

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Физический факультет  
Кафедра теоретической физики

УТВЕРЖДЕНО  
решением ученого совета ННГУ  
протокол № 4 от «14» декабря 2021г.

### **Рабочая программа дисциплины**

#### **Аналитическая геометрия**

---

Уровень высшего образования  
бакалавриат

Направление подготовки: 28.03.01 Нанотехнологии и микросистемная техника  
Направленность (профиль): "Материалы микро- и наносистемной техники"

Форма обучения: очная

Нижний Новгород, 2022

## 1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Аналитическая геометрия» относится к базовой части Б1.Б блока Б1 «Дисциплины (модули)», является обязательной для освоения, преподается на первом году обучения, в первом семестре. Объем дисциплины «Аналитическая геометрия» составляет 4 зачетных единицы, всего 144 часа, из которых 66 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (2 часа – мероприятия промежуточной аттестации; 32 часа занятия лекционного типа, 32 часа занятия семинарского типа (практические занятия), в том числе 2 часа – мероприятия текущего контроля успеваемости), 78 часов составляет самостоятельная работа обучающегося (42 часа самостоятельная работа в течение семестра, 36 часов самостоятельная работа при подготовке к промежуточной аттестации).

### Цели и задачи освоения дисциплины:

Основные разделы и темы дисциплины «Аналитическая геометрия»:

- Метод координат.
- Системы линейных уравнений второго и третьего порядка.
- Векторная алгебра.
- Прямые линии и плоскости.
- Кривые второго порядка.
- Поверхности второго порядка.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

В результате освоения дисциплины «Аналитическая геометрия» у студентов формируются и развиваются следующие компетенции:

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции	Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	
ОПК-1. Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности	1. Знать границы применимости и возможности использования методов линейной алгебры. .2. Уметь решать в рамках профессиональной деятельности задачи, требующие знания основ методов линейной алгебры. 3. Владеть навыками, требующимися для решения задач на применение методов линейной алгебры	1. Индивидуальное собеседование.  2. Выполнение практических заданий.

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1 Трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	32
самостоятельная работа	42 (работа в семестре) 36 (на подготовку к экзамену)
Промежуточная аттестация	1 семестр – экзамен

### 3.2 Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В ТОМ ЧИСЛЕ				Самостоятельная работа в течение семестра, часы
		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) в течение семестра, часы, из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
<b>1. Введение. Метод координат.</b> Декартовы координаты на плоскости. Деление отрезка в заданном отношении. Уравнение кривой на плоскости. Полярные координаты на плоскости. Цилиндрические и сферические координаты в пространстве. Параметрические уравнения кривой. Точка пересечения кривых.	15	4	4	—	8	7
<b>2. Системы линейных уравнений второго и третьего порядка.</b> Понятие матрицы. Формулы для определителей матриц второго и третьего порядков. Системы линейных уравнений второго и третьего порядков. Формулы Крамера для решения систем с квадратной матрицей коэффициентов.	11	2	2	—	4	7
<b>3. Векторная алгебра.</b> Понятие вектора. Линейные операции	19	6	6	—	12	7

над векторами. Линейная независимость и базис в векторном пространстве. Переход от одного базиса к другому на плоскости и в пространстве. Скалярное произведение векторов. Ортонормированный базис. Векторное и смешанное произведение векторов. Условия компланарности и коллинеарности векторов. Приложения векторной алгебры к вычислению площадей и объёмов.						
<b>4. Прямые линии и плоскости.</b> Уравнения первой степени относительно координат: прямая линия на плоскости и плоскость в пространстве. Уравнения прямой линии на плоскости. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Основные задачи на прямую на плоскости. Пучок прямых. Плоскость и прямая в пространстве. Координатные и векторные уравнения. Параллельность плоскостей в пространстве. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Основные задачи на плоскость и прямую в пространстве. Расстояние от точки до плоскости и от точки до прямой.	19	6	6	—	12	7
<b>5. Кривые второго порядка.</b> Понятие алгебраической линии и алгебраической поверхности. Цилиндрические и конические поверхности. Конические сечения, основные свойства, уравнения в полярных координатах. Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Вывод из уравнений в полярных координатах. Эллипс, гипербола и парабола как алгебраические линии второго порядка. Основные свойства эллипса, гиперболы и параболы. Фокусы и директрисы. Касательные к эллипсу, гиперболе и параболе. Параметрическое уравнение эллипса. Эллипс как проекция окружности на плоскость и эллипс как сечение круглого цилиндра. Пересечение кривой второго порядка и прямой.	19	6	6	—	12	7

