности, связанных с неравенствами.

Монотонная последовательность. Последовательность, ограниченная сверху, снизу. Ограниченная последовательность. Ограниченность сходящейся последовательности. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной ограниченной последовательности.

Определение числа ϵ . Монотонность и ограниченность последовательности, пределом которой является число ϵ .

Доказательство избранных пределов.

Последовательность вложенных отрезков. Лемма (принцип) Кантора о вложенных отрезках. Доказать. Верхний и нижний пределы последовательности.

Теорема Больцано-Вейерштрасса об ограниченной последовательности. Доказать. Сформулировать аналогичную теорему для произвольной последовательности.

Критерий Коши существования предела последовательности. Формулировка, геометрическая интерпретация.

Покрытия. Лемма Гейне-Бореля. Компакт.

4. Теория пределов функции действительного переменного.

Определение предела функции в точке по Гейне и Коши. Эквивалентность определений.

Теорема эквивалентности определений. Локальная ограниченность функции, имеющей предел.

Свойства пределов функций.

Предел суперпозиции.

Бесконечно малые функции и их сравнение.

Первый и второй замечательные пределы и следствия из них. Раскрытие неопределенностей.

Обобщение понятия предела: односторонние пределы, бесконечно большие функции, пределы на бесконечности.

Критерий Коши существования конечного предела функции в точке и на бесконечности (формулировка и геометрическая интерпретация).

5. Непрерывные функции.

Различные определения непрерывности функции в точке. Свойства функций, непрерывных в точке.

Арифметические действия над непрерывными функциями. Непрерывность суперпозиции.

Полунепрерывность в точке. Точки разрыва и их классификация.

Непрерывность функции на множестве. Непрерывность элементарных функций. Теоремы о функциях, непрерывных на отрезке (две теоремы Вейерштрасса, две теоремы Больцано-Коши).

Свойства монотонных функций. Теорема о непрерывности обратной функции.

Равномерная непрерывность функции на множестве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности на отрезке.

6. Производная функции:

Задачи, приводящие к понятию производной функции. Тангенс угла наклона касательной. Средняя и мгновенная скорость изменения процесса.

Определение производной. Обозначения. Касательная к графику функции в точке. Правила дифференцирования. Производная обратной функции. Производные элементарных функций.

Гиперболические функции и производные от них.

Дифференцируемая функция, определение. Дифференциал функции. Свойства дифференциала.

Непрерывность дифференцируемой функции. Логарифмическое дифференцирование, производная степенно-показательного выражения.

Свойства производных и дифференциалов функций. Производная суперпозиции и обратной функции. Таблица производных. Дифференцируемость элементарных функций.

Функции и кривые на плоскости, заданные параметрически.

Дифференцирование функций, заданных параметрически.

Уравнения касательной и нормали к плоской кривой, заданной параметрически. Понятие о неявной функции одного переменного и вычисление производной от функции одного переменного, заданной неявно.

Инвариантность формы первого дифференциала.

Приложения дифференциала к приближенным вычислениям значений функции.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

Неинвариантность формы дифференциалов высшего порядка.

7. Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения:

Локальный экстремум функции. Теорема Ферма о необходимом условии локального экстремума.

Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о среднем. Формулы конечных приращений.

Формула Тейлора. Различные представления остаточного члена формулы Тейлора. Формула Тейлора для некоторых элементарных функций.

Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.

Условие монотонности функции. Достаточные условия локального экстремума.

Направления выпуклости вверх, вниз функции. Точки перегиба. Достаточное условие перегиба.

Асимптоты функции.

Общая схема исследования и построения графиков функции.

8. Векторная функция скалярного аргумента.

Дифференциал дуги. Длина дуги как параметр. Эквивалентность длины дуги, длины хорды и дифференциала дуги при условии, что приращение аргумента стремится к нулю. Направляющие косинусы касательной и векторная функция, задающая кривую с помощью параметрических уравнений относительно длины дуги.

Угол смежности дуги. Средняя кривизна кривой. Кривизна кривой в точке, определение, геометрический смысл. Радиус кривизны. Вычисление кривизны. Геометрический смысл второй производной. Центр и круг кривизны.

