

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Арзамасский филиал ННГУ - Факультет естественных и математических наук

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Алгебра

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

---

Направленность образовательной программы

Математика и физика

---

Форма обучения

очная

---

г. Арзамас

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.07.02 Алгебра относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК-1.1: Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, специфику системного подхода для решения поставленных задач. ИУК-1.2: Умеет приобретать новые знания на основе анализа, синтеза и других методов; осуществлять поиск информации по научным проблемам, относящимся к профессиональной области. ИУК-1.3: Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками, адекватного использования информации, полученной из медиа и других источников для решения поставленных задач.	ИУК-1.1: Знать Основные принципы сбора, отбора и обобщения информации для изучения математических структур, линейных операторов, многочленов от нескольких переменных по курсу «Алгебра»  ИУК-1.2: Уметь приобретать новые знания на основе анализа, синтеза и других методов; осуществлять и ранжировать информацию по проблемам, относящимся к области учителя- предметника по математике.  ИУК-1.3: Владеть навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками, адекватного использования информации, полученной из медиа и других источников для аргументации своих выводов по разделам дисциплины «Алгебра».	Аудиторная контрольная работа Задания	Экзамен: Контрольные вопросы
ПКР-4: Способен осваивать и анализировать базовые научно-теоретические	ИПКР-4.1: Знает содержание, сущность, закономерности, принципы и особенности изучаемых	ИПКР-4.1: Знать содержание, сущность, закономерности, базовые теории курса «Алгебры», роль	Задания Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы

представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях явлений и процессов в предметной области	явлений и процессов, базовые теории в предметной области, а также роль учебного предмета/ образовательной области в формировании научной картины мира; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения профессиональных задач. ИПКР-4.2: Умеет анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов в предметной области знаний. ИПКР-4.3: Владеет различными методами анализа основных категорий предметной области знаний.	дисциплины в будущей профессиональной деятельности, в частности при изучении школьной математики, формировании научной картины мира  ИПКР-4.2: Уметь анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых тем и разделов: множества, бинарные отношения, матрицы и определители, линейные отображения, многочлены от одной и нескольких переменных, математические структуры и отображать в область будущей профессиональной деятельности.  ИПКР-4.3: Владеть различными методами анализа основных понятий, методами и различными способами решения задач и доказательства теорем		
--	---	---	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>13</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>468</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>100</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>64</b>
- КСР	<b>6</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>154</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>144</b>
	<b>Экзамен</b>

### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Тема 1. Математические структуры	54	22	10	32	22
Тема 2. Векторные пространства	36	12	6	18	18
Тема 3. Матрицы, действия над ними.	24	6	6	12	12
Тема 4. Определители квадратной матрицы, свойства, миноры, алгебраические дополнения.	28	8	6	14	14
Тема 5. Система линейных уравнений, методы решения системы линейных уравнений.	24	6	6	12	12
Тема 6. Линейные операторы, ядро, образ, ранг, дефект линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы.	36	8	10	18	18
Тема 7. Группы, циклические группы с порождающим элементом.	16	4	4	8	8
Тема 8. Многочлены от одной переменной.	36	12	6	18	18
Тема 9. Многочлены от нескольких переменных.	44	14	8	22	22
Тема 10. Приложения теории многочленов.	20	8	2	10	10
Аттестация	144				
КСР	6			6	
Итого	468	100	64	170	154

#### Содержание разделов и тем дисциплины

##### Тема 1. Математические структуры

Алгебраические операции. Алгебра, гомоморфизмы и изоморфизмы алгебр. Gruppoид, группа, свойства. Примеры групп, свойства группы. Понятие кольца, примеры колец, свойства кольца, подкольца. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец. Поле, свойства, критерий подполя. Понятие алгебраической системы как множества с операциями и отношениями. Упорядоченное поле, его простейшие свойства. Целые и рациональные числа. Система действительных чисел; простейшие свойства действительных чисел. Комплексные числа, построение поля комплексных чисел, основные формы комплексного числа, операции над числами.

