

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»

Радиофизический факультет

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДАЮ:

Декан

Матросов В.В.

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## Рабочая программа

### Дифференциальные уравнения

(наименование дисциплины)

Уровень высшего образования

**бакалавриат**

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

**02.03.02 – фундаментальная информатика и информационные технологии**

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

**Информационные системы и технологии**

Квалификация (степень)

**бакалавр**

(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения

**очная**

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2022 год

## 1. Место и цели дисциплины (модуля) в структуре ОПОП

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к математической и естественно-научной составляющей базовой части ОПОП. Дисциплина читается в третьем семестре (Б1.Б10).

Студенты к моменту освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения», согласно ФГОС ВО, ознакомлены с основными теоретическими понятиями и прикладными знаниями, полученными в рамках изучения дисциплин «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия».

### Целями освоения дисциплины являются:

- изучение студентами основ теории обыкновенных дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений с частными производными.
- изучение методов интегрирования дифференциальных уравнений и систем,
- исследование устойчивости решений систем дифференциальных уравнений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции  (Код компетенции, этап формирования)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-1  способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой  Этап формирования базовый	31(ОПК-1) основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений.  У1(ОПК-1) применять полученные знания для решения дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений  В1(ОПК-1) владеть навыками и методами исследования решений дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.

## 3. Структура и содержание дисциплины

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетные единицы, всего 108 часов, из которых 64 часа составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (32 часа занятия лекционного типа, 32 часа занятия семинарского типа), в том числе 1 час – мероприятия промежуточной аттестации, 43 часов составляет самостоятельная работа обучающегося.

Содержание дисциплины (модуля)

[illegible]

#### **4. Образовательные технологии**

В соответствии с рабочей программой и тематическим планом изучение дисциплины проходит в виде аудиторной и самостоятельной работы студентов. Основными формами организации учебного процесса являются лекционные и семинарские занятия.

Самостоятельная работа студентов направлена на закрепление пройденного материала на лекциях и семинарских занятиях.

##### **Образовательные технологии, способствующие формированию компетенций**

###### **используемые на занятиях лекционного типа:**

- лекции-беседы с использованием мультимедийных средств поддержки образовательного процесса;
- лекции с проблемным изложением учебного материала.

###### **используемые на занятиях практического типа:**

- регламентированная самостоятельная деятельность студентов;
- частично-поисковая деятельность,
- решение задач.

На лекциях даются основные понятия, теоремы, показываются методы решения задач.

На практических занятиях более подробно изучается программный материал в плоскости отработки практических умений и навыков и усвоения тем курса.

Формой итогового контроля знаний студентов по дисциплине является зачет, в ходе которого оценивается уровень теоретических знаний и навыки решения практических задач.

#### **5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

##### **а. Методические указания для обучающихся**

Самостоятельная работа студентов направлена на закрепление пройденного материала на лекциях и семинарских занятиях.

Цель самостоятельной работы - подготовка современного компетентного специалиста и формирование способностей и навыков к непрерывному самообразованию и профессиональному совершенствованию.

Самостоятельная работа является наиболее деятельным и творческим процессом, который выполняет ряд дидактических функций: способствует формированию диалектического мышления, вырабатывает высокую культуру умственного труда, совершенствует способы организации познавательной деятельности, воспитывает ответственность, целеустремленность, систематичность и последовательность в работе студентов, развивает у них бережное отношение к своему времени, способность доводить до конца начатое дело.

##### **Изучение понятийного аппарата дисциплины**

Вся система индивидуальной самостоятельной работы должна быть подчинена усвоению базовых понятий, теорем теории дифференциальных уравнений и методов решений дифференциальных уравнений и систем. Лучшему усвоению и пониманию дисциплины помогут различные учебники, сборники задач и другие материалы, указанные в списке литературы.

