

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением президиума
Ученого совета ННГУ
от 14.12.2021 г.
протокол № 4

Рабочая программа дисциплины

Дифференциальные уравнения
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
бакалавриат
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
020302 Фундаментальная информатика и информационные технологии
(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения
очная
(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2022 год

21. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» (код Б1.О.09) относится к обязательной части ООП по направлению подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии». Дисциплина читается студентам 2 курса в 4 семестре, 4 зачетных единицы, 144 часа, экзамен.

Изучение данной дисциплины осуществляется на основе достигнутого уровня формирования компетенций при изучении базовых математических дисциплин – математического анализа, геометрии и алгебры, дискретной математики. Формирование компетенций, происходящее при изучении дисциплины «Дифференциальные уравнения», получает окончательное завершение при изучении последующих дисциплин, таких как «Концепции современного естествознания», а также при прохождении производственной практики и в ходе итоговой государственной аттестации.

Основная цель курса "Дифференциальные уравнения" состоит в изучении и практическом освоении основных методов и приемов интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений, их применения в исследовании различных проблем математики, механики, физики, астрономии, а также вытекающих из них теоретических и практических следствий. Кроме основных классов дифференциальных уравнений и систем, курс включает теоремы общей теории дифференциальных уравнений, такие как теорема существования и единственности решения задачи Коши, теорема о непрерывной зависимости решения от параметров и начальных данных, теорема о продолжении решения. Практические занятия строятся таким образом, чтобы студенты овладели навыками интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.09 «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части ООП направления подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии».

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
УК-1	УК-1.2. Умеет соотносить	Уметь_ интерпретировать новую информацию в предметной области.	Собеседование

Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	Знать__ основные факты из математического анализа, геометрии и алгебры и других дисциплин, на которые опирается изучение данной дисциплины; Владеть терминологией предметной области;	
	УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными объектами и сетью Интернет, опыт научного поиска, опыт библиографического разыскания, создания научных текстов.	Владеть - навыками поиска информации в рамках предметной области в сети Интернет и других источниках; навыками создания текстов в рамках предметной области.	Реферат
ОПК-1	ОПК-1.1. Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук, базовые теории и основную терминологию.	Знать основные типы состояний равновесия линейной системы второго порядка. Уметь _осуществлять линеаризацию нелинейных систем второго порядка Владеть математическим и алгоритмическим мышлением, математической культурой;	Тест
	ОПК-1.3. Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности.	Знать - основные типы ДУ первого порядка, допускающие нахождение решений, -структуру общего решения линейных ДУ с постоянными коэффициентами. Уметь решать основные типы ДУ первого порядка, решать линейные ДУ с постоянными коэффициентами Владеть методикой построения фазовых портретов двумерных динамических систем;	Контрольная работа

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
--	----------------------

Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	34
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	16
- занятия лабораторного типа	0
- текущий контроль (КСР)	2
самостоятельная работа	74
Промежуточная аттестация – экзамен	36

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Раздел 1. Введение. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Теорема существования и единственности задачи Коши. Основные классы уравнений 1-го порядка, интегрируемые в квадратурах.	24	4	4		8	16
Раздел 2 Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами	28	4	4		8	20
Раздел 3 Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	26	4	4		8	18
Раздел 4 Состояния равновесия двумерных автономных систем	30	5	5		10	20
Текущий контроль (КСР)						
Промежуточная аттестация – экзамен	36					
Итого	144					

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Ниже приводятся виды самостоятельной работы студентов, порядок их выполнения и контроля, приводится учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы по ее отдельным видам и разделам дисциплины.

- проработка теоретического материала лекционных занятий;
- подготовка домашних заданий к научно-практическим занятиям;
- подготовка к выполнению письменных контрольных работ;
- подготовка к промежуточной аттестации в форме зачета.

4.1. Проработка теоретического материала лекционных занятий

Выполняется самостоятельно с использованием лекционных материалов. Контроль выполняется в форме проведения ежемесячного письменного экспресс - опроса по понятиям, фактам, формулировкам, выполняемого в течение 15 минут на научно-практических занятиях. Опросы включают по пять коротких вопросов и оцениваются баллами от 0 до 5 (сумма баллов, полученных за ответ на каждый вопрос), а также итоговым двоичным показателем «зачтено» - «не зачтено». «Зачтено» соответствует полученным баллам от 3 и выше.

4.2. Подготовка домашних заданий к научно-практическим занятиям

Проверка выполнения домашних заданий проводится в начале каждого практического занятия. Используется две формы контроля: – выборочная проверка выполнения заданий у двух-трех человек из группы; – проверка в форме коллективного обсуждения у доски результатов выполнения отдельных заданий одним или двумя студентами.

4.3. Подготовка к выполнению письменных контрольных работ

В течение семестра проводится две аудиторные контрольные работы по материалам разделов лекционного курса: 1,2 и 3,4 (см. таблицу с описанием разделов дисциплины из п. 3.2.).

Для подготовки к контрольным работам рекомендуется повторно прочитать соответствующий лекционный материал, просмотреть полезные разделы в соответствующих источниках из списка рекомендованной литературы (раздел 6), а также самостоятельно решить несколько задач по теме контрольной работы.

