

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением ученого совета ННГУ  
протокол от  
«30» ноября 2022 г. № 13

**Рабочая программа дисциплины**

**Введение в теорию волновых процессов**

---

Уровень высшего образования

**Бакалавриат**

---

Направление подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

---

Направленность образовательной программы

**Прикладная математика и информатика (общий профиль)**

---

Форма обучения

**очная**

---

Нижний Новгород

2023 год

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к к части, формируемой участниками образовательных отношений. Код дисциплины Б1.В.ДВ.11.06

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.11.06 <b>»Введение в теорию волновых процессов»</b> относится к части ООП направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-13. Способен участвовать в исследовании математических моделей в естественных науках и технике	<p>ПК-13.1. Знает методы создания, анализа и исследования математических моделей в естественных науках и технике</p> <p>ПК-13.2. Знает математические методы обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований</p>	<p>Знать основные принципы, факты, понятия, аналитические и численные методы, изучаемые в дисциплине:</p> <p>1) понятия сосредоточенной и распределённой динамической системы, общие свойства непрерывных линейных динамических систем;</p> <p>2) основные факты теории рядов Фурье и преобразования Фурье в различных функциональных пространствах;</p> <p>3) понятия дисперсии линейных волн, закона дисперсии (дисперсионного уравнения), фазовой и групповой скоростей, волнового пакета;</p> <p>4) универсальные факты и асимптотические методы теории диспергирующих и диффразирующих волн (расплывание волновых пакетов и пучков, методы построения укороченных уравнений, метод стационарной фазы, параксиальное приближение);</p> <p>5) понятия консервативной и диссипативной системы, понятия асимптотической устойчивости и устойчивости по Ляпунову для распределённых систем, методы анализа устойчивости (спектральный, методы Ляпунова);</p> <p>6) понятие лагранжевой системы,</p>	Собеседование

		<p>вариационный принцип Лагранжа, запись уравнений Эйлера — Лагранжа для распределённых систем и соответствующих законов сохранения энергии-импульса, приближённые вариационные методы анализа волновых явления (методы Рунца и Уизема);</p> <p>7) понятия автомодельного решения и солитона (солитоноподобного решения);</p> <p>8) понятие о полностью интегрируемых системах, конкретные примеры нелинейных интегрируемых распределённых систем.</p>	
	<p><i>ПК-13.3. Умеет корректно использовать методы создания, анализа и исследования математических моделей, умеет применять численные и аналитические методы решения базовых математических задач и классических задач естествознания в практической деятельности</i></p>	<p>Уметь решать математические задачи и проблемы волновой теории, аналогичные ранее изученным:</p> <p>1) выполнять математическую постановку задач волновой теории;</p> <p>2) идентифицировать основные типы волновых явлений в конкурентных системах</p> <p>3) определять закон дисперсии линейных волн для конкретных дифференциальных или интегро-дифференциальных уравнений и анализировать динамику линейных волн на основе известного закона дисперсии;</p> <p>4) использовать спектральные методы для численного решения линейных волновых задач;</p> <p>5) анализировать устойчивость однородных состояний равновесия в распределённых системах и применять избранные методы для исследования устойчивости неоднородных и нестационарных решений;</p> <p>6) находить автомодельные решения для конкретных дифференциальных или интегро-дифференциальных уравнений;</p> <p>7) применять универсальные математические пакеты для решения уравнений волновых процессов.</p>	<p>Практическое задание</p> <p>Контрольная работа</p>

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	2 ЗЕТ
Часов по учебному плану	72
в том числе	

<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>37</b>
- занятия лекционного типа	24
- занятия семинарского типа	12
- занятия лабораторного типа	
- текущий контроль (КСР)	1
<b>самостоятельная работа</b>	<b>35</b>
<b>Промежуточная аттестация – зачет</b>	

### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Раздел 1. Введение: математическое описание волновых движений.	6	3	1		4	2
Раздел 2. Линейные диспергирующие волны.	24	8	4		12	12
Раздел 3. Устойчивость и неустойчивость волновых движений.	8	3	2		5	3
Раздел 4. Нелинейные взаимодействия волн. Гиперболические системы без дисперсии.	14	5	2		7	7
Раздел 5. Нелинейные волны в диспергирующих и диссипативных системах.	19	5	3		8	11
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация – зачет						
<b>Итого</b>	<b>72</b>	<b>24</b>	<b>12</b>		<b>1</b>	<b>35</b>

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (зачет).