Асимптотические направления.						
<b>6. Поверхности второго порядка.</b> Определение поверхности второго порядка в декартовой системе координат. Центральные поверхности нахождения центра поверхности. Стандартное упрощение уравнения поверхности второго порядка через поворот системы координат. Классификация центральных поверхностей второго порядка. Классификация нецентральных поверхностей второго порядка. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка. Инварианты поверхностей второго порядка. Исследование уравнения поверхности с помощью инвариантов.	23	8	8	–	16	7
<b>В т.ч. текущий контроль</b>	2	2				–
Промежуточная аттестация – экзамен						

#### 4. Образовательные технологии

- 1) Чтение лекций;
- 2) сопровождение лекций написанием и выводом формул, построением графиков, изображением рисунков на доске;
- 3) методика «вопросы и ответы»;
- 4) выполнение практического задания у доски;
- 5) индивидуальная работа над практическим заданием;
- 6) работа в парах над практическим заданием;
- 7) работа в малых группах над практическим заданием;
- 8) методика «мозговой штурм».

#### 5. Учебно-методическое обеспечение, формы организации и контроля самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся предполагает изучение конспектов лекций, выделенных разделов основной литературы, а также дополнительной литературы, выполнение практических заданий, отвечающих изучаемым разделам дисциплины, подготовку к промежуточной аттестации.

Перечень основной и дополнительной литературы для самостоятельного изучения приведен в п. 7 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации, примеры практических заданий приведены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

#### 6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

**6.1 Перечень компетенций выпускников образовательной программы, в формировании которых участвует дисциплина, с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений) приведён выше (раздел 2). Ниже приведена таблица**

**образовательных дескрипторов (отличительных признаков уровней освоения компетенций)**

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельным и несущественным недочетом, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Характеристика сформированности компетенции	Компетенция совершенно не сформирована. Отсутствуют знания, умения, навыки, необходимые для решения практических (профессиональных) задач.	Компетенция не сформирована. Имеющихся знаний, умений, навыков явно недостаточно для решения практических (профессиональных) задач.	Сформированность компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по большинству практических задач.	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям, но есть недочеты. Имеющихся знаний, умений и навыков в целом достаточно для решения практически всех (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по некоторым профессиональным задачам.	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения стандартных практических (профессиональных) задач.	Сформированность компетенции и полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в полной мере достаточно для решения сложных практических (профессиональных) задач.	Сформированность компетенции превышает стандартные требования. Имеющихся знаний, умений, навыков в полной мере достаточно для применения творческого подхода к решению сложных практических (профессиональных) задач.

## 6.2 Описание шкал оценивания

При выставлении экзаменационной оценки, т.е. в ходе промежуточной аттестации, применяется семибальная шкала, которая по окончании обучения (в дипломе бакалавра) трансформируется в пятибальную. Обе шкалы привязаны к 100-бальной системе, в которой баллы набираются в ходе текущего контроля при сдаче допусков и отчетов по лабораторным работам и непосредственно на экзамене.

За одну полностью выполненную лабораторную работу начисляется максимум 10 баллов. Поскольку за семестр необходимо выполнить 4 работы, то всего за лабораторный практикум можно набрать максимально 40 баллов.

Тест содержит 20 вопросов. За каждый правильный ответ начисляется половина балла. Итого по результатам тестирования можно набрать максимально 10 баллов.

По итогам освоения дисциплины сдается экзамен. Экзаменационный билет содержит два вопроса. За ответ на каждый из вопросов начисляется максимум 25 баллов.

Итого после успешного выполнения тестов, лабораторных работ и сдачи экзаменов можно набрать максимально 100 баллов.