##### **Изучение тем самостоятельной подготовки по учебно-тематическому плану**

Особое место отводится самостоятельной проработке студентами отдельных разделов и тем по изучаемой дисциплине. Такой подход вырабатывает у студентов инициативу, стремление к увеличению объема знаний, выработке умений и навыков всестороннего овладения способами и приемами профессиональной деятельности.

### **Работа над основной и дополнительной литературой**

Изучение рекомендованной литературы следует начинать с учебников и учебных пособий, где излагается теория данного курса, затем переходить к сборникам задач по дифференциальным уравнениям для закрепления практических навыков.

### **Самоподготовка к практическим занятиям**

При подготовке к практическому занятию необходимо помнить, что данная дисциплина тесно связана с ранее изучаемыми дисциплинами.

На семинарских занятиях студент должен уметь применять изученные методы к решению дифференциальных уравнений и систем.

Для достижения этой цели необходимо:

- 1) ознакомиться с соответствующей темой программы изучаемой дисциплины;
- 2) изучить рекомендованную учебно-методическим комплексом литературу по данной теме;
- 4) тщательно изучить лекционный материал.

Изучение вопросов очередной темы требует глубокого усвоения теоретических основ дисциплины.

### **Самостоятельная работа студента при подготовке к зачету.**

Контроль выступает формой обратной связи и предусматривает оценку успеваемости студентов.

Итоговой формой контроля успеваемости студентов по учебной дисциплине «Дифференциальные уравнения» является зачет.

Фактором успешного завершения очередного модуля является кропотливая, систематическая работа студента в течение всего периода изучения дисциплины (семестра). В этом случае подготовка к зачету будет являться концентрированной систематизацией всех полученных знаний по данной дисциплине.

### **Изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет**

Ресурсы Интернет являются одним из альтернативных источников быстрого поиска требуемой информации. Их использование возможно для получения основных и дополнительных сведений по изучаемым материалам.

## **5.1. Образовательные материалы для самостоятельной работы студентов, практические занятия для проведения текущего контроля**

а) основная литература:

1. И.Г. Петровский. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений // М.: Либроком, 2009.  
[http://www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o\\_17811](http://www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o_17811)
2. Н.М. Матвеев. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений // М.: Высшая школа, - 1963, 546 с. (Библиотека ННГУ им. Н.И. Лобачевского – 25 экз.)
3. А.Ф. Филиппов. Сборник задач по дифференциальным уравнениям // М.: ЛКИ, 2011 (Библиотека ННГУ им. Н.И. Лобачевского – 200 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Н.М. Матвеев. Дифференциальные уравнения // М: «Просвещение», 1988, 256 с. (Библиотека ННГУ им Н.И. Лобачевского -20 экз.)

в) Интернет ресурс

.Библиотека по естественным наукам (БЕН) РАН <http://www.benran.ru>

5.2. Контрольные вопросы

1. Дифференциальные уравнения I порядка, разрешенные относительно производной. Геометрическая интерпретация.
2. Теорема Коши для дифференциальных уравнений 1-го порядка. Формулировка.
3. Уравнения с разделяющимися переменными.
4. Однородные дифференциальные уравнения I порядка.
5. Дифференциальные уравнения I порядка, приводящиеся к однородным.
6. Линейные уравнения 1-го порядка.
7. Уравнение Бернулли
8. Дифференциальные уравнения I порядка в полных дифференциалах.
9. Интегрирующий множитель.
10. Задачи, приводящие к понятию дифференциальных уравнений.
11. Уравнение Клеро. Метод интегрирования указанного уравнения.
12. Формулировка теоремы Коши для системы дифференциальных уравнений.
13. Система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Случай кратных характеристических корней.
14. Общие свойства систем линейных дифференциальных уравнений.
15. Определитель Вронского и формула Остроградского-Лиувилля для однородной линейной системы д.у.
16. Метод вариации произвольных постоянных для линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений.
17. Метод нахождения особых решений уравнения  $F(x, y, y') = 0$ .
18. Построение общего решения линейной однородной системы.
19. Интегрируемые типы дифференциальных уравнений высших порядков.
20. Линейная однородная система дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней.
21. Линейная однородная система дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Случай различных действительных характеристических корней.
22. Теорема об устойчивости по первому приближению.
23. Общие свойства линейных уравнений n-го порядка.
24. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка.
25. Особые точки для дифференциального уравнения  $y' = (ax+b)/(cx+d)$ .
26. Фундаментальная система решений для однородного линейного уравнения n-го порядка. Теорема существования.
27. Первые интегралы системы дифференциальных уравнений.
28. Нахождение частного решения линейного неоднородного уравнения n-го порядка методом вариации произвольных постоянных.
29. Линейные однородные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней.
30. Линейное однородное дифференциальное уравнение n-го порядка с постоянными коэффициентами. Случай различных действительных характеристических корней.
31. Квазилинейные уравнения в частных производных.
32. Линейное однородное дифференциальное уравнение n-го порядка с постоянными коэффициентами. Случай мнимых корней.