Векторная функция скалярного аргумента. Годограф. Векторная функция с постоянным модулем. Векторная функция с постоянным направлением. Предел векторной функции. Векторная функция, непрерывная в точке. Производная векторной функции. Производная векторной функции с постоянным модулем. Модуль производной векторной функции. Правила дифференцирования, производные высших порядков.

Скорость и ускорение криволинейного движения. Нормальная плоскость, главная нормаль, соприкасающаяся плоскость, бинормаль. Тангенциальное и нормальное ускорения. Ускорение прямолинейного движения. Ускорение равномерного движения.

2 семестр

9. Неопределенный интеграл:

Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства интеграла.

Таблица интегралов.

Метод замены переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Рациональные и дробно-рациональные функции. Разложение правильной дробно-рациональной функции в сумму простейших дробей. Интегрирование простейших дробей.

Метод неопределенных коэффициентов.

Рационализация подынтегральной функции. Интегрирование выражений, рационально зависящих от тригонометрических функций.

Интегрирование простейших иррациональностей.

10. Определенный интеграл.

Задачи о площади под графиком положительной функции, о массе неоднородного стержня.

Разбиение отрезка. Интегральная сумма (Римана). Мелкость разбиения. Определение определённого интеграла (Римана). Необходимое условие существования интеграла Римана (ограниченность функции на промежутке). Неверность обратного утверждения.

Классы интегрируемых функций (без доказательства).

Свойства определённого интеграла:

Интегрируемость по Риману линейной комбинации (доказать); произведения двух интегрируемых функций. Равен ли интеграл от произведения произведению интегралов?

Условие Липшица. Произведение сложной функции.

Свойства определённого интеграла, связанные с промежутком интегрирования.

Неравенства для интегрируемых функций.

Первая и вторая теоремы о среднем для определённого интеграла (только геометрические пояснения).

Интеграл как функция верхнего предела.

Формула Ньютона-Лейбница.

Замена переменного в определённом интеграле.

Формула интегрирования по частям для определённого интеграла.

Особые возможности для определённого интеграла от четной, нечетной, периодической функции.

Использование определённого интеграла при доказательстве формулы Валлиса.

11. Приложения определенного интеграла:

Спрямолинейная дуга. Функции ограниченной вариации, их свойства. Геометрические пояснения.

Необходимое и достаточное условие ограниченной вариации. Следствия из необходимого и достаточного условия. (Только формулировки и геометрические пояснения). Необходимое и достаточное условие спрямолинейности дуги.

Формулы для вычисления длины дуги (параметрическое задание, явное задание, задание в полярных координатах). Дифференциал дуги.

Метрические пространства. Метрика, ее свойства. Примеры метрик. Близкие метрики.

Определения объектов метрического пространства (окрестность точки, внутренняя точка множества, открытое множество, дополнение множества, замкнутое множество, внешняя точка множества, граничная точка множества, граница множества, предельная точка, изолированная точка, точка прикосновения, связное множество, область).

Плоская фигура. Многоугольник. Свойства площадей многоугольника. Нижняя и верхняя меры фигуры.

Измеримая фигура. Мера Жордана. Квадрируемость.

Свойства квадрируемых фигур (без доказательства).

Правильная (элементарная) область относительно оси. Площадь криволинейной трапеции (случай явного задания). Площадь криволинейного сектора. Площадь криволинейной трапеции, заданной параметрически. Площадь криволинейного сектора, заданная параметрически. Площадь фигуры, ограниченной простым контуром Жордана.

Объем тела вращения. Объем тела по известным поперечным сечениям.

Площадь поверхности вращения.

12. Функции многих переменных. Теория пределов, непрерывность.

Последовательности в n -мерном пространстве. Предел последовательности, свойства, критерий существования.

Функция нескольких переменных. Определение. Область определения, область значений.

Линии уровня для функции двух переменных. Поверхности уровня для функции трех переменных.

Предел функции нескольких переменных. Предел по множеству.

Непрерывность функции нескольких переменных.

13. Дифференциальное исчисление функций многих переменных

Частные производные.

Дифференцируемость. Полный дифференциал, частные дифференциалы. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Геометрический смысл дифференциала. Касательная плоскость к поверхности и нормаль к поверхности.

Дифференцирование сложной функции.

Инвариантность формы первого дифференциала.