### *Критерии выставления оценки при сдаче экзамена*

Баллы	Семибальная шкала	Описание семибальной шкалы	Пятибальная шкала
-------	-------------------	----------------------------	-------------------

90-100	5,5 Превосходно	Отличная подготовка. Студент отвечает полностью на вопросы билета и дополнительные вопросы (задания), выходящие за рамки изученного объема курса и изученных алгоритмов и подходов, проявляя инициативу и творческое мышление.	5 отлично
80-89	5 отлично	Отличная подготовка. Студент отвечает полностью на вопросы билета в рамках изученных алгоритмов и подходов. При ответе на дополнительные вопросы допускаются незначительные неточности.	
75-79	4,5 очень хорошо	Хорошая подготовка. Студент показывает хороший уровень знания вопросов билета и отвечает с небольшими неточностями.	4 хорошо
70-74	4 хорошо	Хорошая подготовка. Студент показывает средний уровень знания вопросов билета и отвечает на некоторые дополнительные вопросы преподавателя (в рамках билета).	
60-69	3 удовлетворительно	Удовлетворительная подготовка. Студент показывает удовлетворительное знание вопросов билета и знание базовых понятий отвечая с наводящими вопросами преподавателя.	3 удовлетворительно
40-59	2 неудовлетворительно	Студент показывает неудовлетворительное знание основ курса и базовых понятий. Необходима дополнительная подготовка для успешного прохождения испытания.	2 неудовлетворительно
<40	1 плохо	Подготовка совершенно недостаточна. Последующая пересдача возможна только с комиссией.	1 плохо

### 6.3 Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций

Аттестация по дисциплине проходит в виде экзамена. Оценка выставляется по результатам оценивания полноты объяснения алгоритмов выполнения, написания тестов и полноты ответа на поставленные в процессе экзамена вопросы в рамках полученного экзаменационного билета.

Перечень компетенций выпускников образовательной программы, в формировании которых участвует дисциплина с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений) приведён выше (раздел 2). Ниже приведена таблица образовательных дескрипторов (отличительных признаков уровней освоения компетенций).

### 6.4 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции

*6.4.1 Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины «Линейная алгебра» проводится в виде экзамена, примерный список вопросов к которому приведен ниже*

Вопрос	Код компетенции
1. Матрицы. Основные операции над матрицами.	ОПК-1



2. Определители. Основные свойства. Формула полного разложения. Формулировка теоремы Лапласа.	ОПК-1
3. Обратная матрица. Нахождение ее элементов как решение систем уравнений.	ОПК-1
4. Линейная независимость строк и ранг матрицы.	ОПК-1
5. Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Формулы Крамера.	ОПК-1
6. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений.	ОПК-1
7. Общее решение системы неоднородных линейных уравнений.	ОПК-1
8. Линейные пространства. Базис и размерность.	ОПК-1
9. Подпространства линейных пространств.	ОПК-1
10. Преобразование базисов и координат векторов. Матрица преобразования.	ОПК-1
11. Евклидовы пространства. Свойства скалярного произведения. Матрица Грама. Ортонормированный базис. Комплексные евклидовы пространства.	ОПК-1
12. Метод ортогонализации Грама-Шмидта.	ОПК-1
13. Линейные операторы, свойства. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса.	ОПК-1
14. Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные вектора линейных операторов.	ОПК-1
15. Линейные операторы в евклидовых пространствах. Сопряженный оператор.	ОПК-1
16. Самосопряженные операторы. Свойства собственных значений и собственных векторов. Диагональный вид самосопряженных операторов.	ОПК-1
17. Ортогональные и унитарные операторы.	ОПК-1
18. Билинейные и квадратичные формы. Матрица билинейной формы. Преобразование матрицы при замене базиса.	ОПК-1
19. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к диагональному виду.	ОПК-1
20. Метод ортогональных преобразований приведения квадратичной формы к диагональному виду.	ОПК-1
21. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.	ОПК-1

#### 6.4.2 Примеры тестовых заданий.

##### Задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (приведены ответы к задачам в тестовой форме)

##### Задача 1.

Вычислить значение многочлена  $f(A)$  для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 \\ -2 & 5 & 3 \\ 2 & -4 & -2 \end{pmatrix}, \quad \text{если } f(x) = x^2 - x.$$

$$\text{Ответ а): } f(A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ответ б): } f(A) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ответ в): } f(A) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

### Задача 2.

Найти матрицу  $X$  из уравнения.  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$

$$\text{Ответ а): } X = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ответ б): } X = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ответ в): } X = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$$

### Задача 3.

Выяснить, является ли множество  $P$  векторов пространства  $R_n$ , все координаты которых равны между собой, подпространством линейного пространства, и если является, то найти его размерность.