## 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

### Виды самостоятельной работы студентов:

- проработка теоретического материала лекционных занятий;
- подготовка домашних заданий к научно-практическим занятиям;
- подготовка к промежуточной аттестации в форме зачёта.

### Проработка теоретического материала лекционных занятий

Проработка теоретического материала лекционных занятий выполняется самостоятельно с использованием лекционных материалов и материалов из списков основной и дополнительной литературы. Контроль выполняется в форме проведения устного опроса-беседы в рамках лекционных и научно-практических занятий.

#### **Подготовка домашних заданий к научно-практическим занятиям**

В качестве домашних заданий выдаются задачи, присутствующие в материалах из списков основной и дополнительной литературы, а также модификации таких задач. Учащиеся сдают выполненные домашние задания для проверки. При необходимости проводится коллективное обсуждение у доски результатов выполнения отдельных заданий одним или двумя студентами.

#### **Подготовка к промежуточной аттестации в форме зачёта**

В качестве методических материалов при подготовке к экзамену рекомендуется использовать собственные конспекты лекций, а также источники, рекомендованные в списке литературы раздела 6.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

### **5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:**

#### **5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможно оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные

	вследствие отказа обучающегося от ответа	Имели место грубые ошибки.	ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможно оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

#### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы (к зачёту)

<i>вопросы</i>	<i>Код формируемой компетенции</i>
1. Распределённые динамические системы, понятие о волновых движениях. Линейные и нелинейные волны. Диспергирующие волны и гиперболические системы. Свойства непрерывных линейных динамических систем (фундаментальная матрица, вид общего решения однородных и неоднородных задач, решение начальной задачи, равенство Коши).	<i>ПК-13</i>
2. Ряды и интегралы Фурье в различных пространствах (пространства интегрируемых функций, функций, интегрируемых с квадратом, пространство Шварца, сопряжённые пространства обобщённых функций).	<i>ПК-13</i>
3. Цепочка связанных осцилляторов. Собственные волны в цепочке связанных осцилляторов. Гармонические волны. Дисперсионное соотношение. Общее решение. Решение начальной задачи. Нераспространяющиеся (эванесцентные) волны.	<i>ПК-13</i>
4. Распространение волн при наличии дисперсии. Примеры линейных уравнений с дисперсией. Укороченные уравнения (уравнения для огибающей), уравнение Шрёдингера. Фазовая и групповая скорости. Волновые пакеты. Расплывание волновых пакетов. Автомодельные решения уравнения Шрёдингера. Спектральные методы численного решения уравнений.	<i>ПК-13</i>
5. Длинноволновое приближение. Волновое уравнение. Плоские волны. Характеристики. Решение начальной задачи в однородной безграничной среде. Решение неоднородного (при наличии источников) уравнения Гельмгольца и неоднородного волнового уравнения. Запаздывающие потенциалы.	<i>ПК-13</i>
6. Волновые пучки. Дифракция. Параболическое (квазиоптическое, параксиальное) приближение. Фокусировка и дефокусировка волновых пучков.	<i>ПК-13</i>
7. Вариационный принцип наименьшего действия. Лагранжевы системы. Уравнения Эйлера — Лагранжа для распределённых систем. Энергия и импульс волн. Законы сохранения энергии и импульса. Тензор энергии-импульса.	<i>ПК-13</i>
8. Приближённые вариационные методы. Метод Ритца. Усреднённый лагранжиан и метод Уизема.	<i>ПК-13</i>
9. Устойчивость по Ляпунову и асимптотическая устойчивость. Неустойчивость в линейных задачах. Спектральный критерий устойчивости. Затухание и нарастание волновых амплитуд в полуограниченных областях.	<i>ПК-13</i>
10. Примеры систем с неустойчивостями. Неустойчивость Тьюринга.	<i>ПК-13</i>
11. Трёхволновые и четырёхволновые взаимодействия. Условия резонанса для связанных нелинейных осцилляторов и условия синхронизма для волн. Укороченные уравнения. Соотношения Мэнли — Роу. Распадная неустойчивость.	<i>ПК-13</i>
12. Множественные синхронизмы в гиперболических системах без дисперсии. Примеры систем (кинематические волны, газовая динамика). Простые волны. Ударные волны. Образование разрыва. Оценка длины и времени опрокидывания.	<i>ПК-13</i>