Правила дифференцирования. Формула конечных приращений.

Однородные функции и их свойства.

Производная по направлению. Градиент.

Производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.

Дифференциалы высших порядков. Неинвариантность их формы.

Формула Тейлора для функций нескольких переменных.

Функция одного переменного, заданная неявно, существование, дифференцируемость.

Функция нескольких переменных, заданная неявно, существование, дифференцируемость.

Якобиан. Система функций, заданных неявно.

Локальные экстремумы функции нескольких переменных. Определение, необходимое условие, достаточное условие.

Условный экстремум. Метод подстановки. Метод Лагранжа.

14. Кратные интегралы.

Кратные интегралы: определение, существование, классы интегрируемых функций.

Свойства кратных интегралов.

Вычисление: переход к повторным.

Криволинейные координаты. Замена переменных в кратных интегралах. Полярные, цилиндрические, сферические координаты.

3 семестр:

15. Несобственные интегралы.

Несобственные интегралы первого рода (по бесконечному промежутку). Определение, критерий Коши.

Несобственные интегралы первого рода от знакоположительных функций. Теоремы сравнения.

Абсолютная и условная сходимость. Признаки Абеля. Несобственный интеграл по конечному промежутку. Свойства и вычисление несобственных интегралов. Интегралы Фрулани.

16. Интегралы, зависящие от параметра.

Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость по параметру.

Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Признаки равномерной сходимости.

Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра.

Примеры: интеграл Дирихле, интеграл Эйлера-Пуассона. Γ -функция. Свойства, график, основные формулы. В-функция. Связь с Γ -функцией. Основные формулы.

17. Числовые ряды.

Числовые ряды. Определение. Последовательность частичных сумм. Определение сходящегося и расходящегося ряда. Критерий Коши. Необходимое условие сходимости ряда. Признак расходимости. Остаток ряда.

Знакоположительные ряды. Теоремы сравнения. Интегральный признак сходимости. Обобщенный гармонический ряд. Ряд Бертрана. Признаки Даламбера и Коши.

Знакопередающие ряды. Теорема Лейбница.

Произвольные (знакопеременные) ряды. Абсолютная и условная сходимость. Коммутативность абсолютно сходящихся рядов. Теорема Римана о некоммутативности условно сходящегося ряда.

Признаки Абеля-Дирихле (без доказательства). Сложение, умножение числовых рядов, их свойства.

18. Функциональные ряды.

Поточечная и равномерная сходимость функциональных рядов. Определения, примеры. Критерий Коши поточечной и равномерной сходимости.

Необходимое условие равномерной сходимости ряда.

Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда.

Непрерывности суммы равномерно сходящегося ряда.

Почленное дифференцирование и почленное интегрирование функциональных последовательностей и

рядов.

Степенные ряды. Первая теорема Абеля.

Интервал сходимости. Радиус сходимости степенного ряда. Формулы Коши-Адамара и Даламбера.

Вторая теорема Абеля (без доказательства).

Аналитические функции. Единственность представления степенным рядом. Теоремы о непрерывности, интегрируемости, дифференцируемости аналитической функции (степенного ряда). Арифметические операции над степенными рядами.

Ряд Тейлора для аналитической функции. Разложение элементарных функций в ряды Тейлора.

Формула Стирлинга.

19. Ряды Фурье. Интеграл Фурье.

Тригонометрический ряд. Ортогональная система функций. Обобщенный ряд Фурье.

Тригонометрическая система функций и тригонометрический ряд Фурье для функций, периодических с периодом 2π .

Тригонометрическая система функций и тригонометрический ряд Фурье для функций, периодических с периодом $2l$.

Периодическое продолжение. Теорема Дирихле о разложимости функций в ряд Фурье.

Ряд Фурье для четной функции. Ряд Фурье для нечетной функции.

Ряд Фурье в комплексной форме.

Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.

20. Криволинейные и поверхностные интегралы. Векторный анализ.

Криволинейные интегралы первого рода – определение, свойства, вычисление.

Криволинейные интегралы второго рода, определение, связь с криволинейными интегралами первого рода.

Приложение криволинейных интегралов второго рода – вычисление работы силы.

