

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 15 от 24.12.2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Компьютерное моделирование вероятностных процессов

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

Направленность образовательной программы
Системное программирование

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.02.05 Компьютерное моделирование вероятностных процессов относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-3: Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, промышленности и бизнесе, с учетом возможностей современных информационных технологий и программирования и компьютерной техники	<p>ПК-3.1: Знает методы анализа и исследования математических моделей в области фундаментальной информатики и информационных технологий</p> <p>ПК-3.2: Умеет определять ключевые свойства и ограничения системы</p>	<p>ПК-3.1:</p> <p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> -определение и назначение модели, приемы моделирования, типы математических моделей; - базовые понятия теории вероятностей и математической статистики; -законы распределения вероятностей, наиболее распространенных на практике дискретных и непрерывных случайных величин; -алгоритмы моделирования реализаций случайных величин с известными законами распределения вероятностей; -методы обработки и способы представления результатов повторных независимых наблюдений над случайными величинами. <p>ПК-3.2:</p> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> -формулировать содержательные проблемы в форме вероятностных и статистических задач; -строить вероятностные модели реальных случайных явлений (для определенного круга задач); 	Собеседование	<p>Зачёт:</p> <p>Задачи</p> <p>Практическое задание</p>

		- находить различные вероятностные характеристики случайных величин и неслучайных функций от случайных аргументов; -разрабатывать и применять алгоритмические и программные решения на языке Python при моделировании многоэтапных случайных экспериментов, моделировании реализаций случайных величин и случайных процессов.		
--	--	--	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	1
самостоятельная работа	75
Промежуточная аттестация	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Тема 1. Определение и назначение модели, приемы моделирования	5	1		1	4

Тема 2. Математическое моделирование, типы математических моделей.	7	1	2	3	4
Тема 3. Имитационное моделирование.	32	4	4	8	24
Тема 4. Методы моделирования случайных величин.	35	4	4	8	27
Тема 5. Методы моделирования стационарных случайных процессов.	14	2	2	4	10
Тема 6. Визуализация данных и результатов анализа.	8	2	2	4	4
Тема 7. Анализ данных при сравнении ключевых показателей деятельности	6	2	2	4	2
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	108	16	16	33	75

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Определение и назначение модели, приемы моделирования. Материальное моделирование: физическое моделирование, аналоговое моделирование. Определения, примеры. Общая характеристика и классификация моделей. Определения, примеры.

Тема 2. Математическое моделирование, типы математических моделей. Определение и примеры дескриптивных моделей. Общая структура и примеры построения оптимизационных моделей. Определение, примеры.

Тема 3. Имитационное моделирование. Построение модели. Введение в программирование Python. Программирование, ориентированное на массивы. Визуализация данных, библиотека Matplotlib. Научные расчеты, модуль статистики библиотеки SciPy.

Метод статистических испытаний (Метод Монте-Карло), примеры его применения.

Тема 4. Методы моделирования случайных величин. Физические датчики случайных чисел. Программные методы моделирования реализаций случайных величин с заданными законами распределения вероятностей с применением библиотеки научных расчетов SciPy. Некоторые алгоритмы моделирования реализаций случайной величины с равномерным на интервале (0,1) распределением. Метод обратной функции как способ моделирования реализаций непрерывной случайной величины с известной функцией распределения. Метод исключения для моделирования случайной величины с показательным распределением. Некоторые алгоритмы моделирования случайной величины со стандартным нормальным распределением. Алгоритм моделирования реализаций случайной величины с распределением хи-квадрат. Способы моделирования реализаций случайной величины с биномиальным распределением. Алгоритм моделирования реализаций случайной величины с распределением Пуассона. Математическое моделирование эксперимента д-ра Э.Деминга «Воронка и мишень» методом Монте-Карло.

Тема 5. Методы моделирования стационарных случайных процессов. Определение случайного процесса. Некоторые характеристики случайного процесса (конечномерные функции распределения, математическое ожидание, дисперсия, автоковариационная функция). Определения стационарного случайного процесса (в широком и строгом смысле). Компьютерное моделирование вероятностных процессов в инженерных приложениях и бизнесе.

Тема 6. Визуализация результатов анализа данных. Графики плотности распределения и интегральной функции распределения. Диаграммы рассеяния. Гистограммы. Столбиковые диаграммы. Линейные диаграммы. Круговые диаграммы. Подбор графического представления для различных результатов исследований.

Тема 7. Анализ данных при сравнении ключевых показателей деятельности. Анализ взаимосвязи переменных, корреляция. Квантили, квартили. Реализация в Python. Метод Джона Тьюки построения пяти числовой сводки, эксклюзивный подход. Инклюзивные квартили. Диаграмма «Ящик с усами», примеры использования при сравнении данных. Анализ данных и бенчмаркинг. Упорядочивание

данных, позиция в квартилях. Анализ динамики изменения данных. Практические примеры использования квартилей в научном и производственном анализе.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Кувькин В. И. Практические задания по дисциплине «Компьютерное моделирование вероятностных процессов» : учебно-методическое пособие / Кувькин В. И. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2022. - 34 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» и 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии».

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-3:

1. Определение случайной величины.
2. Определение функции распределения случайной величины и ее свойства.
3. Распределение Бернулли.
4. Биномиальное распределение с параметрами n , p .
5. Геометрическое распределение с параметром p .
6. Распределение Пуассона.
7. Равномерное распределение в (a,b) , $a < b$.
8. Показательное (экспоненциальное) распределение.
9. Нормальное распределение (распределение Гаусса).
10. Математическая модель повторных независимых наблюдений над случайной величиной.
11. Способы представления выборки. Вариационный ряд.
12. Таблица частот группированной выборки.

