

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением ученого совета ННГУ  
протокол от  
«30» ноября 2022 г. № 13

**Рабочая программа дисциплины**

**Теория массового обслуживания**

*(наименование дисциплины (модуля))*

Уровень высшего образования

**Бакалавриат**

*(бакалавриат / магистратура / специалитет)*

Направление подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы

**Прикладная математика и информатика (общий профиль)**

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения

**Очная**

*(очная / очно-заочная / заочная)*

**Нижний Новгород  
2023**

### 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

Код дисциплины – Б1.В.ДВ.11.04.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина – Б1.В.ДВ.11.04 «Теория массового обслуживания» относится к части ООП направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», формируемой участниками образовательных отношений.

### 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

3.

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>ПК-3.</b> Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	<b>ПК-3.1.</b> Знает методы сбора, обработки и интерпретации данных современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	<b>Знать:</b>  - основные элементы систем массового обслуживания и основные показатели качества их работы; - свойства марковских случайных процессов с дискретным и непрерывным временем;  - этапы построения марковской модели обслуживания;  - основные особенности метода вложенных цепей Маркова.	Контрольные вопросы, практические задания.
	<b>ПК-3.2.</b> Умеет собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	<b>Уметь:</b>  - вычислять важнейшие критерияльные характеристики для конкретных СМО;  - строить математическую модель системы с использованием марковских случайных процессов; - исследовать марковские модели обслуживания;	Контрольные вопросы, контрольная работа.

	ниям		
	<b>ПК-3.3.</b> Имеет практический опыт сбора и обработки данных современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	<b>Владеть:</b> навыками построения и анализа систем массового обслуживания;  -методами решения задач оптимизации в управляемых стохастических системах.	Контрольные вопросы, практические задания, доклад.

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>2 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>72</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>37</b>
- занятия лекционного типа	24
- занятия семинарского типа	12
- занятия лабораторного типа	
- текущий контроль (КСР)	1
<b>самостоятельная работа</b>	<b>35</b>
<b>Промежуточная аттестация – зачет</b>	

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
<b>Основные показатели качества обслуживания в СМО.</b> Вероятность потери требования в системе с потерями. Функция распределения времени ожидания требования в системе с ожиданием. Среднее время ожидания. Распределение длины интервала занятости прибора. Распределение величины очереди. Нахождение данных характеристик для некоторых систем массового обслуживания.	16	6	3		9	7
<b>Марковские случайные процессы и их свойства.</b> Марковские случайные процессы с дискретным множеством состояний и дискретным временем: определение, матрица вероятностей перехода за	16	6	3		9	7

один шаг, рекуррентная формула для нахождения одномерных распределений процесса, примеры. Непрерывные цепи Маркова: определение, плотность вероятности перехода, поток вероятности перехода, уравнение Колмогорова, условие существования финальных вероятностей для состояний системы, схема гибели и размножения, примеры.						
<b>Марковские модели массового обслуживания.</b> Этапы построения марковской модели. Система из $n$ элементов и $r$ ( $r < n$ ) восстанавливающих приборов. Система массового обслуживания М/М/1/8 с ожиданием. Многолинейная система М/М/ $n$ /N с ограниченной очередью и ограниченным временем ожидания.	19	6	3		9	10
<b>Полумарковские модели и приоритетные системы. Системы обслуживания с переменной структурой.</b> Метод вложенных цепей Маркова. Относительный и абсолютный приоритет, пример. Одноканальная система массового обслуживания с двумя простейшими потоками и абсолютным приоритетом. Нахождение вероятности потери требования и распределения времени пребывания в системе произвольной заявки. Основные элементы систем обслуживания с переменной структурой и способы их описания. Понятия потоков насыщения, алгоритма управления потоками, стратегии механизма обслуживания потоков.	20	6	3		9	11
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация – зачет						
<b>Итого</b>	<b>72</b>	<b>24</b>	<b>12</b>		<b>37</b>	<b>35</b>

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет).

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов включает в себя самостоятельное изучение некоторых разделов курса "Теория массового обслуживания", подготовку к контрольной работе и подготовку доклада по заданной теме. При выполнении самостоятельной работы студенту предлагается использовать конспекты лекций и литературу, приведенную ниже.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень	Шкала оценивания сформированности компетенций
---------	---

сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»

	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1. Контрольные вопросы для оценки сформированности компетенции ПК – 3:

Вопросы	Код формируемой компетенции
1. Привести примеры реальных систем, математической моделью которых может служить система массового обслуживания.	ПК -3
2. Перечислить основные показатели качества обслуживания в СМО. Поставить задачу оптимизации алгоритмического управления потоками в УСПСО.	ПК-3
3. Описать метод нахождения вероятности потери требования	ПК -3
4. В чем заключается способ нахождения функции распределения времени ожидания требования?	ПК -3
5. Как найти распределение длины интервала занятости прибора?	ПК -3
6. Описать метод нахождения распределения длины очереди.	ПК -3
7. Дать определение марковских случайных процессов и перечислить их основные свойства.	ПК -3
8. Записать уравнения Колмогорова и пояснить их содержательное значение.	ПК -3
9. Перечислить этапы построения марковской модели обслуживания и проиллюстрировать их на примере.	ПК -3
10. В чем заключается метод вложенных цепей Маркова. Привести пример.	ПК -3
11. Дать определение относительного и абсолютного приоритетов. Пояснить на примерах.	ПК -3
12. Перечислить все компоненты УСПСО и на содержатель-	ПК -3