##### Тема 2. Векторные пространства

Понятие векторного пространства, примеры; арифметическое векторное пространство. Подпространство; линейная оболочка множества векторов. Сумма и прямая сумма подпространств. Понятие линейного многообразия. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Эквивалентные системы векторов. Системы линейных уравнений. Векторная форма записи линейных уравнений. Условия совместности системы линейных уравнений. Базис и ранг системы векторов. Координатная строка (столбец) вектора

относительно данного базиса. Размерность векторного пространства. Изоморфизм векторных пространств одинаковой размерности. Векторное пространство со скалярным умножением. Ортогональная система векторов. Дополнение ортогональной системы векторов до ортогонального базиса, процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение к подпространству. Евклидово векторное пространство. Норма вектора. Ортонормированный базис евклидова пространства. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности

Тема 3. Матрицы, действия над ними.

Операции над матрицами, их свойства. Обратимые матрицы. Элементарные матрицы. Условия обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы.

Тема 4. Определители квадратной матрицы, свойства, миноры, алгебраические дополнения.

Группа подстановок. Четность и знак подстановки. Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Равенство определителя нулю (необходимые и достаточные условия). Определитель произведения матриц. Теорема о ранге матрицы. Вычисление обратной матрицы с помощью определителей.

Запись и решение системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  переменными в матричной форме. Правило Крамера. Условие нетривиальности решения однородной системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.

Тема 5. Система линейных уравнений, методы решения системы линейных уравнений.

Понятие следствия системы уравнений. Равносильные системы уравнений и элементарные преобразования системы.

Система однородных линейных уравнений; условия существования нетривиальных решений.

Пространство решений системы однородных уравнений. Неоднородная система линейных уравнений; линейное многообразие решений. Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений.

Приведение матрицы к ступенчатому виду; вычисление ранга матрицы. Базис пространства решений системы однородных линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения переменных; общее решение системы линейных уравнений.

Тема 6. Линейные операторы, ядро, образ, ранг, дефект линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы.

Линейные отображения векторных пространств; примеры. Ядро и образ линейного отображения.

Матрица линейного оператора. Связь между координатными столбцами вектора относительно различных базисов. Связь между матрицами линейного оператора относительно различных базисов; подобие матриц. Обратимые линейные операторы.

Понятие линейной алгебры; примеры. Алгебра линейных операторов векторного пространства.

Изоморфизм алгебры линейных операторов и полной матричной алгебры.

Собственные векторы и собственные значения. Характеристическое уравнение. Линейные операторы с простым спектром. Условия, при которых матрица подобна диагональной матрице.

Тема 7. Группы, циклические группы с порождающим элементом.

Полугруппы и моноиды. Обобщенный закон ассоциативности. Подгруппы; теорема Кэли. Смежные классы. Теорема Лагранжа. Порядок элемента группы, его свойства. Циклические группы, их описание. Нормальные делители группы. Фактор-группа. Ядро гомоморфизма.

Тема 8. Многочлены от одной переменной.

Простое трансцендентное расширение области целостности. Степень многочлена. Деление многочлена на двучлен  $(x-a)$  и корни многочлена. Наибольшее возможное число корней многочлена в области целостности. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Наименьшее общее кратное. Неприводимые над полем многочлены. Разложение многочлена в произведение нормированных неприводимых множителей и его единственность.

Формальная производная многочлена. Разложение многочлена по степеням двучлена  $(x-a)$ .

Неприводимые кратные множители многочлена. Кратные корни многочлена.

Тема 9. Многочлены от нескольких переменных.

Кратное трансцендентное расширение области целостности. Степень многочлена. Разложение многочлена над полем в произведение неприводимых множителей и его единственность. Поле рациональных дробей.

Лексикографическое упорядочение членов многочлена; высший член произведения многочленов.

Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах и следствие из нее.

Результант двух многочленов. Исключение переменной из системы двух уравнений с двумя переменными.

Тема 10. Приложения теории многочленов.

Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел; разложение многочлена в произведение неприводимых множителей над полем комплексных чисел. Формулы Виета.

Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами. Разложение многочлена над полем действительных чисел в произведение неприводимых множителей. Решение уравнений третьей (четвертой) степени.

Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами. Критерий неприводимости Эйзенштейна. Простое расширение поля. Алгебраические и трансцендентные числа. Строение простого алгебраического расширения поля. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби. Конечное расширение поля. Составное алгебраическое расширение поля. Поле алгебраических чисел, его алгебраическая замкнутость.

Понятие разрешимости уравнения в радикалах. Условия разрешимости уравнения третьей степени в квадратных радикалах. Примеры геометрических задач, сводящихся к уравнениям, неразрешимым в квадратных радикалах.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

- электронный курс "Алгебра" (<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=8376>).