13. Уравнение Бюргерса. Структура фронта ударной волны. Скорость движения фронта ударной волны. Скорость диссипации энергии на фронте. Замена Коула — Хопфа.	ПК-13
14. Солитоны. Конкуренция дисперсии и нелинейности. Устойчивость солитонов. Второй метод Ляпунова. Лемма Соболева. Диссипативные солитоны.	ПК-13
15. Уравнение Кортевега — де Фриза. Интегралы уравнения Кортевега — де Фриза. Интегрируемые системы. Солитоны и их устойчивость.	ПК-13
16. Нелинейное (кубическое) уравнение Шрёдингера. Интегралы уравнения Шрёдингера. Метод моментов. Солитоны огибающих и их устойчивость.	ПК-13
17. Системы «реакция — диффузия». Примеры систем «реакция — диффузия» (уравнения Колмогорова — Петровского — Пискунова, уравнение Зельдовича, уравнения для среды элементов Фишью — Нагумо). Типы автомодельных решений. Волны горения и переключения.	ПК-13
18. Хаос в распределённых системах. Показатели Ляпунова.	ПК-13

### 5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции «ПК-13»

Задача 1. Записать дисперсионное уравнение, связывающее частоту и волновое число, для системы телеграфных уравнений

$$\partial_x U + L \partial_t I + RI = 0,$$

$$\partial_x I + C \partial_t U + GU = 0$$

для тока  $I(x, t)$  и напряжения  $U(x, t)$  в двухпроводной электрической линии, здесь  $L > 0$ ,  $R \geq 0$ ,  $C > 0$  и  $G \geq 0$  — погонная (приходящаяся на единицу длины) индуктивность линии, погонное сопротивление проводников, погонная ёмкость линии и проводимость изоляции соответственно (система записана в системе единиц СИ). Найти решения полученного дисперсионного уравнения относительно частоты для действительных волновых чисел. Ответить на следующие вопросы. Сколько решений дисперсионного уравнения (веток) существует для действительных волновых чисел? При любых ли действительных волновых числах решения для частоты также чисто действительны? Если нет, то при каких волновых числах имеются комплексные решения и какие значения может принимать мнимая часть? Какие значения может принимать действительная часть частоты? Записать разложения решений дисперсионного уравнения по степеням волнового числа в длинноволновом приближении (то есть вблизи нулевого значения волнового числа), оставляя только не зависящее от волнового числа слагаемое и первое зависящее.

Задача 2. Доказать формулу Рэлея  $v_g = v_p - \lambda dv_p/d\lambda$ , связывающую фазовую  $v_p$  и групповую  $v_g$  скорости,  $\lambda = 2\pi/h$  — длина волны и  $h$  — волновое число.

Задача 3. С помощью метода стационарной фазы определить главный член асимптотического разложения решения линейного уравнения Кортевега — де Фриза  $u_t + u_x + u_{xxx} = 0$  с начальным условием  $u(x, t = 0) = A \exp(-x^2/2a^2)$  при  $t \rightarrow +\infty$  и заданном



$x/t$ . Здесь  $A$  и  $a$  — положительные константы. С помощью полученной формулы оценить характерное количество волновых горбов в зависимости от времени  $t$ .