4.4. Подготовка к промежуточной аттестации в форме экзамена

В качестве методических материалов при подготовке к зачету рекомендуется использовать собственные конспекты лекций, просмотреть решения задач, выполненные на практических занятиях и во время выполнения домашних заданий, а также источники, рекомендованные в списке литературы раздела 6.

Образовательные материалы для самостоятельной работы студентов:

Раздел 1. Бибиков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие. 2-е изд. - СПб.: Издательство: "Лань", 2011.- 304 с. (доступно в ЭБС «Лань», режим доступа: <http://e.lanbook.com/>).

Раздел 2. Петрушко И.М. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. Лекции и практикум: учебное пособие. 2-е изд. - СПб.: Издательство: "Лань", 2008.- 480 с. (доступно в ЭБС «Лань», режим доступа: <http://e.lanbook.com/>).

Раздел 3. Тихонов А.Н. Дифференциальные уравнения: учебник. /Тихонов А.Н. Васильева А.Б. Свешников А.Г. - М.: Физматлит, 2005.

Раздел 4. Треногий В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. (доступно в ЭБС «КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА», режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru>).

6 Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы для проведения собеседования

Вопросы	Код формируемой компетенции
1. Определение производной, ее геометрический смысл	УК – 1
2. Понятие первообразной функции, неопределенный интеграл	УК - 1
3. Понятие общего и частного решения дифференциального уравнения 1-го порядка	УК - 1
4. Геометрическая интерпретация дифференциального уравнения 1-го порядка	УК - 1
5. Что такое полный дифференциал?	УК - 1
6. Что такое линейное уравнение 1-го порядка	УК - 1
7. Что такое характеристическое уравнение?	УК - 1
8. Какие типы состояний равновесия могут быть у линейной системы второго порядка	УК - 1
9. Что такое «линеаризация» системы?	УК - 1
10. Что такое «линейный осциллятор»? Что он описывает?	УК - 1

5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ОПК – 1.

1. Нарисовать фазовый портрет линейного осциллятора

$$\ddot{x} + 2\dot{x} - 3x = 0$$

2. Нарисовать фазовый портрет линейного осциллятора

$$\ddot{x} + \dot{x} - 3x = 0$$

3. Нарисовать фазовый портрет линейного осциллятора

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + 3x = 0$$

4. Нарисовать фазовый портрет линейного осциллятора

$$8\ddot{x} + 2\dot{x} - 8x = 0$$

5. Нарисовать фазовый портрет линейного осциллятора
 $\ddot{x} - 2\dot{x} - 3x = 0$

6. Нарисовать фазовый портрет линейного осциллятора
 $\ddot{x} + 2\dot{x} + 5x = 0$

7. Нарисовать фазовый портрет линейного осциллятора
 $\ddot{x} - 2\dot{x} + 5x = 0$

8. Нарисовать фазовый портрет линейного осциллятора
 $\ddot{x} + 2\dot{x} + 2x = 0$

9. Нарисовать фазовый портрет линейного осциллятора
 $\ddot{x} - 2\dot{x} + 2x = 0$

10. Нарисовать фазовый портрет линейного осциллятора
 $\ddot{x} + 2\dot{x} + 10x = 0$

11. Нарисовать фазовый портрет линейного осциллятора
 $\ddot{x} - 2\dot{x} + 10x = 0$

12. Нарисовать фазовый портрет линейного осциллятора
 $\ddot{x} + 4\dot{x} - 2x = 0$

13. Нарисовать фазовый портрет линейного осциллятора
 $\ddot{x} - 4\dot{x} - 2x = 0$

14. Нарисовать фазовый портрет линейного осциллятора
 $\ddot{x} + 4\dot{x} - 7x = 0$

15. Нарисовать фазовый портрет линейного осциллятора
 $\ddot{x} - 4\dot{x} - 7x = 0$

16. Нарисовать фазовый портрет линейного осциллятора
 $\ddot{x} + 4\dot{x} + x = 0$

17. Нарисовать фазовый портрет линейного осциллятора
 $\ddot{x} - 4\dot{x} + x = 0$

18. Нарисовать фазовый портрет линейного осциллятора
 $\ddot{x} + 4\dot{x} + 3x = 0$

5.2.3. Типовые задания для оценки сформированности компетенции ОПК – 1. (Задачи для контрольной работы).

1. Начертить приближенно с помощью изоклин решения данного уравнения

$$y' = y - x^2.$$

2. Составить дифференциальное уравнение заданного семейства линий

$$x^2 + Cy^2 = 2y.$$

3. Составить дифференциальное уравнение траекторий, пересекающих линии данного семейства под заданным углом φ

$$x^2 = y + Cx, \quad \varphi = 90^\circ.$$

4. Решить уравнение и построить несколько его интегральных кривых

$$(x^2 - 1)y' + 2xy^2 = 0.$$

5. Найти кривые, у которых точка пересечения любой касательной с осью абсцисс имеет абсциссу, вдвое меньшую абсциссы точки касания.