Иные учебно-методические материалы: Учебно-методические документы, регламентирующие самостоятельную работу

адреса доступа к документам:

<https://arz.unn.ru/sveden/document/>

[https://arz.unn.ru/pdf/Metod\\_all\\_all.pdf](https://arz.unn.ru/pdf/Metod_all_all.pdf)

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

**5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

**5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Аудиторная контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1:**

1. Вычислить : а)  $\left(-\cos \frac{11\pi}{4} - i \cdot \sin \frac{11\pi}{4}\right)^{600}$ ; б)  $(i \cdot \sin 80^\circ - 1 + \cos 80^\circ)^{720}$

2. Вычислить:  $\cos \frac{\pi}{31} - \cos \frac{2\pi}{31} + \cos \frac{3\pi}{31} - \dots - \cos \frac{30\pi}{31}$

3. Вычислить:  $\sqrt[6]{\frac{1-i}{\sqrt{3}+i}}$

4. Определите, какое множество точек комплексной плоскости задается условием:  $1 \leq |2-z| < 3$

### Семестр 2

1. Решить по правилу Крамера систему линейных уравнений 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

2. Линейный оператор  $f$  пространства  $M$  задан в некотором базисе  $\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3}$  матрицей

$$A_f = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

а) Найти ядро, образ, ранг и дефект линейного оператора  $f$ .

б) Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора  $f$

3. Линейный оператор  $j$  в базисе  $\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3}, \overline{e_4}$  имеет матрицу 
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
. Найти матрицу этого оператора в базисе  $\overline{a_1} = \overline{e_1}, \overline{a_2} = \overline{e_1} + \overline{e_2}, \overline{a_3} = \overline{e_2} + \overline{e_3}, \overline{a_4} = \overline{e_3} + \overline{e_4}$ .

### Семестр 3

1. Решить систему 
$$\begin{cases} x^6 + y^6 = 65, \\ x^4 - x^2 y^2 + y^4 = 13. \end{cases}$$

2. Определить кратные множители многочлена:  $f(x) = x^6 - 2x^5 - x^4 + 4x^3 - x^2 - 2x + 1$ .

3. Найти остаток от деления:  $x^{243} + x^{81} + x^{27} + x^9 + x^3 + 1$  на  $(x^2 - 1)$ .

4. Найти кратность корня  $c = -2$  многочлена  $f(x) = x^5 + 6x^4 + 11x^3 + 2x^2 - 12x - 8$ .

5. Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби:  $\frac{\alpha}{\alpha^3 + 5}$ , где  $\alpha^3 - 2\alpha + 2 = 0$ .

6. Докажите, что с помощью циркуля и линейки нельзя построить отрезок, равный длине данной окружности.

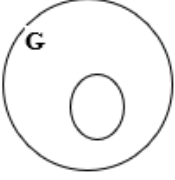
**Критерии оценивания (оценочное средство - Аудиторная контрольная работа)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две–три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

**5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции УК-1:**

В качестве задания студент должен выполнить опорный конспект  
Фрагмент опорного конспекта по теме « Подгруппы. Критерий подгруппы»