ном уровне дать их описание.	
13. Указать отличительные особенности нелокального описания входных потоков.	ПК -3
14. Дать определение потоков насыщения и провести их классификацию.	ПК -3
15. Пояснить понятие стратегии механизма обслуживания.	ПК -3
16. Поставить задачу оптимизации алгоритмического управления потоками в УСПСО.	ПК -3

#### 5.2.2. Типовая контрольная работа для оценки сформированности компетенции ПК - 3:

1. На вход двухканальной СМО с отказами поступает простейший поток заявок с интенсивностью  $\lambda = 0.5$ . Время обслуживания показательное с параметром  $\mu = 0.9$ . В начальный момент времени каналы заняты. Построить размеченный граф состояний СМО. Найти вероятности состояний системы в установившемся режиме и вычислить коэффициенты загрузки и простоя в данной системе.
2. По двум урнам разложено  $n$  белых и  $n$  черных шаров так, что каждая урна содержит  $n$  шаров. Число черных шаров в первой урне определяет состояние системы. В каждый момент времени выбирают случайно по одному шару из каждой урны и выбранные шары меняют местами. Найти вероятности перехода.
3. Железнодорожная сортировочная горка, на которую подается простейший поток составов с интенсивностью  $\lambda = 2$  состава в час, представляет собой одноканальную СМО с неограниченной очередью. Время обслуживания (ропуска состава на горке) имеет показательное распределение со средним значением 20 минут. Найти предельные вероятности состояний СМО, среднее число составов, связанных с горкой, среднее число составов в очереди и среднее время пребывания состава в системе.

#### 5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК – 3:

1. Вычислить по графу состояний, пользуясь схемой гибели и размножения, финальные вероятности состояний для простейшей двухканальной СМО с тремя местами в очереди при заданных характеристиках поступления и обслуживания требований. Найти для данной СМО важнейшие ее показатели качества непосредственно через финальные вероятности состояний.
2. Бригада из трех рабочих обслуживает 10 станков. Поток отказов каждого станка имеет интенсивность 0.5, среднее время наладки станка равно 15. Все потоки событий простейшие. Найти абсолютную пропускную способность СМО и среднее число неисправных станков.
3. Имеется простейшая трехканальная СМО с отказами. На нее поступает поток заявок с интенсивностью 4 заявки в минуту. Время обслуживания заявки одним каналом 0.5 минут. Определить, выгодно ли с точки зрения пропускной способности СМО заставить все три канала обслуживать заявки сразу? Как это скажется на среднем времени пребывания заявки в СМО?

#### 5.2.4. Темы докладов для оценки сформированности компетенции ПК – 3:

1. Исследование системы массового обслуживания с потерями и приоритетным обслуживанием.
2. Принцип введения дополнительных переменных при рассмотрении многомерных марковских моделей массового обслуживания.
3. Статистическое моделирование.
4. Исследование систем с малой загрузкой.
5. Функционирование системы в условиях большой загрузки.
6. Системы с полной информацией.
7. Системы с неполной информацией.
8. Системы обслуживания с возможностью изменения вероятностной структуры входных потоков
9. Управление потоками требований по алгоритму с приоритетом.

**5.2.5. Типовые контрольные вопросы для собеседования для оценки сформированности компетенции ПК -3:**

1. Как найти вероятность потери требования в системах с потерями?
2. Приведите формулу для вычисления среднего времени ожидания.
3. Что такое интервал занятости прибора и каким образом он определяется?
4. Как найти среднюю длину очереди в системах с ожиданием в стационарном режиме?
5. Дайте определение марковских случайных процессов с дискретным множеством состояний и дискретным временем.
6. Приведите рекуррентную формулу для нахождения одномерных распределений марковского процесса.
7. Определите плотность вероятности перехода для непрерывных цепей Маркова.
8. В чем заключается схема гибели и размножения?
9. Перечислите этапы построения марковской модели процесса обслуживания.
10. Опишите на содержательном уровне систему из  $n$  элементов и  $r$  восстанавливающих приборов.
11. Какие особенности имеет марковская модель системы обслуживания  $M/M/1/\infty$  с ожиданием?
12. Укажите способ построения марковской модели для многолинейной системы  $M/M/p/N$  с ограниченной очередью и ограниченным временем ожидания.
13. Опишите суть метода вложенных цепей Маркова.
14. Приведите примеры реальных систем обслуживания с относительным и абсолютным приоритетами.
15. Какие элементы необходимо описать для задания системы обслуживания с переменной структурой?
16. В чем заключается нелокальный способ задания входного потока, и чем он отличается от локального способа?
17. Укажите принципы классификации потоков насыщения.

**6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Хинчин А.Я. Работы по математической теории массового обслуживания. - М: ГИФМЛ, 1963.



<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/probability.htm>

2. Федоткин М. А. Модели в теории вероятностей. Учебник. — М.: Наука — ФИЗМАТ-ЛИТ, 2012 (196 экз. в библиотеке).

б) дополнительная литература:

1. Гихман И.И. Введение в теорию случайных процессов. — М.: Наука, 1965 (36 экз. в библиотеке).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. Интернет-ресурсы электронного портала ИИТММ

<http://www.itmm.unn.ru/studentam/uchebno-metodicheskie-materialy/>

2. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ им. Лобачевского

<http://www.unn.ru/books/resources.html>

3. Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор: к.ф.-м.н., доцент кафедры ТВиАД Голышева Н. М.

Рецензент: д.т.н., профессор НГТУ им. Р.Е. Алексеева Ломакина Л.С.

Заведующий кафедрой ТВиАД: д.ф.-м.н. Зорин А.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.