**Ответ а):** Не является

**Ответ б):** Да,  $\dim P = n-1$ .

**Ответ в):** Да,  $\dim P = 1$ .

### Задача 4.

Записать в декартовом базисе трёхмерного пространства матрицу оператора  $A$  проектирования на прямую линию, заданную уравнением  $x = z = 0$ .

$$\text{Ответ а): } A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ответ б): } A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ответ в):  $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$

### Задача 5.

Найти собственные значения  $\lambda$  для матрицы  $A = \begin{vmatrix} 3 & 2+2i \\ 2-2i & 1 \end{vmatrix}.$

Ответ а):  $\lambda_1=2, \lambda_2=-2$

Ответ б):  $\lambda_1=-1, \lambda_2=5$

Ответ в):  $\lambda_1=1, \lambda_2=5$

### Правильные ответы к задачам:

Задача 1: в

Задача 2: б

Задача 3: в

Задача 4: а

Задача 5: б

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Д.В. Беклемишев, Курс аналитической геометрии и линейной алгебры, М.: Наука, 1987, 320 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, абонемент физического факультета, 20 экз.,

Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2008. — 307 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/48199>.

2. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк, Аналитическая геометрия, М.: Наука, 1988, 224 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 20 экз. <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=490049>,

Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2009. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2179>.

3. Д.В. Хомицкий, А.В. Тележников, Сборник задач по аналитической геометрии, Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2008, 71 с.

Адрес ресурса в интернете:

[http://www.unn.ru/books/met\\_files/Angeom.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/Angeom.pdf).

Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, абонемент физического факультета, 20 экз.

4. Л.А. Беклемишева, А.Ю. Петрович, И.А. Чубаров, Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре, М.: Наука, 2003, 496 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 20 экз.

<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=376783>

5. Д.В. Клетеник, Сборник задач по аналитической геометрии, М.: Наука, 1986, 224 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, абонемент физического факультета, 20 экз.,

Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/92615>.

б) дополнительная литература:

1. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. – Высшая математика в упражнениях и задачах: в 2 ч. Ч. 1. – М.: Высшая школа, 1999. – 304 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 10 экз.

<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=30239>

2. А.В. Погорелов, Аналитическая геометрия, М.: Наука, 1968, 176 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 10 экз.

<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=44657>

3. О.Н. Цубербиллер, Задачи и упражнения по аналитической геометрии, СПб.: Лань, 2007, 336 с. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/430>.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Интернет-ресурсы Фундаментальной библиотеки ННГУ <http://www.lib.unn.ru/>.

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Материально-техническое обеспечение дисциплины обусловлено наличием учебных аудиторий для проведения занятий, оборудованных специализированной мебелью, меловыми или магнитно-маркерными досками для представления учебной информации большой аудитории. Ресурс мела и маркеров для доски в учебных аудиториях регулярно возобновляется.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся (на базе Фундаментальной библиотеки ННГУ) оснащены компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями установленного ННГУ образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 28.03.01 – «Нанотехнологии и микросистемная техника».

Автор,  
доцент кафедры  
теоретической физики  
к.ф.-м.н., доцент Д.В. Хомицкий

Рецензент:  
заведующий кафедрой  
физики полупроводников, электроники и наноэлектроники  
д.ф.-м.н., профессор Д.А. Павлов

Заведующий кафедрой  
теоретической физики  
д.ф.-м.н., доцент В.А. Бурдов

Программа одобрена на заседании Учебно-методической комиссии физического факультета ННГУ, протокол б/н от «14» декабря 2021 г.

Председатель

Учебно-методической комиссии

физического факультета ННГУ     А.А. Перов