<p style="text-align: center;"><i>Поля</i> <i>1 определение, 1 теорема</i> <i>(критерий?)</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Подгруппа</li> <li>Критерий</li> </ol> <ol style="list-style-type: none"> <li>Группа (если забыли определение записать)</li> <li>Подмножество <math>H</math> множества <math>G</math> (если забыли определение записать)</li> </ol> <p>ГЛАГОЛ <b><u>НАЗЫВАЕТСЯ</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Группа</li> <li>Симметричный элемент</li> <li>Алгебра</li> <li>Ассоциативность</li> <li>Нейтральный элемент</li> </ol>	<p style="text-align: center;"><b><u>ПОДГРУППЫ. КРИТЕРИЙ ПОДГРУППЫ</u></b></p> <p><b>О.1.</b> Подгруппой <math>H</math> группы <math>G</math> называется группа относительно тех же операций, что и в группе <math>G</math>.</p> <p><b><u>Примеры.</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>H = 2\mathbb{Z}</math>, <math>G = \mathbb{Z}</math>, относительно операции <math>+</math>;</li> <li><math>H = \mathbb{Z}</math>, <math>G = \mathbb{Q}</math>, относительно операции <math>+</math>;</li> <li><math>H = \mathbb{Z}</math>, <math>G = \mathbb{Q}</math>, относительно операции <math>\cdot</math>; - не подгруппа</li> <li><math>H = \mathbb{Q}</math>, <math>G = \mathbb{R}</math>, относительно операции <math>\cdot</math>.</li> </ol> <p style="text-align: center;"><i>Краткая схема определения</i></p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;"><b><u>Критерий подгруппы</u></b></p> <p>Теорема состоит из двух теорем прямая и обратная.</p> <p><b>Прямая теорема</b> Непустое подмножество <math>H</math> группы <math>G</math> является подгруппой группы <math>G</math>, если удовлетворяет двух условиям:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\forall a, b</math> принадлежащих <math>H</math>: <math>(a * b)</math> принадлежит <math>H</math>;</li> <li><math>\forall a</math> принадлежащих <math>H</math>: <math>(-a)</math> принадлежит <math>H</math>.</li> </ol> <p><b>МОИ вопросы:</b> 1) Верны ли примеры на понятие подгруппа;</p> <p style="padding-left: 100px;">2) прямая теоремы: формулировка, доказательство полностью поняты и изучены;</p> <p style="padding-left: 100px;">3) обратная теорема: формулировка понятна,</p> <p>в доказательстве имеются вопросы (см. поля).</p>
--	---

### Перечень вопросов опорного конспекта

#### Семестр 1

- Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений. Способы задания бинарных отношений.
- Метод математической индукции. Основные типы задач, решаемых методом математической индукции.
- Группы. Примеры группы, подгруппы, изоморфизм групп.

#### Семестр 2

- Матрицы, операции над матрицами. Виды матриц.
- Определители квадратных матриц. Свойства определителей.

#### Семестр 3

- Схема Горнера. Основные типы задач.
- Теорема Безу. Доказательство теоремы Безу.

### 5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ПКР-4:

#### Семестр 1

1. Система линейных уравнений. Метод Гаусса.
2. Базис, ранг системы векторов.
3. Размерность векторного пространства.

#### Семестр 2

1. Различные методы решения системы линейных уравнений.
2. Ядро, образ, ранг, дефект линейных операторов.
3. Циклические группы. Алгоритм построения циклических групп.

#### Семестр 3

1. Неприводимые на над полями многочлены.
2. Теорема Виета.
3. Освобождение от иррациональности в знаменателе дроби.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	конспект полностью соответствует содержанию вопроса, информация верна структурирована, указаны определения, приведены примеры на каждую дефиницию, проанализированы доказательства свойств, теорем, лемм; на полях тетради проведены вопросы, возникшие при написании конспекта; материал изложен в необходимой логической последовательности; выполнены все задания (упражнения); конспект аккуратно и грамотно составлен, сдан в срок.
не зачтено	конспект полностью не соответствует содержанию вопроса, информация верна не структурирована, отсутствуют работы с определениями, теоремами, не приведены основные пункты доказательства теорем, лемм, свойств, изученных понятий; на полях тетради не проведены вопросы, возникшие при написании конспекта; материал изложен в логической последовательности; не выполнены все задания (упражнения); конспект составлен небрежно, не сдан в срок

### 5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПКР-4:

#### Семестр 1

1. Исследовать систему линейных уравнений, в зависимости от

$$\begin{cases} (-1+2\lambda)x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 2-\lambda \\ \lambda x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 1 \end{cases}.$$

параметра

2. Доказать, что следующая формула являются тавтологией:

$$(A \vee B \rightarrow C) \leftrightarrow [(A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)].$$

3. Доказать, что сумма первых  $n$  нечетных натуральных чисел равна  $n^2$

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

4. Ортогонализировать систему векторов, заданных своими координатами в некотором ортонормированном базисе:  $a=(3, 2, 1)$ ,  $b = (1, 0, 2)$ ,  $c =(1, 1, 3)$ .

5. Пусть  $\mathbf{G}$  – множество всевозможных троек чисел вида  $(k_1; k_2; l)$  и  $(k_1; k_2; -l)$  и пусть на  $\mathbf{G}$  определено действие, выполняемое по правилу:

$(k_1; k_2; e) \circ (l_1; l_2; d) = (k_1 + l_1; k_2 + l_2; e d)$ . Доказать, что относительно указанной операции  $\mathbf{G}$  является группой.