Формула Грина. Условия независимости результата интегрирования от пути интегрирования (плоский случай). Многозначные функции как криволинейный интеграл по замкнутому контуру.

Поверхностные интегралы первого рода.

Поверхностные интегралы второго рода. Поток вектора через поверхность, определение.

Количество жидкости или газа, проходящее через поверхность S за единицу времени.

Формула Остроградского-Гаусса. Дивергенция. Теорема Остроградского-Гаусса в векторной форме.

Формула Стокса. Циркуляция и ротор. Теорема Стокса в векторной форме.

Условия независимости результата интегрирования от пути интегрирования (пространственный случай).

Полный дифференциал. Первообразная функции нескольких переменных.

Дивергенция векторного поля: Инвариантное определение дивергенции.

Физический смысл дивергенции. Пример поля, создаваемого точечным зарядом. Функция Дирака и понятие обобщенной функции.

Поле, создаваемое несколькими зарядами. Поле, создаваемое зарядом, распределённым в области непрерывно.

Соленоидальные поля.

Циркуляция и ротор. Инвариантное определение ротора.

Физический смысл ротора.

Потенциальные поля. Операции векторного анализа второго порядка.

Потенциально-соленоидальные поля в плоском случае.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Самостоятельная работа обучающихся осуществляется в виде работы с рекомендованной обязательной и дополнительной литературой, подготовке к лекциям, подготовке к зачету.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции УК-1:

1. Вычислить пределы с использованием замечательных пределов, например:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{x}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x^2}, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{-4x} - 1}{x}.$$

2. Вычислить производную, например: $y'(0)$, если $y = x \sin 2x + x \ln \sqrt{x+1}$.

3. Найти дифференциал функции, например: $z = e^{x-y}$.

4. Исследовать на экстремум функцию, например: $y = x^3 - 3x$.

5. Вычислить неопределённый интеграл, например: $\int x e^{2x} dx$.

6. Вычислить интеграл, например: $\int_0^1 (x + e^{2x}) dx$.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Исследовать на сходимость числовой ряд, например, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n}$.

2. Перейти к повторным интегралам в кратном интеграле (например, для интеграла $\iint_D f(x, y) dx dy$ заданного по области, расположенной в первом

квадранте между кривыми $y = \frac{(x-1)^2}{2}$ и $x^2 + y^2 = 1$).

Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Имеются правильные ответы на половину или более заданных вопросов
не зачтено	Правильные ответы получены на менее чем половину вопросов

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

- Вычислить криволинейный интеграл (например, $\int_L xy dx + y^3 dy$, где L – ломаная OAB , где OA – отрезок оси Ox , $0 \leq x \leq 1$, OB – отрезок прямой $x = 1$, $0 \leq y \leq 2$).
- С помощью формулы Грина вычислить криволинейный интеграл по замкнутому контуру, например: $\int_L xy dx + y^3 dy$, где L – дуга окружности.
- Разложить функцию в ряд Фурье; в ряд Фурье по синусам; в ряд Фурье по косинусам, например, $f(x) = x$, $-1 \leq x \leq 1$; $0 \leq x \leq 1$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Имеются правильные ответы на половину или более заданных вопросов
не зачтено	Правильные ответы получены на менее чем половину вопросов