Задача 4. Найти решение уравнения Бюргерса  $u_t + uu_x = \mu u_{xx}$  с начальным условием  $u(x, t = 0) = A \sin px$ . Здесь  $\mu$ ,  $A$  и  $p$  — действительные положительные константы. Записать главный член асимптотики решения при  $t \rightarrow +\infty$ . Построить графики, качественно описывающие эволюцию поля  $u(x, t)$  во времени.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Трубецков Д. И., Рожнев А. Г. - Линейные колебания и волны: учеб. пособие для студентов вузов. - М.: Физматлит, 2001. - 416 с. [48 экземпляров]
2. Кузнецов А. П., Рожнев А. Г., Трубецков Д. И. - Линейные колебания и волны: сб. задач : учеб. пособие для вузов. - М.: Физматлит, 2001. - 128 с. [49 экземпляров]
3. Рабинович М. И., Трубецков Д. И. - Введение в теорию колебаний и волн: учеб. пособие для физ. специальностей вузов. - М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1984. - 432 с. 1984. - 432 с. [160 экземпляр + 1 экземпляр более нового издания]
4. Юнаковский А. Д. - Начала вычислительных методов для физиков. - Н. Новгород: ИПФ РАН, 2007. - 220 с. [58 экземпляров]
5. Лайтхилл М. Дж. (ред.) - Нелинейная теория распространения волн. - М.: Мир, 1970. [В форме электронного документа доступна на сайте EdWorld «Мир математических уравнений», ИПМ РАН, 2004-2016, URL <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/physics/wave.htm> — свободный доступ]
6. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. - Теория волн. М.: Наука, 1979. [В форме электронного документа доступна на сайте EdWorld «Мир математических уравнений», ИПМ РАН, 2004-2016, URL <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/physics/wave.htm> — свободный доступ]
7. Карпман В.И. - Нелинейные волны в диспергирующих средах. М.: Наука, 1973. [В форме электронного документа доступна на сайте EdWorld «Мир математических уравнений», ИПМ РАН, 2004-2016, URL <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/physics/wave.htm> — свободный доступ]

б) дополнительная литература:

1. Вайнштейн Л. А. - Электромагнитные волны. - М.: Радио и связь, 1988. - 440 с. [233 экземпляра]
2. Алешкевич В.А., Деденко Л.Г., Караваев В.А. - Колебания и волны. Лекции. М.: Физфак МГУ, 2001. [В форме электронного документа доступна на сайте EdWorld «Мир математических уравнений», ИПМ РАН, 2004-2016, URL <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/physics/wave.htm> — свободный доступ]
3. Жаботинский А.М. - Концентрационные автоколебания. М.: Наука, 1974. [В форме электронного документа доступна на сайте EdWorld «Мир математических уравнений», ИПМ РАН, 2004-2016, URL <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/physics/wave.htm> — свободный доступ]

4. Компанеец А.С. – Ударные волны. М.: ГИФМЛ, 1963. [В форме электронного документа доступна на сайте EdWorld «Мир математических уравнений», ИПМ РАН, 2004-2016, URL <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/physics/wave.htm> — свободный доступ]
5. Пейн Г. – Физика колебаний и волн. М.: Мир, 1979. [В форме электронного документа доступна на сайте EdWorld «Мир математических уравнений», ИПМ РАН, 2004-2016, URL <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/physics/wave.htm> — свободный доступ]

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Современная цифровая образовательная среда РФ. [сайт]. Учебные курсы.

URL: <https://online.edu.ru/public/courses?faces-redirect=true>

Необходимые Интернет-ресурсы указаны в п.п. (а) и (б).

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: презентационным оборудованием для проведения обсуждений и компьютерных демонстраций (лаборатории 218, и 220 кафедры ТУиДС, корп.2).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор: к.ф.-м.н., доц. каф. ТУиДС Костин В.А.

Рецензент: д.т.н., профессор НГТУ им. Р.Е. Алексеева Ломакина Л.С.

Заведующий кафедрой ТУиДС: д.ф.-м.н. Осипов Г.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.