- 33.Нахождение частных решений неоднородного линейного уравнения с постоянными коэффициентами по виду правой части.
- 34.Теорема об устойчивости по первому приближению
- 35.Однородные линейные дифференциальные уравнения в частных производных 1-го порядка.
- 36.Задача Коши для линейного однородного дифференциального уравнения в частных производных 1-го порядка.

**6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Дифференциальные уравнения»**  
включающий

**6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования**  
*Оценка уровня формирования компетенции ОПК-1:*  
**способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой**

Индикаторы компетенции	Не зачтено	зачтено
<b>Знания</b>	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.
<b>Умения</b>	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками или недочетами.
<b>Навыки</b>	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы базовые навыки при решении сложных задач. Допускаются небольшие недочеты, при обнаружении которых студент исправляет их самостоятельно.
<b>Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий</b>	0 – 49 %	50 – 100 %
<b>Характеристика сформированности компетенции</b>	Компетенция в полной мере не сформирована. Имеющихся знаний, умений, навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач. Требуется повторное обучение	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям. Допускается наличие недочетов, которых студенты способны исправить самостоятельно. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения практических задач.

**6.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

Итоговый контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде зачета, на котором определяется:

- уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;
- уровень понимания студентами изученного материала;



- способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач.

Зачет включает устную и письменную часть. Устная часть зачета заключается в ответе студентом на теоретические вопросы курса (с предварительной подготовкой) и последующем собеседовании в рамках тематики курса. Собеседование проводится в форме вопросов, на которые студент должен дать краткий ответ. Практическая часть зачета предусматривает решение задачи.

Оценка	Уровень подготовки
зачтено	Хороший уровень подготовки, хорошее владение теоретическим материалом. Допускаются неточности в определениях и теоремах, незначительные ошибки при ответах на поставленные вопросы. Студент работал на практических занятиях. Выполнение контрольных заданий более чем на 50 %.
Не зачтено	Низкий уровень подготовки. При ответе студент допускает грубые ошибки, из практических заданий решил менее 50 %. Студент много пропускал практические занятия или работал на них плохо. Выполнение контрольных экзаменационных заданий менее 50%.

### 6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих сформированность компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- устные и письменные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- практические контрольные задания, включающих одну или несколько задач.

Для проведения итогового контроля сформированности компетенции используются: устный опрос, решение практических задач.

### 6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих сформированность компетенций и для итогового контроля сформированности компетенции.

Контрольные вопросы:

1. Что называется обыкновенным дифференциальным уравнением? Что такое порядок дифференциального уравнения?
2. Что называется решением дифференциального уравнения?
3. Каковы основные формы задания уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной?
4. Как определить наклон интегральной кривой уравнения первого порядка в заданной точке (х,у) по виду уравнения? Что такое поле направлений, определяемое дифференциальным уравнением.