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

	вследствие отказа обучающегося от ответа		негрубых ошибок	. Допущено несколько негрубых ошибок	. Допущено несколько несущественных ошибок	и. Ошибок нет.	
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Натуральные числа. Принцип математической индукции
2. Бином Ньютона
3. Доказательство того, что корень из двух не является рациональным числом.
4. Аксиоматика действительных чисел. Аксиома полноты.
5. Числовая последовательность. Определение. Предел последовательности (конечный), определение через окрестности и неравенства.
6. Единственность предела последовательности (доказать). Сходящиеся и расходящиеся последовательности. Примеры.
7. Предельные точки последовательности. Подпоследовательности, частичные пределы последовательности, верхний и нижний пределы.
8. Теоремы о пределах последовательности, связанных с равенствами. Доказать для суммы.
9. Теоремы о пределах последовательности, связанных с неравенствами.
10. Монотонная последовательность. Последовательность, ограниченная сверху, снизу. Ограниченная последовательность. Ограниченность сходящейся последовательности.
11. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной ограниченной последовательности.
12. Определение числа ϵ . Монотонность и ограниченность последовательности, пределом которой является число ϵ .
13. Последовательность вложенных отрезков. Лемма (принцип) Кантора о вложенных отрезках. Доказать.
14. Теорема Больцано-Вейерштрасса об ограниченной последовательности. Доказать.
15. Покрытия. Лемма Гейне-Бореля. Компакт.
16. Определение предела функции в точке по Гейне и Коши. Эквивалентность определений. Без доказательства.
17. Свойства пределов функций, связанные с равенствами.
18. Бесконечно малые функции и их сравнение.
19. Первый замечательный предел и следствия из него.
20. Второй замечательный предел и следствия из него.
21. Обобщение понятия предела: односторонние пределы, бесконечно большие функции, пределы на бесконечности.
22. Различные определения непрерывности функции в точке. Свойства функций, непрерывных в точке.
23. Арифметические действия над непрерывными функциями. Непрерывность суперпозиции.
24. Полунепрерывность в точке. Точки разрыва и их классификация
25. Непрерывность функции на множестве. Непрерывность элементарных функций. Теоремы о функциях, непрерывных на отрезке (две теоремы Вейерштрасса, две теоремы Больцано-Коши).
26. Свойства монотонных функций. Теорема о непрерывности обратной функции.
27. Равномерная непрерывность функции на множестве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности на отрезке.
28. Определение производной. Обозначения. Касательная к графику функции в точке.

- 29.Правила дифференцирования.
- 30.Производная обратной функции. Производные элементарных функций.
- 31.Гиперболические функции и производные от них.
- 32.Дифференцируемая функция, определение. Дифференциал функции. Свойства дифференциала
- 33.Непрерывность дифференцируемой функции. Логарифмическое дифференцирование, производная степенно-показательного выражения.
- 34.Свойства производных и дифференциалов функций. Производная суперпозиции и обратной функции. Таблица производных. Дифференцируемость элементарных функций
- 35.Функции и кривые на плоскости, заданные параметрически. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Уравнения касательной и нормали к плоской кривой, заданной параметрически.
- 36.Инвариантность формы первого дифференциала.
- 37.Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
- 38.Неинвариантность формы дифференциалов высшего порядка.
- 39.Локальный экстремум функции. Теорема Ферма о необходимом условии локального экстремума.
- 40.Теорема Ролля.
- 41.Теорема Лагранжа. Формула конечных приращений. Теорема Коши.
- 42.Формула Тейлора. Различные представления остаточного члена формулы Тейлора. Формула Тейлора для некоторых элементарных функций.
- 43.Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей
- 44.Условие монотонности функции. Достаточные условия локального экстремума.
- 45.Направления выпуклости вверх, вниз функции. Точки перегиба. Достаточное условие перегиба.
- 46.Асимптоты функции.
- 47.Дифференциал дуги. Длина дуги как параметр. Эквивалентность длины дуги, длины хорды и дифференциала дуги при условии, что приращение аргумента стремится к нулю. Направляющие косинусы касательной и векторная функция, задающая кривую с помощью параметрических уравнений относительно длины дуги.
- 48.Угол смежности дуги. Средняя кривизна кривой. Кривизна кривой в точке, определение, геометрический смысл. Радиус кривизны. Вычисление кривизны. Геометрический смысл второй производной. Центр и круг кривизны.
- 49.Векторная функция скалярного аргумента. Годограф. Векторная функция с постоянным модулем. Векторная функция с постоянным направлением. Предел векторной функции. Векторная функция, непрерывная в точке. Производная векторной функции. Производная векторной функции с постоянным модулем. Модуль производной векторной функции. Правила дифференцирования, производные высших порядков.
- 50.Скорость и ускорение криволинейного движения. Нормальная плоскость, главная нормаль, соприкасающаяся плоскость, бинормаль. Тангенциальное и нормальное ускорения. Ускорение прямолинейного движения. Ускорение равномерного движения.
- 51.Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства интеграла.
- 52.Таблица основных интегралов.
- 53.Метод замены переменной в неопределенном интеграле
- 54.Интегрирование по частям.
- 55.Рациональные и дробно-рациональные функции. Разложение правильной дробно-рациональной функции в сумму простейших дробей. Интегрирование простейших

дробей.