## Семестр 2

1. Решите матричное уравнение  $A \cdot X \cdot B = C$ , если:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислите коэффициент при  $x$  в разложении определителя:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -7 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & x & 5 & -3 \\ 3 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 3 & 1 & 2 \end{vmatrix};$$

3. Решите уравнения:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 & 4 \\ -1 & 3-x^2 & 3 & 3 \\ 7 & 7 & 5 & 5 \\ -7 & -7 & 6 & x^2-3 \end{vmatrix} = 0;$$

4. Пользуясь свойствами определителей, включая разложение по строке или столбцу, докажите тождества:

$$\begin{vmatrix} \sin^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha & \cos^2 \alpha \\ \sin^2 \beta & \sin \beta \cos \beta & \cos^2 \beta \\ \sin^2 \gamma & \sin \gamma \cos \gamma & \cos^2 \gamma \end{vmatrix} = \sin(\alpha - \beta) \cos \alpha \cos \beta + \sin(\beta - \gamma) \cos \beta \cos \gamma + \\ + \sin(\gamma - \alpha) \cos \gamma \cos \alpha;$$

5. Найдите ранги следующих матриц в зависимости от значений параметров  $a, b$ :

$$\begin{pmatrix} 1 & a & -1 & 2 \\ 2 & -1 & a & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix};$$

## Семестр 3

1. Кратность корня  $c = 1$  многочлена  $2x^4 - 7x^3 + 9x^2 - 5x + 1$  равна  
 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.
2. НОД многочленов  $x^4 + 4x^3 - 7x + 2$ ,  $x^3 + 3x^2 - 4$  есть  
 1)  $x^2 + x - 2$ , 2)  $x - 1$ , 3)  $x^2 + x + 1$ , 4) 1
3. Дробь  $\frac{7 - 4\sqrt[3]{49}}{2\sqrt[3]{49} + 7\sqrt[3]{7} - 21}$  равна  
 1)  $\frac{5}{2}\sqrt[3]{49} + \frac{9}{2}\sqrt[3]{7} + \frac{17}{2}$ , 2)  $\frac{2}{3}\sqrt[3]{49} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{7}$  3)  $\frac{2}{7}\sqrt[3]{49} + \frac{11}{5}\sqrt[3]{7} + \frac{4}{3}$  4)  $-\frac{1}{5}\sqrt[3]{49} + \frac{13}{5}$

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	выставляется студенту, если представленная контрольная работа выполнена полностью без ошибок и недочетов
хорошо	выставляется студенту, если представленная контрольная работа выполнена полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов
удовлетворительно	выставляется студенту, если представленная им контрольная работа выполнена правильно не менее чем на 2/3 всей работы или в работе допущены не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой ошибки и трех недочетов, при наличии четырех-пяти недочетов
неудовлетворительно	выставляется студенту, если число ошибок и недочетов в работе превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы

### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

#### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
	не зачтено	зачтено		
<u>Знания</u>	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
<u>Умения</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные

	основные умения. Имели место грубые ошибки	задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме
<u>Навыки</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

##### Семестр 1

1. Алгебраические операции. Алгебры.
2. Гомоморфизмы и изоморфизмы алгебр.
3. Группы. Свойства групп.
4. Подгруппы. Критерий подгруппы.
5. Кольца. Свойства колец.
6. Подкольца. Критерий подкольца.
7. Поля. Свойства полей.
8. Подполе. Критерий подполя.
9. Упорядоченные поля. Свойства полей.
10. Поля рациональных и действительных чисел.
11. Комплексное расширение поля действительных чисел.
12. Поле комплексных чисел. Построение поля комплексных чисел.

##### Семестр 2

1. Равенство строчного и столбцового рангов матрицы.
2. Критерий совместности системы линейных уравнений.
3. Однородные системы линейных уравнений. Количество решений однородной системы линейных уравнений.