5. В чем состоит задача Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной? При каком условии она имеет решение? При каких условиях она имеет единственное решение?
6. Что такое общее решение? Что такое общий интеграл? Что такое общее решение в параметрической форме?
7. Что называется частным решением дифференциального уравнения? Как оно связано с формулой общего решения?
8. Что называется особым решением дифференциального уравнения? Как оно может быть связано с формулой общего решения?
9. Какое уравнение называется однородным? Как оно интегрируется?
10. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения первого порядка?
11. Как интегрируется уравнение Бернулли?
12. При каком условии уравнение  $M(x,y)dx+N(x,y)dy=0$  является уравнением в полных дифференциалах?
13. В чем состоит отличие поле направлений, определяемого уравнением, не разрешенным относительно производной, от поля направлений, определяемого уравнением, разрешенным относительно производной?
14. Как интегрируются уравнения  $n$ -го порядка, не содержащие  $x$ ?
15. Как интегрируются уравнения  $n$ -ого порядка, не содержащие  $y$ ?
16. Какой вид имеет уравнение Клеро? Как записать его общее решение по виду уравнения?
17. Какой вид имеет уравнение Лагранжа? Как найти его общее решение? Какие кривые могут быть его особыми решениями?
18. Как ставится задача Коши для уравнения  $n$ -го порядка, разрешенного относительно  $y^{(n)}$ ? Какой геометрический и механический смысл имеет эта задача для уравнения второго порядка?
19. Что такое краевая задача? Чем она отличается от задачи Коши?
20. При каком условии задача Коши для линейного уравнения имеет единственное решение?
21. Свойства решений однородного линейного уравнения?
22. Как построить общее решение линейного однородного уравнения?
23. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения?
24. Как интегрируется линейное уравнение Эйлера?
25. Какой общий вид имеет линейная система? Когда она называется однородной (неоднородной)?
26. При каком условии задача Коши для линейной системы имеет единственное решение?
27. Что такое фундаментальная система решений системы линейных уравнений? Какое условие является необходимым и достаточным для того, чтобы данная система решений была фундаментальной?
28. Как построить однородную линейную систему, имеющую заданную фундаментальную систему решений?
29. Что такое дифференциальное уравнение с частными производными? Что называется его решением?
30. Какое уравнение называется линейным уравнением с частными производными первого порядка? В каком случае оно называется однородным? неоднородным?

Типовые тестовые задания:

1. Решить уравнение:  $y' \operatorname{ctg} x = 5+y$ .
2. Решить уравнение:  $\sqrt{y+1} y' - x = 0$ .
3. Решить уравнение:  $y' = \sin(x+y)$ .