6. Решить уравнение и нарисовать картину расположения его интегральных кривых

$$y^2 + x^2 y' = xy.$$

7. Решить уравнение

$$(2x - 4y + 6)dx + (x + y - 3)dy = 0.$$

8. Решить уравнение

$$2x^2 y' = y^3 + xy.$$

9. Решить уравнение

$$y' + y \operatorname{tg} x = \sec x.$$

10. Решить уравнение

$$xy^2 y' = x^2 + y^3$$

13. Решить уравнение

$$y'' + y' - 2y = 3xe^x.$$

14. Решить уравнение методом вариации произвольных постоянных

$$y'' + 2y' + y = 3e^{-x}\sqrt{x+1}.$$

15. Найти решение уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям

$$y'' + 2y' + 2y = xe^{-x}; \quad y(0) = y'(0) = 0.$$

16. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = x + y \\ \dot{y} = 3y - 2x \end{cases}$$

17. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y + z \\ \dot{y} = x + 2y - z \\ \dot{z} = x - y + 2z \end{cases}$$

18. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x + y + 4e^{5t} \\ \dot{y} = y - 2x \end{cases}$$

19. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -4x - 2y + \frac{2}{e^t - 1} \\ \dot{y} = 6x + 3y - \frac{3}{e^t - 1} \end{cases}$$

20. Исследовать особые точки уравнения

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x - 2y}{3x - 4y}$$

21. Исследовать состояния равновесия системы

$$10 \begin{cases} \dot{x} = x + 3y \\ \dot{y} = -6x - 5y \end{cases}$$

Пример контрольной работы:

Variant № 1

Find the general solutions of the equations:

1. $2x^2yy' + y^2 = 2,$
2. $y^2 + x^2y' = xy y',$
3. $y' + \frac{x+1}{x}y = 3xe^{-x},$
4. $2xydx + (x^2 - y^2)dy = 0.$

5.2.4. Темы рефератов

1. Понятие производной функции одной переменной и ее применения
2. Понятие частной производной и ее применения
3. Методы интегрирования
4. Полный дифференциал и вычисление криволинейного интеграла второго рода
5. Собственные числа и вектора матрицы второго порядка и их использование при решении линейных систем дифференциальных уравнений
6. Линеаризация нелинейных систем
7. Линейный осциллятор

Примеры экзаменационных билетов

(оценка формирования ОПК-1, ПК-2)

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет

им. Н.И. Лобачевского

Институт/факультет _ИИТММ_____

Кафедра __ТУиДС_____

Дисциплина _Дифференциальные уравнения_____

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Дифференциальное уравнение 1-го порядка, разрешенное относительно производной. Решение уравнения. Интегральные кривые. Поле направлений.
2. Дифференциальные уравнения Бернулли
3. Задача.....

Зав. кафедрой _____ Осипов Г.В.

Экзаменатор _____ Савельев В.П.

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет

им. Н.И. Лобачевского

Институт/факультет _ИИТММ_____

Кафедра __ТУиДС_____

Дисциплина _Дифференциальные уравнения_____

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1 Дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными и приводящиеся к нему.

2 Структура общего решения неоднородного линейного уравнения. Метод вариации произвольных постоянных.

3 * Задача

Зав. кафедрой _____Осипов Г.В.

Экзаменатор _____Савельев В.П.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

а) основная литература:

1. Бибииков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие. 2-е изд. - СПб.: Издательство: "Лань", 2011.- 304 с. (доступно в ЭБС «Лань», режим доступа: <http://e.lanbook.com/>).
2. Петрушко И.М. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. Лекции и практикум: учебное пособие. 2-е изд. - СПб.: Издательство: "Лань", 2008.- 480 с. (доступно в ЭБС «Лань», режим доступа: <http://e.lanbook.com/>).
3. Тихонов А.Н. Дифференциальные уравнения: учебник. /Тихонов А.Н. Васильева А.Б. Свешников А.Г. - М.: Физматлит, 2005.
4. Треногий В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. (доступно в ЭБС «КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА», режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru>).

б) дополнительная литература:

- 12 1. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости: учебное пособие. 3-е изд.- СПб.: Издательство: "Лань", 2008.- 480 с. (доступно в ЭБС «Лань», режим доступа: <http://e.lanbook.com/>).
2. Пантелеев А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс: учеб. пособие с мультимедиа сопровождением / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова, К.А. Рыбаков - М.: 2010. -384 с. (доступно в ЭБС «КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА», режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru>).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием

дисциплины) <http://www.lib.unn.ru/> , Университетская библиотека ONLINE

<http://www.biblioclub.ru> Библиотека "Лань" <http://e.lanbook.com/> , Ресурс открытого доступа

Электронная физико-математическая библиотека EqWorld ,

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/algebra.htm>).

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и доступом в электронную информационно-образовательную среду

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО /ОС ННГУ _____.

Автор (ы) ____ Савельев В. П.

Рецензент (ы) _____

Заведующий кафедрой ТУиДС_Осипов Г. В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 01.12.2021 года, протокол № 2.