13. Гистограмма относительных частот, ее свойства и реализация в Python.
14. Кумулятивная гистограмма относительных частот и ее реализация в Python.
15. Выборочные числовые характеристики.
16. Распределение хи-квадрат.
17. Решение статистических задач о распределении методом Монте-Карло.
18. Моделирование реализаций непрерывных случайных величин методом обратной функции.
19. Методы моделирования случайных величин с распределением Пуассона в Python.
20. Методы моделирования случайных величин с биномиальным распределением в Python.
21. Методы моделирования реализаций случайных величин с нормальным распределением в Python.

Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже "удовлетворительно".
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне "неудовлетворительно".

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

					ошибок		
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-3

Задание 1. Пятнадцать экзаменационных билетов содержат по два вопроса, которые не повторяются. Билет берет студент, который знает только 25 вопросов. Для успешной сдачи экзамена достаточно ответить на два вопроса из своего билета или на один вопрос из своего билета и на указанный дополнительный вопрос из другого билета. Повторить эксперимент (путем моделирования) N раз в одних и тех же условиях и найти относительную частоту события $A = \{\text{студент сдаст экзамен}\}$. Найти вероятность события A теоретически.

Задание 2. Пусть на вероятностном пространстве (Ω, F, P) определены две независимые случайные величины ξ и η , каждая из которых равномерно распределена на промежутке $(0, 2]$. Вводится новая случайная величина $\zeta = \xi + \eta$. Путем моделирования реализаций случайных величин и получить N наблюдений над случайной величиной ζ . По N наблюдениям построить кумулятивную гистограмму и гистограмму относительных частот группированной выборки.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже "удовлетворительно".
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне "неудовлетворительно".

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ПК-3

Задача 1. Пусть ξ - непрерывная случайная величина с плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} & , x > 0 \\ 0 & , x - \text{другое} \end{cases}.$$

Используя метод обратной функции, получить выражение, позволяющее моделировать реализации случайной величины ξ по реализациям случайной величины v , равномерно распределенной в интервале $(0, 1)$. Пусть $\eta = \exp(-\xi)$, найти плотность распределения случайной величины η . По N наблюдениям построить гистограмму относительных частот группированной выборки случайной величины η .

Задача 2. Для нормального распределения с параметрами $\mu = 1,5$, $\sigma = 1$ построить график плотности распределения и рассчитать вероятность $P(\xi > 6\sigma)$. В соответствие с концепцией «Шесть сигм» построить и вывести на печать таблицу зависимости уровня сигм и качества (число дефектов на миллион возможностей).

Критерии оценивания (оценочное средство - Практическое задание)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже "удовлетворительно".
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне "неудовлетворительно".

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Федоткин Михаил Андреевич. Основы прикладной теории вероятностей и статистики : учеб. для студентов вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика и информатика" и по направлению "Прикладная математика и информатика". - М. : Высшая школа, 2006. - 368 с. : ил. - ISBN 5-06-005328-8 : 215.60., 183 экз.
2. Федоткин Михаил Андреевич. Лекции по анализу случайных явлений : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям ВПО 010400 "Приклад. математика и информатика" и 010300 "Фундам. информатика и информ. технологии" / ННГУ. - М. : Физматлит, 2016. - 464 с. - ISBN 978-5-9221-1679-4 : 599.50., 250 экз.
3. Третьяк Людмила Николаевна. Обработка экспериментальных данных: основы теории и практики : учебник для вузов / Л. Н. Третьяк, А. Л. Воробьев ; под общей редакцией Л. Н. Третьяк. - 2-е изд. - Москва : Юрайт, 2025. - 219 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-08623-2. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=922241&idb=0>.
4. Конкина В. В. Введение в большие данные и анализ информации : учебное пособие / Конкина В. В., Борисенко А. Б., Коробова И. Л. - Тамбов : ТГТУ, 2024. - 82 с. - Утверждено Ученым советом университета в качестве учебного пособия для студентов направления подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», изучающих дисциплину «Разработка информационного обеспечения», а также для студентов направления подготовки 09.04.01 «Информатика и вычислительная техника», изучающих дисциплину «Введение в большие данные и анализ информации», очной и заочной форм обучения. - Книга из коллекции ТГТУ - Информатика. - ISBN 978-5-8265-2749-8., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=973028&idb=0>.
5. Чернышев Станислав Андреевич. Основы программирования на Python : учебник для вузов / С. А. Чернышев. - 2-е изд. - Москва : Юрайт, 2025. - 349 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-17139-6 : 1729.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=965768&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Зорин А. В. Моделирование случайных величин и проверка гипотез о виде распределения : учебно-методическое пособие / Зорин А. В., Зорин В. А., Федоткин М. А. - Нижний Новгород :

ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2017. - 19 с. - Рекомендовано методической комиссией Института ИТММ для студентов ННГУ, обучающихся по направлению подготовки 010302 «Прикладная математика и информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=730085&idb=0>.

2. Мухин В. И. Сборник задач по теории вероятностей. Ч. 3 / В. И. Мухин, В. М.Сморкалова ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2017. - 42 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=822607&idb=0>.

3. Мухин В. И. Сборник задач по теории вероятностей. Ч. 4 / В. И. Мухин, В. М.Сморкалова ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2017. - 54 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=822608&idb=0>.

4. Кувькин В. И. Практические задания по дисциплине «Компьютерное моделирование вероятностных процессов» : учебно-методическое пособие / Кувькин В. И. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2022. - 34 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» и 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии». - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Информатика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=830217&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Anaconda — дистрибутив языков программирования Python и R (<https://anaconda.com/>)

Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор(ы): Кувькин Вячеслав Иванович, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник.

Заведующий кафедрой: Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 17.12.2025, протокол № протокол №6.