4. Пространство решений системы однородных уравнений.
5. Матрицы. Операции над матрицами.
6. Свойства умножения матриц.
7. Перестановки, инверсии перестановок.
8. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителей.
9. Правило Крамера.
10. Ядро, образ, ранг и дефект линейного оператора.
11. Сумма линейных операторов. Произведение линейного оператора на элемент поля.
12. Матрицы линейных операторов  $f + g$ ,  $pf$ ,  $gf$ .
13. Обратимые линейные операторы

#### Семестр 3

1. Простое трансцендентное расширение области целостности. Степень многочлена.
2. Деление многочлена двучлен. Корни многочлена.
3. Деление многочлена на двучлен. Схема Горнера.
4. Наибольшее число корней многочлена в области целостности. Алгебраически и функционально равные многочлены.
5. НОД многочленов. Алгоритм Евклида.
6. НОК многочленов. Формула для вычисления наименьшего общего кратного.
7. Симметрические многочлены. Элементарные симметрические многочлены.
8. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Основная теорема алгебры.
9. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Леммы 1 и 2.
10. Неприводимые над полем рациональных чисел многочлены. Критерий неприводимости Эйзенштейна.
11. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах.

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПКР-4

#### Семестр 1

1. Алгебраические операции. Алгебры.
2. Гомоморфизмы и изоморфизмы алгебр.
3. Группы. Свойства групп.
4. Подгруппы. Критерий подгруппы.
5. Кольца. Свойства колец.
6. Подкольца. Критерий подкольца.
7. Поля. Свойства полей.
8. Подполе. Критерий подполя.
9. Упорядоченные поля. Свойства полей.
10. Поля рациональных и действительных чисел.
11. Комплексное расширение поля действительных чисел.
12. Поле комплексных чисел. Построение поля комплексных чисел.
13. Геометрическое представление комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа.
14. Извлечение корня  $n$ -ой степени из единицы в поле комплексных чисел.
15. Извлечение корня  $n$ -ой степени из произвольного комплексного числа.
16. Векторное пространство над полем. Свойства векторных пространств.

17. Подпространства векторного пространства. Критерий подпространства. Линейная оболочка системы векторов.
18. Сумма и прямая сумма подпространств.
19. Системы линейных уравнений. Равносильные системы линейных уравнений.
20. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
21. Линейная независимость системы векторов.
22. Эквивалентные системы векторов.
23. Базис и ранг системы векторов.
24. Базис векторного пространства.
25. Размерность векторного пространства.
26. Координаты векторы в данном базисе.
27. Изоморфизм векторных пространств одинаковой размерности.
28. Векторное пространство со скалярным умножением.
29. Ортогональная система векторов.
30. Дополнение ортогональной системы векторов до ортогонального базиса, процесс ортогонализации.
31. Ортогональное дополнение к подпространству.
32. Евклидово векторное пространство.
33. Норма вектора.
34. Ортонормированный базис евклидова пространства.
35. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности.
36. Комбинаторика. Размещения с повторениями.

#### Семестр 2

1. Фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений. Общее решение.
2. Общее решение неоднородной системы линейных уравнений.
3. Свойства операций сложения матриц и умножения числа на матрицу.
4. Элементарные матрицы. Обратимость элементарных матриц.
5. Обратимые матрицы. Условия обратимости матрицы.
6. Условия необратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы.
7. Подстановки. Группа подстановок по умножению.
8. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.
9. Определитель произведения матриц. Теорема о ранге матрицы.
10. Запись и решение системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  переменными в матричной форме. Критерий единственности решения.
11. Вычисление обратной матрицы с помощью определителей.
12. Линейные отображения и их свойства.
13. Способы задания линейных отображений.
14. Теорема о сумме дефекта и ранга линейного оператора.
15. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах. Подобные матрицы.
16. Произведение линейных операторов.
17. Понятие линейной алгебры. Алгебра линейных операторов. Примеры линейных алгебр.

18. Изоморфизм алгебры линейных операторов и полной алгебры матриц.
19. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
20. Линейные операторы с простым спектром.

