

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением президиума
Ученого совета ННГУ
от 14.12.2021 г.
протокол № 4

Рабочая программа дисциплины

Statistics of random processes /
Статистика случайных процессов
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
бакалавриат / bachelor
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии
(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
общий / general
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения
очная
(очная / очно-заочная / заочная)

Нижегород

2022 год

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина ФТД.01 «Статистика случайных процессов» относится к факультативам в ООП направления подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии». Дисциплина читается студентам 4 курса в 8 семестре, 1 зачетная единица, 36 часов, зачет.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	ФТД. Факультативы	Дисциплина ФТД.01 «Статистика случайных процессов» является факультативом в ООП направления подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии».

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук, базовые теории и основную терминологию.	Знать основные, базовые понятия теории вероятностей, теории случайных процессов, алгоритмы решения типичных задач.	Собеседование
	ОПК-1.2. Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты.	Уметь профессионально разрабатывать и использовать методы и результаты теории вероятностей при построении вероятностных моделей случайных процессов. processes	Задача (практическое задание)
	ОПК-1.3. Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности.	Владеть методами анализа и решения задач теории случайных процессов	Задача (практическое задание)

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	1 ЗЕТ
Часов по учебному плану	36
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	33
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	16
- занятия лабораторного типа	–
- текущий контроль (КСР)	1
самостоятельная работа	3
Промежуточная аттестация – зачет	

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы) Очная	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы Очная
		Занятия лекционного типа Очная	Занятия семинарского типа Очная	Занятия лабораторного типа Очная	Всего Очная	
Основные определения теории случайных процессов. Basic definitions in the theory of random processes	4	2	2		4	
Примеры процессов : Гальтона-Ватсона ветвящиеся процессы, вероятность вырождения, процесс восстановления, уравнение восстановления для функции восстановления, Процесс Пуассона (неоднородный), процесс винеровский. Применения процессов. Examples of random processes: Galton-Watson processes, extinction probability, renewal processes, renewal equation for a renewal function, (inhomogeneous) Poisson process, Wiener process. Applications of random processes.	5	2	2		4	1
Классы моделей процессов. Стационарные, гауссовские, с независимыми приращениями, мартингалы, марковские процессы Classes of process models. Stationary processes, Gaussian processes, processes with independent increments, martingales, Markov processes.	9	4	4		8	1
Непрерывность и дифференцируемость траекторий случайных процессов. Критерии таких свойств. Примеры. Continuity and differentiability of sample paths of random processes. Criteria for these properties. Examples.	4	2	2		4	
Интегрирование в среднем квадратическом случайных процессов . Критерий существования интегралов от случайных процессов. Примеры	4	2	2		4	

2применения Разложение в среднем квадр. процессов Integration of random processes in mean square. Criteria for integral existence. Example usage.						
Интегрирование по процессам с ортогональными приращениями. Спектральное представление стационарных процессов. Integration with respect to processes with orthogonal increments. Spectral representation of stationary processes.	9	4	4		8	1
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация –зачет						
Итого	36	16	16		33	3

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа

Промежуточная аттестация проходит в традиционных форма (зачет)

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Изучение теоретического материала, указанного в списке литературы (индивидуально и небольшими группами).

– R. Durrett. Essentials of Stochastic processes. – Springer, 2016. – 275 p. DOI: 10.1007/978-3-319-45614-0

Электронная версия: URL: <http://www.springer.com/gp/book/9783319456133>

– Y.A.Rozanov Introduction to Random Processes. – Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, 1987. DOI: 10.1007/978-3-642-72717-7

Электронная версия: URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-642-72717-7>

– Материалы курса лекций.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полностью	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки,	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

	знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	ошибки.	ошибки.	негрубых ошибок	несущественных ошибок	без ошибок.	
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»

