

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Физический факультет

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Численные методы

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

09.03.02 - Информационные системы и технологии

Направленность образовательной программы

Информационные системы и технологии в физических исследованиях

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.03.01 Численные методы относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-14: Способен обосновывать правильность выбранной модели, сопоставляя результаты экспериментальных данных и полученных решений в области применения информационных технологий в физических исследованиях и смежных областях.	ПК-14.1: Знать основные методы обработки и сравнения результатов экспериментальных данных и полученных решений ПК-14.2: Уметь обосновывать правильность выбранной модели ПК-14.3: Владеть опытом выбора и обоснования правильности выбранной модели, сопоставления результатов экспериментальных данных и полученных решений	ПК-14.1: Знать основные свойства физических моделей, терминологию, взаимосвязь модели и физических законов, с помощью которых она описывается. ПК-14.2: Уметь применять методы моделирования, тестирования результатов. ПК-14.3: Владеть численными методами для реализации разрабатываемых моделей.	Задачи	Экзамен: Контрольные вопросы
ПК-16: Способен к выполнению работ по проектированию, отладке, проверке работоспособности и модификации программного обеспечения информационных систем	ПК-16.1: Знать методы разработки программного обеспечения и технологии программирования ПК-16.2: Владеть навыками проектирования, отладки программного обеспечения и проверки работоспособности	ПК-16.1: Знать основные методы вычислительной математики, применяемые при разработке программного обеспечения и в технологии программирования ПК-16.2: Владеть методологией научного исследования, иметь навыки экспериментального, теоретического и модельного изучения различных явлений и процессов.	Задачи	Экзамен: Контрольные вопросы

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	5
Часов по учебному плану	180
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	2
самостоятельная работа	78
Промежуточная аттестация	36 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0
Тема 1 Введение в специальность	4	1	2	3	1
Тема 2. Численное решение нелинейных уравнений. Сдача практического задания	14	3	4	7	7
Тема 3. Методы численного интегрирования. Сдача практического задания	15	4	4	8	7
Тема 4. . Интерполяция. Сдача практического задания	24	5	5	10	14
Тема 5. Численное дифференцирование	5	2	0	2	3
Тема 6. Аппроксимация по методу наименьших квадратов. Сдача практического задания	24	3	7	10	14
Тема 7. Методы решения систем линейных уравнений	11	3	0	3	8
Тема 8. Обращение матриц. Сдача практического задания	10	2	4	6	4
Тема 9. Решение систем нелинейных уравнений. Сдача практического задания	10	2	3	5	5
Тема 10. Методы поиска экстремумов	8	2	0	2	6
Тема 11. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	8	3	0	3	5
Тема 12. Метод Монте-Карло для численного интегрирования. Сдача практического задания	9	2	3	5	4

Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	180	32	32	66	78

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Введение. Место и роль численных методов в математике. Их значение в физических исследованиях.
2. Методы решения нелинейных уравнений. Постановка задачи. Метод половинного деления. Метод хорд. Метод Ньютона. Метод простой итерации. Достижение заданной точности решения. Сравнение методов, их достоинства и недостатки.
3. Методы численного интегрирования. Постановка задачи. Понятие квадратурной формулы. Методы прямоугольников. Метод трапеций. Метод парабол (Симпсона). Наилучший выбор узлов интегрирования. Полиномы Лежандра и свойства их корней. Квадратурная формула Гаусса. Сравнение методов.
4. Интерполяция. Общая задача приближения функций. Понятие интерполяции, экстраполяции, аппроксимации. Конечные разности. Постановка задачи интерполяции. Первая и вторая интерполяционные формулы Ньютона. Особенности их применения для достижения заданной точности. Интерполяционные формулы Стирлинга и Бесселя. Интерполяция по Лагранжу. Интерполяция кубическими сплайнами. Сравнение методов интерполяции.
5. Численное дифференцирование. Постановка задачи. Численное дифференцирование с использованием интерполяционных формул. Формулы трехточечного и пятиточечного численного дифференцирования в заданных узлах.
6. Аппроксимация по методу наименьших квадратов. Постановка задачи аппроксимации. Метод наименьших квадратов. Аппроксимация алгебраическими полиномами. Получение системы нормальных уравнений. Выбор оптимальной степени полинома. Аппроксимация другими функциями путем сведения к полиному первого порядка (линеаризация).
7. Методы решения систем линейных уравнений. Постановка задачи. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Ограничения метода при решении на компьютере. Методы простой итерации и метод Зейделя для приближенного решения системы линейных уравнений.
8. Обращение матриц. Вычисление детерминанта матрицы. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса. Обусловленность матриц.
9. Решение систем нелинейных уравнений. Постановка задачи. Графический анализ существования решения и поиска начального приближения корней в случае системы двух уравнений. Метод Ньютона.
10. Методы поиска экстремумов. Постановка задачи оптимизации. Одномерная оптимизация. Метод золотого сечения. Метод чисел Фибоначчи. Многомерная оптимизация. Метод покоординатного спуска. Метод градиентного спуска.
11. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Постановка задачи. Физические примеры задачи Коши и краевой задачи. Одношаговые методы. Методы Эйлера. Методы Рунге-Кутты. Многошаговые методы. Метод прогноза и коррекции. Метод Милна. Методы Адамса. Сравнение методов. Особенности их применения для конкретных задач.
12. Метод Монте-Карло для численного интегрирования. Детерминированные и недетерминированные вычислительные процессы. Псевдослучайные числа и некоторые алгоритмы их получения. Вычисление двумерных и трехмерных интегралов с использованием случайных чисел.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Самостоятельная внеаудиторная работа студентов осуществляется в следующих формах:

1. Работа с лекциями, основной и дополнительной литературой, другими источниками, найденными в поисковых системах Интернета. Такая работа необходима для выполнения индивидуальных практических заданий и для подготовки к экзамену.
2. Использование профессиональных прикладных программ для составления собственной программы расчетов на одном из алгоритмических языков высокого уровня, её предварительного тестирования с помощью одной из программ аналитических вычислений, визуализации и тестирования результатов расчетов.
3. Предполагается, что каждый студент имеет дома персональный компьютер с выходом в Интернет и набор необходимых прикладных программ.
4. Работа со средствами телекоммуникации, в том числе электронной почтой, телеконференциями, Интернетом и т.д.
5. Использование электронных библиотек, распределенных и централизованных издательских систем.

Порядок выполнения и контроля самостоятельной работы

1. Получение индивидуальных практических заданий.
 2. Разработка алгоритма и составление программы на алгоритмическом языке высокого уровня. Контроль – демонстрация работы программы в компьютерном классе.
 3. Тестирование программы, выполнение пунктов заданий. Контроль – сдача задачи в электронном виде.
- Все восемь практических заданий сдаются по порядку, в соответствии с п. 3.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Практические задания для студентов и методические рекомендации по их выполнению изложены в методическом пособии: Васин А.С. Численные методы. Методические указания и задания: Практикум. – 2-е изд., исправл. и доп. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2019. – 35 с. В нем по каждой теме даны 25 вариантов задач, приведены основные формулы, методические указания по разработке алгоритма и программы, требования при сдаче выполненного задания преподавателю.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-14:

№	Тема	Перечень компетенций
---	------	----------------------

2

Решение уравнений

Задание. Решить численно уравнение двумя предложенными методами с заданной точностью. Определить необходимое для этого число итераций. Если корней не более двух, найти все корни. Если корней больше двух, найти наименьший по модулю и не равный нулю корень. Исходные данные для задачи представлены в таблице.