### Семестр 3

1. Деление многочленов без остатка. Свойства деления без остатка.
2. Деление многочленов с остатком. Существование и единственность частного и остатка.
3. НОД нескольких многочленов. Линейное представление наибольшего общего делителя.
4. НОК нескольких многочленов и способ их нахождения.
5. Неприводимость над полем  $P$  многочлены. Свойства неприводимых многочленов.
6. Неприводимость над полем  $P$  многочлены. Разложение многочлена в произведение неприводимых множителей.
7. Производная многочлена. Разложение многочлена по степеням  $(x - c)$ .
8. Неприводимые кратные корни многочлена.
9. Неприводимые кратные корни многочлена.
10. Лексикографическое упорядочение членов многочлена от  $n$  переменных.
11. Разрешимость уравнений в квадратах радикалах.
12. Простое расширение поля. Строение простого алгебраического расширения. Освобождение от иррациональности в знаменатели дроби.
13. Поле алгебраических чисел и его алгебраическая замкнутость.
14. Геометрические построения циркулем и линейкой.
15. Простое алгебраическое расширение поля и его построение.
16. Разрешимость уравнений третьей степени в квадратных радикалах. Задачи на построение циркулем и линейкой.
17. Решение уравнений третьей степени.
18. Простое алгебраическое расширение поля. Минимальный многочлен алгебраического элемента.
19. Результант двух многочленов.
20. Решение уравнений 4-ой степени.
21. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами.
22. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами. Неприводимые над  $R$  многочлены.
23. Кратное трансцендентное расширение  $K[x_1, \dots, x_n]$  в области целостности  $K$ .

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	выставляется, когда студент глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с ситуационными заданиями, правильно обосновывает принятые решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок
хорошо	выставляется, если студент твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения и владеет



Оценка	Критерии оценивания
	необходимыми умениями и навыками при анализе информации
удовлетворительно	выставляется в том случае, при котором студент освоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении программного материала и испытывает затруднения в выполнении анализа информации
неудовлетворительно	выставляется студенту, в ответе которого обнаружились существенные пробелы в знании основного содержания учебной программы дисциплины и / или неумение использовать полученные знания

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

### Основная литература:

1. Ларин С. В. Алгебра: многочлены / Ларин С. В. - 2-е изд. ; испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2022. - 136 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/493274> (дата обращения: 05.01.2022). - ISBN 978-5-534-07825-1 : 349.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=785708&idb=0>.
2. Ларин Сергей Васильевич. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля : Учебное пособие для вузов / Ларин С. В. - 2-е изд. - Москва : Юрайт, 2021. - 160 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-05567-2. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=768049&idb=0>.

### Дополнительная литература:

1. Бухштаб А. А. Теория чисел / Бухштаб А. А. - 6-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 384 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-9228-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=782710&idb=0>.
2. Веселова Л. В. Алгебра и теория чисел / Веселова Л. В., Тихонов О. Е. - Казань : КНИТУ, 2014. - 107 с. - Книга из коллекции КНИТУ - Математика. - ISBN 978-5-7882-1636-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=825312&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Лицензионное программное обеспечение: Операционная система Windows.

Лицензионное программное обеспечение: Microsoft Office.

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Российский индекс научного цитирования (РИНЦ), платформа Elibrary: национальная информационно-аналитическая система. Адрес доступа: [http://elibrary.ru/project\\_risc.asp](http://elibrary.ru/project_risc.asp)

Scopus: реферативно-библиографическая база научных публикаций и цитирования. Адрес доступа: <http://www.scopus.com>

Web of Science Core Collection: реферативно-библиографическая база данных научного цитирования (аналитическая и цитатная база данных журнальных статей). Адрес доступа: <http://isiknowledge.com>

ARTS AND HUMANITIES CITATION INDEX - база журналов по гуманитарным наукам. Глубина архива – 1975 г.

Свободно распространяемое программное обеспечение:  
программное обеспечение LibreOffice;  
программное обеспечение Yandex Browser;

Электронные библиотечные системы и библиотеки:

Электронная библиотечная система "Лань" <https://e.lanbook.com/>

Электронная библиотечная система "Консультант студента" <http://www.studentlibrary.ru/>

Электронная библиотечная система "Юрайт" <http://www.urait.ru/ebs>

Электронная библиотечная система "Znanium" <http://znanium.com/>

Фундаментальная библиотека ННГУ [www.lib.unn.ru/](http://www.lib.unn.ru/)

Сайт библиотеки Арзамасского филиала ННГУ. – Адрес доступа: [lib.arz.unn.ru](http://lib.arz.unn.ru)

Ресурс «Массовые открытые онлайн-курсы Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского» <https://mooc.unn.ru/>

Портал «Современная цифровая образовательная среда Российской Федерации» <https://online.edu.ru/public/promo>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки).

Автор(ы): Нестерова Лариса Юрьевна, кандидат педагогических наук, доцент.

Рецензент(ы): Сангалова Марина Евгеньевна, кандидат педагогических наук.

Заведующий кафедрой: Нестерова Лариса Юрьевна, кандидат педагогических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 10.01.2024, протокол № 1.