не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы

Вопрос	Код компетенции
Приведите примеры из естественных наук практического применения процесса Пуассона Give examples of practical usage of Poisson process in natural sciences	ОПК-1
Приведите примеры из естественных наук практического применения процесса Винера Give examples of practical usage of Wiener process in natural sciences	ОПК-1
Будет ли стационарный случайный в узком смысле процесс стационарен в широком смысле? Will a strictly stationary random process be also stationary in wide sense?	ОПК-1
Когда стационарный процесс в широком смысле стационарен в узком смысле? When is a wide-sense stationary random process also strictly stationary?	ОПК-1
Можете ли указать условия, когда гауссовский процесс будет процессом с независимыми приращениями? Can you recall conditions under which a Gaussian process is a process with independent increments?	ОПК-1
О чем говорится в элементарной теореме процессов восстановления? What is the elementary renewal theorem about?	ОПК-1
Какие примеры процессов восстановления Вам известны? What examples of renewal processes do you know?	ОПК-1
Указать примеры процессов восстановления, у которых распределение числа восстановлений имеет явное аналитическое выражение? Give examples of renewal processes whose renewal count distribution has an analytic expression?	ОПК-1
Формулировка теоремы о дифференцируемости процесса в среднеквадратическом. Formulate the theorem about mean-squared differentiability of a random process	ОПК-1
Формулировка леммы Бореля – Кантелли Formulate the Borel-Cantelli theorem	ОПК-1
Лемма Лоева о сходимости в среднеквадратическом последовательности случайных величин Formulate the Loeve's Lemma on mean-squared convergence of a sequence of random variables.	ОПК-1
Интеграл от процесса, признак существования Give definition of the definite integral of a random process. Discuss existence criteria	ОПК-1
Свойства условных математических ожиданий относительно сигма-алгебры Properties of conditional mathematical expectations relative to a sigma-algebra	ОПК-1

5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Задача 1. В некоторой области пространства имеются однородные частицы. Под влиянием случайных причин в эту область извне могут проникать новые такие же частицы (или там могут возникать новые частицы), но они не могут покидать эту область (или исчезать). Если в

момент времени t в области имеется n частиц, то вероятность (условная) того, что за промежуток $(t, t + h)$ в этой области появится новая частица, не зависит от t и равна $\lambda_n \Delta t + o(\Delta t)$, где λ_n постоянные неотрицательные. Вероятность того, что за время Δt в области появится 2 или более новых частиц равна $o(\Delta t)$. В начальный момент $t = 0$ в области имелось 0 частиц.

а) Составить систему дифференциальных уравнений для вероятностей $p_n(t)$ того, что в любой момент времени t в области будет ровно n частиц.

б) Найти явные выражения вероятностей $p_n(t)$.

Homogenous particles in a spacial domain are considered. Under random causes new particles from outer space can get in (or new particles may appear), but they can't leave the domain (or disappear). If at time t there are n particles in the domain then the conditional probability that a new particle appears in the domain during time interval $(t, t + h)$ is independent of t and equals $\lambda_n \Delta t + o(\Delta t)$, where λ_n is a nonnegative constant. At time $t = 0$ there were 0 particle in the domain.

a) construct a system of differential equations for probabilities $p_n(t)$ of n particles being in the domain at time t .

b) find explicit formulae for the probabilities $p_n(t)$.

Задача 2. Пусть $X(t)$ – случайный процесс с независимыми приращениями $X(t) - X(s)$, распределенным по нормальному закону с математическим ожиданием равным 0, и дисперсией $\sigma^2 = t - s$. Пусть $X(0) = 0$. Найти все n - мерные плотности этого процесса.

Let $X(t)$ be a random process with independent increments $X(t) - X(s)$, the increments distributed according to the normal law with 0 mean and variance $\sigma^2 = t - s$. Assuming $X(0) = 0$, find all n -dimensional marginal densities for this random process.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. R. Durrett. Essentials of Stochastic processes. – Springer, 2016. – 275 p.

DOI: 10.1007/978-3-319-45614-0

Электронная версия: URL: <http://www.springer.com/gp/book/9783319456133>

б) дополнительная литература:

2. Y.A.Rozanov Introduction to Random Processes. – Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, 1987.

DOI: 10.1007/978-3-642-72717-7

Электронная версия: URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-642-72717-7>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: компьютерный класс, проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО /ОС ННГУ _____.

Автор д.ф-м.н., доцент _____ В.А.Зорин

Рецензент (ы) _____

Заведующий кафедрой _____

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 01.12.2021 года, протокол № 2.