Вариант	Методы	Уравнение	Точность
1	Половинного деления и Ньютона	$tg(0.63x) - 0.92x + 0.19 = 0$	10^{-7}
2		$\ln(0.31x) - 1.3x + 2.5 = 0$	10^{-8}
3		$0.33 \sin(2.3x) - 0.5x - 0.06 = 0$	10^{-9}

ПК-14.1
ПК-14.2
ПК-14.3

6	<p>Обращение матриц</p> <p>Задание. Вычислить элементы a_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, n$) матрицы A по указанным формулам. Найти определитель этой матрицы и обратную для неё матрицу A^{-1}. Вывести на экран и в файл матрицы A и A^{-1}. Найти матрицу $B = A \cdot A^{-1}$. Также вывести на экран и в файл матрицу B с необходимой точностью. Найти число обусловленности матрицы A. Исходные данные по вариантам приведены в таблице.</p> <table border="1"> <tr> <th>Вариант</th><th>a_{ij}</th><th></th></tr> <tr> <td>1</td><td>$1/\sin(i+j)$</td><td>6</td></tr> <tr> <td>2</td><td>$1/\cos(i+j)$</td><td>5</td></tr> <tr> <td>3</td><td>$\ln(i+j)$</td><td>4</td></tr> </table>	Вариант	a_{ij}		1	$1/\sin(i+j)$	6	2	$1/\cos(i+j)$	5	3	$\ln(i+j)$	4	ПК-14.3 ПК-14.2
Вариант	a_{ij}													
1	$1/\sin(i+j)$	6												
2	$1/\cos(i+j)$	5												
3	$\ln(i+j)$	4												

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-16:

№	Тема	Перечень компетенций										
1	<p>Вычисление функций с помощью рядов (на первом вводном занятии в пакете «Математика»)</p> <p>Задание 1. Разложить в ряд Тейлора заданную функцию $f(x)$ на отрезке $[a - b, a + b]$ в окрестности точки a. Построить на одном рисунке графики $f(x)$ и суммы n первых членов ряда Тейлора. Варьируя n, исследовать точность представления $f(x)$ рядом Тейлора.</p> <p>2. Разложить в ряд Фурье заданную функцию $F(x)$ на отрезке $[c, d]$, продолжив ее периодически на всю числовую ось а) четным образом; б) нечетным образом. Построить на одном рисунке графики $F(x)$ и суммы n первых членов ряда Фурье. Варьируя n, исследовать точность представления $F(x)$ рядом Фурье.</p> <table><tr><th>Вариант</th><th>$f(x)$</th><th>a</th><th>b</th><th>$F(x)$</th></tr><tr><td>1</td><td>$\sin(\frac{1}{x})$</td><td>1</td><td>0.8</td><td>$1 - x$</td></tr></table>	Вариант	$f(x)$	a	b	$F(x)$	1	$\sin(\frac{1}{x})$	1	0.8	$1 - x$	ПК-16.1 ПК-16.2
Вариант	$f(x)$	a	b	$F(x)$								
1	$\sin(\frac{1}{x})$	1	0.8	$1 - x$								

4

Интерполяция алгебраическими полиномами					ПК-16.1 ПК-16.2
<p>Задание. Создать таблицу значений функции $y_i = f(x_i)$ в узлах $x_i = a + i \cdot h$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$, где $h = (b - a) / n$. Построить интерполирующую функцию $F(x)$. Найти ее значения в указанных точках x_j и сравнить с точными значениями, вычислив $f(x_j) - F(x_j)$. Вывести таблицу $x_j, F(x_j), f(x_j) - F(x_j)$. Вывести на экран графики $f(x), F(x)$ на интервале, где заданы точки x_j. Параметр n варьировать в пределах от 4 до 10.</p> <p>Исходные данные по вариантам приведены в таблице.</p>					
17	$tg(x)$	0	1.5	0, 0.1, 0.2, ... 1.5	Интерполяционная формула Лагранжа
18	$\sin(x^3)$	0	2	0, 0.08, 0.16, ... 2	
21	$\exp(-x^2)$	-3	3	-3, -2.5, -2.0, ... 3	Интерполяция кубическим сплайном
22	$1/x$	0.1	1.1	0.1, 0.14, 0.18, ... 1.1	

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Продемонстрирована работа разработанной студентом компьютерной программы по теме задачи. Результаты совпадают с полученными в пакете "Mathematica" с заданной точностью.
не зачтено	До тех пор, пока не будут выполнено то, что указано в "зачтено"

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

						полном объеме	
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-14

Вопросы	Код формируемой компетенции
Раздел I	
1. Метод половинного деления и метод хорд для численного решения уравнений.	ПК-14.1

	ПК-14.2
2. Метод Ньютона и метод итераций для численного решения уравнений.	ПК-14.3
3. Квадратурная формула Ньютона –Котеса для численного интегрирования. Метод трапеций и метод Симпсона.	
4. Метод Гаусса для численного интегрирования.	
5. Понятие интерполяции и экстраполяции. Интерполяционные формулы Ньютона.	
6. Интерполяционная формула Лагранжа.	
7. Сплайн-интерполяция. Кубические сплайны.	