4. Решить уравнение:  $xy' = y + x \operatorname{tg}(y/x)$ .
5. Решить уравнение:  $(2x+y)dx - (x-4y)dy = 0$ .
6. Решить уравнение:  $(x-y+1)dy = (5+y)dx$ .
7. Решить уравнение:  $xy' - y = x^2$ .
8. Решить уравнение:  $y' \operatorname{ctg} x = 5+y$ .
9. Решить уравнение:  $(2e^y - x)y' = 1$ .
10. Решить уравнение:  $y' + 2y = y^2 e^x$ .
11. Решить уравнение:  $xy' - 2x^2 y^{1/2} = 4y$ .
12. Решить уравнение:  $3y' + y^2 + 2x^{-2} = 0$ .
13. Решить уравнение:  $e^{-y}dx - (2y + xe^{-y})dy = 0$ .
14. Решить уравнение:  $y^2 dx - (xy + x^3)dy = 0$ .
15. Решить уравнение:  $xy'^2 = y$ .
16. Решить уравнение:  $y'^2 + xy = y^2 + xy'$ .
17. Решить уравнение:  $x = y'^4 + y'$ .
18. Решить уравнение:  $y = 3y'^2 + y'^3$ .
19. Решить уравнение:  $y = xy' - y'^2$ .
20. Решить уравнение:  $y = 2xy' - 4y'^3$ .
21. Решить уравнение:  $y^2 y'' = 1$ .
22. Решить уравнение:  $y'' = 4yy'$ .
23. Решить уравнение:  $x^2 y'' = y'^2$ .
24. Решить уравнение:  $yy'' = y'^2 + 15y^2 \sqrt{x}$ .
25. Решить уравнение:  $y' \operatorname{ctg} x = 5+y$ .
26. Найти решение уравнения  $2y''' - 3y'^2 = 0$ , удовлетворяющее начальным условиям:  $y(0) = -3, y'(0) = 1, y''(0) = -1$ .
27. Решить уравнение:  $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$ .
28. Решить уравнение:  $y'' + y = 5+x$ .
29. Решить уравнение:  $y'' + 4y' = \sin x$ .
30. Решить уравнение:  $y'' - 2y' + y = e^x/x$ .
31. Решить уравнение:  $x^2 y'' + xy' - y = x^2$ .
32. Найти решение уравнения  $y''' - y' = 0$ , удовлетворяющее начальным условиям:  $y(0) = 3, y'(0) = -1, y''(0) = 1$ .
33. Решить уравнение:  $y' \operatorname{ctg} x = 5+y$ .
34. Решить уравнение:  $(2x+1)y'' + 4xy' - 4y = 0$ .
35. Найти решение уравнения  $y'' + y = 2x - \pi$ , удовлетворяющее указанным краевым условиям:  $y(0) = 0, y(\pi) = 0$ .
36. Для краевой задачи:  $y'' + y' = f(x), y(0) = 0, y'(1) = 0$ , построить функцию Грина.
37. Решить систему уравнений:  $x' = 2y - 3x + t; y' = y - 2x$ .
38. Решить систему уравнений:  $x' = x-y; y' = x+y - \cos t$ .
39. Решить систему уравнений:  $x' = y + \operatorname{tg}^2 t - 1; y' = -x + \operatorname{tg} t$ .
40. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы:  
 $x' = \ln(4y + e^{-3x}); y' = 2y - 1 + (1-4x)^{1/3}$ .
41. Исследовать на устойчивость решение  $x = -t^2, y = t$  системы  
 $x' = y^2 - 2ty - 2y - x, y' = 2x + 2t^2 + e^{2t-2y}$ .
42. Для системы  $x' = (x-2)(y+1); y' = xy - 1$  найти положения равновесия и исследовать их на устойчивость.

#### 6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утверждённое приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД.

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

## **7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

а) основная литература:

1. И.Г. Петровский. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнениях // М.: Либроком, 2009. [http://www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o\\_17811](http://www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o_17811)
2. Н.М. Матвеев. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений// М.: Высшая школа , - 1963, 546 с. (Библиотека ННГУ им. Н.И. Лобачевского – 25 экз.)
3. А.Ф. Филиппов. Сборник задач по дифференциальным уравнениям // М.: ЛКИ, 2011 (Библиотека ННГУ им. Н.И. Лобачевского – 200 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Н.М. Матвеев. Дифференциальные уравнения // М: «Просвещение», 1988, 256 с. (Библиотека ННГУ им Н.И. Лобачевского -20 экз.)
1. Библиотека по естественным наукам (БЕН) РАН <http://www/benran.ru>
2. Среда разработки Matlab (версии 11/12/13), <http://en.wikipedia.org>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения лекций и семинарских занятий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ с учетом рекомендаций и ОПОП ВО по направлению подготовки 02.03.02 – фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор .ф.-м.н., доцент \_\_\_\_\_ Махрова Е.Н.

Рецензент к.ф.-м.н., доцент \_\_\_\_\_ Митрякова Т.М.

Заведующий кафедрой д.ф.-м.н., профессор \_\_\_\_\_ Баландин Д.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии Радиофизического факультета. Протокол заседания методической комиссии радиофизического факультета от 25 февраля 2021 № 01/21.