56. Метод неопределенных коэффициентов.
57. Рационализация подынтегральной функции. Интегрирование выражений, рационально зависящих от тригонометрических функций.
58. Интегрирование простейших иррациональностей
59. Разбиение отрезка. Интегральная сумма (Римана). Мелкость разбиения. Определение определённого интеграла (Римана).
60. Необходимое условие существования интеграла Римана (ограниченность функции на промежутке). Неверность обратного утверждения.
61. Классы интегрируемых функций (без доказательства).
62. Интегрируемость по Риману линейной комбинации (доказать); произведения двух интегрируемых функций. Равен ли интеграл от произведения произведению интегралов?
63. Свойства определённого интеграла, связанные с промежутком интегрирования.
64. Неравенства для интегрируемых функций.
65. Первая и вторая теоремы о среднем для определённого интеграла (только геометрические пояснения)
66. Интеграл как функция верхнего предела
67. Формула Ньютона-Лейбница.
68. Замена переменного в определённом интеграле.
69. Формула интегрирования по частям для определённого интеграла.
70. Особые возможности для определённого интеграла от четной, нечетной, периодической функции.
71. Формулы для вычисления длины дуги (параметрическое задание, явное задание, задание в полярных координатах)
72. Площадь криволинейной трапеции (случай явного задания). Площадь криволинейного сектора. Площадь криволинейной трапеции, заданной параметрически. Площадь криволинейного сектора, заданная параметрически. Площадь фигуры, ограниченной простым контуром Жордана.
73. Объем тела вращения. Объем тела по известным поперечным сечениям.
74. Площадь поверхности вращения.
75. Последовательности в n -мерном пространстве. Предел последовательности, свойства, критерий существования.
76. Функция нескольких переменных. Определение. Область определения, область значений. Линии уровня для функции двух переменных. Поверхности уровня для функции трех переменных
77. Предел функции нескольких переменных. Предел по множеству.
78. Непрерывность функции нескольких переменных.
79. Частные производные.
80. Дифференцируемость. Полный дифференциал, частные дифференциалы. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Геометрический смысл дифференциала.
81. Касательная плоскость к поверхности и нормаль к поверхности.
82. Дифференцирование сложной функции
83. Инвариантность формы первого дифференциала.
84. Правила дифференцирования. Формула конечных приращений.
85. Однородные функции и их свойства.
86. Производная по направлению. Градиент.
87. Производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных
88. Дифференциалы высших порядков. Неинвариантность их формы
89. Формула Тейлора для функций нескольких переменных.

90. Функция одного переменного, заданная неявно, существование, дифференцируемость
91. Функция нескольких переменных, заданная неявно, существование, дифференцируемость.
92. Якобиан. Система функций, заданных неявно.
93. Локальные экстремумы функции нескольких переменных. Определение, необходимое условие, достаточное условие.
94. Условный экстремум. Метод подстановки. Метод Лагранжа.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Кратные интегралы: определение, существование, классы интегрируемых функций.
2. Свойства кратных интегралов.
3. Повторные интегралы. Вычисление кратных интегралов через переход к повторным.
4. Криволинейные координаты. Замена переменных в кратных интегралах.
5. Полярные, цилиндрические, сферические координаты и соответствующие замены в двойных и тройных интегралах.
6. Несобственные интегралы первого рода (по бесконечному промежутку). Определение, теоремы сравнения.
7. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов первого рода.
8. Несобственный интеграл по конечному промежутку.
9. Свойства и вычисление несобственных интегралов.
10. Интегралы Фрулани.
11. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость по параметру.
12. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Признаки равномерной сходимости.
13. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра.
14. Интеграл Дирихле, интеграл Эйлера-Пуассона.
15. Г-функция. Свойства, график, основные формулы.
16. В-функция. Связь с Г-функцией. Основные формулы.
17. Числовые ряды. Определение. Последовательность частичных сумм. Определение сходящегося и расходящегося ряда. Критерий Коши.
18. Необходимое условие сходимости ряда. Признак расходимости. Остаток ряда.
19. Знакоположительные ряды. Теоремы сравнения
20. Знакоположительные ряды. Интегральный признак сходимости. Обобщенный гармонический ряд. Ряд Бертрона.
21. Знакоположительные ряды. Признаки Даламбера и Коши
22. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница.
23. Произвольные (знакопеременные) ряды. Абсолютная и условная сходимость.
24. Коммутативность абсолютно сходящихся рядов. Теорема Римана о некоммутативности условно сходящегося ряда.
25. Поточечная и равномерная сходимость функциональных рядов. Определения, примеры. Критерий Коши поточечной и равномерной сходимости.
26. Необходимое условие равномерной сходимости ряда.
27. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда.
28. Непрерывности суммы равномерно сходящегося ряда.
29. Почленное дифференцирование и почленное интегрирование функциональных последовательностей и рядов.