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-16

Вопросы	Код формируемой компетенции
Раздел II	
1. Алгоритм решения уравнения методом половинного деления с заданной точностью.	ПК-16.1
2. Алгоритм решения уравнения методом хорд с заданной точностью.	ПК-16.2
3. Алгоритм решения уравнения методом итераций с заданной точностью.	
4. Алгоритм решения уравнения методом Ньютона с заданной точностью.	
5. Алгоритм вычисления определенного интеграла методом Симпсона с заданной точностью.	
6. Алгоритм вычисления определенного интеграла методом трапеций с заданной точностью.	

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Ответ полный. На дополнительные вопросы отвечает, в том числе и за пределами программы курса. Хорошая эрудиция, физическая грамотность.
отлично	Ответ полный. Грамотно отвечает на большинство дополнительных вопросов. Свободно владеет материалом.
очень хорошо	Ответ полный. Отвечает на большинство дополнительных вопросов.
хорошо	Ответ с незначительными ошибками. Отвечает без наводящих вопросов.
удовлетворительно	Не отвечает на половину вопросов билета. Отвечает только с наводящими вопросами.
неудовлетворительно	Не отвечает на вопросы билета. Слабо ориентируется в терминологии
плохо	Не отвечает ничего.

Оценка	Критерии оценивания

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Васин Александр Сергеевич. Численные методы. Методические указания и задания : практикум для студентов физического факультета ННГУ, обучающихся по направлению подготовки 09.03.02 "Информационные системы и технологии" / А. С. Васин ; Нижегород. гос. ун-т им. Н. И. Лобачевского. - 2-е изд., испр. и доп. - Нижний Новгород : Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 2019. - 35 с., 30 экз.
2. Фаддеев Михаил Андреевич. Численные методы : учеб. пособие / ННГУ. - Н. Новгород : Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 2005. - 156 с. - ISBN 5-85746-828-0 : 30.00., 211 экз.
3. Бахвалов Николай Сергеевич. Численные методы : [учеб. пособие для вузов]. - М. : Наука, 1987. - 598 с. : ил. - 1.60., 31 экз.
4. Муравьев Владимир Алексеевич. Практическое введение в пакет MATHEMATICA : учебное пособие / Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского. - Изд. 2-е, испр. и доп. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 2010. - 195 с. - ISBN 978-5-91326-142-7 : 42.96., 191 экз.

Дополнительная литература:

1. Волков Евгений Алексеевич. Численные методы : учеб. пособие для инженер.-техн. специальностей вузов. - 2-е изд., испр. - М. : Наука, 1987. - 248 с. - 0.45., 81 экз.
2. Самарский Александр Андреевич. Введение в численные методы : [учеб. пособие для вузов по специальности "Приклад. математика"]. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1987. - 286 с. : ил. - 0.85., 66 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Пакет Microsoft Visual C++ в среде Microsoft Visual Studio., установленный в компьютерном классе.
2. Пакет компьютерных аналитических и графических вычислений для персонального компьютера. Допускается применение сред Wolfram Mathematica, Matlab, MathCAD, Maple или любых иных компьютерных ресурсов аналогичного назначения.
3. Интернет-ресурс справочной и математической литературы со свободным доступом www.eqworld.ipmnet.ru

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: Компьютерный класс с 12 компьютерами с лицензионным программным обеспечением. Проектор, экран, компьютер в аудитории для чтения лекций

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 09.03.02 - Информационные системы и технологии.

Автор(ы): Васин Александр Сергеевич, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Морозов Олег Александрович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 09.01.2024, протокол № б/н.