30. Признаки Абеля-Дирихле (без доказательства).
31. Сложение, умножение числовых рядов, их свойства.
32. Степенные ряды. Первая теорема Абеля.
33. Интервал сходимости. Радиус сходимости степенного ряда. Формулы Коши-Адамара и Даламбера. Вторая теорема Абеля (без доказательства).
34. Аналитические функции. Единственность представления степенным рядом. Теоремы о непрерывности, интегрируемости, дифференцируемости аналитической функции (степенного ряда). Арифметические операции над степенными рядами
35. Ряд Тейлора для аналитической функции. Разложение элементарных функций в ряды Тейлора.
36. Формула Стирлинга.
37. Тригонометрический ряд. Ортогональная система функций. Обобщенный ряд Фурье.
38. Тригонометрическая система функций и тригонометрический ряд Фурье для функций, периодических с периодом 2π .
39. Тригонометрическая система функций и тригонометрический ряд Фурье для функций, периодических с периодом $2l$.
40. Периодическое продолжение. Теорема Дирихле о разложимости функций в ряд Фурье.
41. Ряд Фурье для четной функции. Ряд Фурье для нечетной функции
42. Ряд Фурье в комплексной форме.
43. Интеграл Фурье.
44. Преобразование Фурье. Sin- и cos-преобразования Фурье.
45. Криволинейные интегралы первого рода – определение, свойства, вычисление.
46. Криволинейные интегралы второго рода, определение, связь с криволинейными интегралами первого рода.
47. Приложение криволинейных интегралов второго рода – вычисление работы силы.
48. Формула Грина. Условия независимости результата интегрирования от пути интегрирования (плоский случай). Многозначные функции как криволинейный интеграл по замкнутому контуру.
49. Поверхностные интегралы первого рода.
50. Поверхностные интегралы второго рода. Поток вектора через поверхность, определение.
51. Количество жидкости или газа, проходящее через поверхность S за единицу времени.
52. Формула Остроградского-Гаусса. Дивергенция. Теорема Остроградского-Гаусса в векторной форме.
53. Формула Стокса. Циркуляция и ротор. Теорема Стокса в векторной форме.
54. Условия независимости результата интегрирования от пути интегрирования (пространственный случай). Полный дифференциал. Первообразная функции нескольких переменных.
55. Дивергенция векторного поля: Инвариантное определение дивергенции.
56. Физический смысл дивергенции. Пример поля, создаваемого точечным зарядом. Функция Дирака и понятие обобщенной функции.
57. Поле, создаваемое несколькими зарядами. Поле, создаваемое зарядом, распределённым в области непрерывно.
58. Соленоидальные поля.
59. Циркуляция и ротор. Инвариантное определение ротора.
60. Физический смысл ротора.
61. Потенциальные поля. Операции векторного анализа второго порядка.
62. Потенциально-соленоидальные поля в плоском случае.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок.
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Солдатов Михаил Александрович. Математический анализ функции одного переменного : учеб. пособие для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки "Физика", "Электроника и наноэлектроника", "Информ. системы и технологии" / Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 2013. - 309 с. - ISBN 978-5-91326-276-9 : 239.99., 112 экз.
2. Солдатов Михаил Александрович. Математический анализ функции многих переменных : учеб. пособие для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 03.03.02 "Физика", 11.03.04 "Электроника и наноэлектроника", 09.03.02 "Информ. системы и технологии", 28.03.02 "Нанотехнологии и микросистемная техника" / под общ. ред. М. А. Солдатова ; ННГУ. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 2014. - 227 с. - ISBN 978-5-91326-309-4 : 123.40., 92 экз.
3. Солдатов Михаил Александрович. Интегралы несобственные и зависящие от параметра. Ряды : учеб. пособие для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 03.03.02 "Физика", 11.03.04 "Электроника и наноэлектроника", 09.03.02 "Информ. системы и технологии", 28.03.02 "Нанотехнологии и микросистем. техника" / под ред. М. А. Солдатова ; ННГУ. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 2014. - 184 с. - ISBN 978-5-91326-313-1 : 140.53., 94 экз.
4. Кузенков Олег Анатольевич. Дифференциальное исчисление функций одного переменного. Лекции : учебное пособие / О. А. Кузенков, Е. А. Рябова ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2024. - 87 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=892588&idb=0>.
5. Костромина О. С. Минимально необходимый уровень : Учебно-методическое пособие. Ч. 1. Минимально необходимый уровень : Учебно-методическое пособие / Костромина О. С., Кузенков О. А. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. - 24 с. - Рекомендовано методической комиссией ИИТММ для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям

подготовки 01.03.01 «Математика», 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», 01.03.03 «Механика и математическое моделирование», 01.05.01 «Фундаментальная математика и механика», 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», 09.03.03 «Прикладная информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783355&idb=0>.

6. Костромина Ольга Сергеевна. Теоретический минимум для успешного освоения дисциплины «Математический анализ»: учебно-методическое пособие. Ч. 2. Минимально необходимый уровень / О. С. Костромина, О. А. Кузенков ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2021. - 23 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=793983&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Берман Георгий Николаевич. Сборник задач по курсу математического анализа : [учеб. пособие для вузов]. - 19-е изд., стер. - М. : Наука, 1977. - 416 с. : ил. - 1.00., 40 экз.
2. Солдатов Михаил Александрович. Кратные интегралы и ряды : учебное пособие. Ч. 3. Ряды Фурье. Интеграл Фурье / М. А. Солдатов, С. С. Круглова, Е. В. Круглов ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2014. - 33 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=850557&idb=0>.
3. Солдатов Михаил Александрович. Математический анализ функций нескольких переменных : учебное пособие. Ч. 1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных / М. А. Солдатов, С. С. Круглова, Е. В. Круглов ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2014. - 66 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=850552&idb=0>.
4. Солдатов Михаил Александрович. Математический анализ функций нескольких переменных : учебное пособие. Ч. 2. Кратные интегралы / М. А. Солдатов, С. С. Круглова, Е. В. Круглов ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2014. - 45 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=850553&idb=0>.
5. Солдатов Михаил Александрович. Математический анализ функций нескольких переменных : учебное пособие. Ч. 3. Криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы векторного анализа / М. А. Солдатов, С. С. Круглова, Е. В. Круглов ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2014. - 61 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=850554&idb=0>.
6. Солдатов М. А. Интегралы несобственные и зависящие от параметра : Учебное пособие для студентов физического и радиофизического факультетов. Ч. 1. Интегралы несобственные и зависящие от параметра / Солдатов М. А., Круглова С. С., Круглов Е. В. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2014. - 41 с. - Рекомендовано Методической комиссией механико-математического факультета. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=730144&idb=0>.
7. Солдатов Михаил Александрович. Несобственные интегралы и ряды : учебное пособие. Ч. 2. Числовые и функциональные ряды / М. А. Солдатов, С. С. Круглова, Е. В. Круглов ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2014. - 41 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=850556&idb=0>.
8. Солдатов М. А. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных : Учебное

пособие. Ч. 1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных / Солдатов М. А., Круглова С. С., Круглов Е. В. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2014. - 66 с. - Рекомендовано Методической комиссией механико-математического факультета. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=729818&idb=0>.

9. Солдатов М. А. Кратные интегралы : Учебное пособие. Ч. 2. Кратные интегралы / Солдатов М. А., Круглова С. С., Круглов Е. В. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2014. - 45 с. - Рекомендовано Методической комиссией механико-математического факультета. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=729971&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://www.unn.ru/books/resources.html>
<http://new.e-vmk.unn.ru/sites/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.03 - Механика и математическое моделирование.

Автор(ы): Круглов Евгений Валентинович, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.