

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Высшая школа общей и прикладной физики

---

**УТВЕРЖДЕНО** решением Ученого совета ННГУ  
протокол от «31» мая 2023 г. № 6

**Рабочая программа дисциплины**

Методы математической физики

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
03.03.02 – Физика

---

Направленность образовательной программы  
Фундаментальная физика

---

Форма обучения  
Очная

---

Нижний Новгород

2023 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.10 «Методы математической физики» относится к обязательной части ООП направления подготовки 03.03.02 Физика.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Демонстрация способности применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знать способы решений вариационных задач, классификацию уравнений в частных производных, методы вывода волновых уравнений (с помощью принципа Гамильтона) и уравнений тепло-проводности (с помощью учета теплового баланса), пути решения уравнений и гиперболических систем в частных производных с помощью разделения переменных с использованием Теоремы Стеклова, метода характеристик, метода интегральных преобразований (Лапласа, Фурье, Бесселя, синус- и косинус-преобразований), с помощью функции Грина, с помощью Ньютонова и поверхностных потенциалов. Иметь представление о корректности постановки задач для уравнений в частных производных и об основных подходах к её	Задачи	Задачи Собеседование

		проверке, знать подходы к точному и приближенному решению интегральных уравнений Фредгольма второго рода. Уметь пользоваться методами математической физики для решения конкретных физических задач. Владеть навыками решения задач, основанных на полученных в ходе освоения модуля знаниях.		
--	--	--	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>8</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>288</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>80</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>48</b>
- КСР	<b>3</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>112</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>45</b> экзамен, зачёт с оценкой

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
	Очная	Очная	Очная	очная	очная	очная

Тема 1. Вариационные задачи без условий связи и со связями.	18	6	4	0	10	8
Тема 2. Квадратичный функционал, оператор Штурма, теорема Стеклова.	20	6	4		10	10
Тема 3. Классификация уравнений в частных производных.	18	6	4		10	8
Тема 4. Уравнения колебаний струны и мембраны.	20	6	4		10	10
Тема 5. Уравнение теплопроводности.	18	6	4		10	8
Тема 6. Метод Фурье.	20	6	4		10	10
Тема 7. Метод характеристик.	18	6	4		10	8
Тема 8. Решение линейных гиперболических систем.	20	6	4		10	10
Тема 9. Методы интегральных преобразований в задачах математической физики.	22	8	4		12	10
Тема 10. Теория потенциала, включая Ньютонов потенциал и потенциалы простого и двойного слоя.	22	8	4		12	10
Тема 11. Применение потенциалов для решения задач Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона	22	8	4		12	10
Тема 12. Интегральные уравнения Фредгольма второго рода и альтернатива Фредгольма.	22	8	4		12	10
Аттестация	45					
КСР	3				3	
Итого	288	80	48	0	131	112

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Для самостоятельной работы обучающимся предлагается использовать основную и дополнительную литературу и/или электронные Интернет-ресурсы.

#### 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

##### 5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

##### 5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Задача 1.1 Найти общее решение уравнения  $(x - y)u_{xy} - u_x + u_y = 0$

Задача 1.2 Найти методом изображений функцию Грина задачи Дирихле для оператора Лапласа в полукруге.

Задача 1.3 Найти распределение температуры в однородном стержне, если левый конец теплоизолирован, на правом происходит излучение тепла в среду с нулевой температурой, температура в начальный момент постоянна и равна  $T$ , в середине стержня имеется маленький источник тепла с постоянной во времени производительностью.

Задача 1.4 Вывести и решить уравнение малых колебаний тонкой тяжелой веревки, закрепленной в верхней точки и движущейся в вертикальной плоскости.

Задача 1.5 Струна с закрепленными концами начинает движение с нулевым начальным отклонением и постоянной вдоль струны начальной скоростью. Найти отклонение струны в любой момент времени. Имеет ли эта задача решение? Имеет ли это решение физический смысл?

Задача 1.6 Найти уравнение поверхности минимальной площади, натянутой на проволочный контур в трехмерном пространстве. Выяснить геометрический смысл условия минимальности.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка		Критерии оценивания
Зачтено	Превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
	Отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
	Очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
	Хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при

Оценка		Критерии оценивания
		решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
	Удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.
Не зачтено	Неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
	Плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			Зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки . Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки . Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки и. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
Зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>Удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	<b>Неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>Плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации

### 5.3.2 Типовые задания, выносимые на промежуточную аттестацию:

#### Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Задача 1.1 Найти общее решение уравнения  $(x - y)u_{xy} - u_x + u_y = 0$

Задача 1.2 Найти методом изображений функцию Грина задачи Дирихле для оператора Лапласа в полукруге.

Задача 1.3 Найти распределение температуры в однородном стержне, если левый конец теплоизолирован, на правом происходит излучение тепла в среду с нулевой температурой, температура в начальный момент постоянна и равна  $T$ , в середине стержня имеется маленький источник тепла с постоянной во времени производительностью.

Задача 1.4 Вывести и решить уравнение малых колебаний тонкой тяжелой веревки, закрепленной в верхней точке и движущейся в вертикальной плоскости.

Задача 1.5 Струна с закрепленными концами начинает движение с нулевым начальным отклонением и постоянной вдоль струны начальной скоростью. Найти отклонение струны в любой момент времени. Имеет ли эта задача решение? Имеет ли это решение физический смысл?

Задача 1.6 Найти уравнение поверхности минимальной площади, натянутой на проволоочный контур в трехмерном пространстве. Выяснить геометрический смысл условия минимальности.

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
Превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
Отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
Очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
Хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Продемонстрированы все



Оценка	Критерии оценивания
	основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
Удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.
Неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
Плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.

#### Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

- 1) Лемма Лагранжа и уравнение Эйлера.
- 2) Вывод уравнений Эйлера – Лагранжа. Принцип Гамильтона.
- 3) Вывод естественных граничных условий для функционалов различного типа.
- 4) Изопериметрическая задача.
- 5) Квадратичный функционал и оператор Штурма.
- 6) Свойства собственных значений и собственных функций оператора Штурма. Теорема сравнения.
- 7) Теорема Стеклова.
- 8) Обобщенная задача Штурма и её связь с уравнением Бесселя.
- 9) Уравнения Шредингера и Лапласа как уравнения Остроградского для соответствующих функционалов; свойства их решений.
- 10) Вывод уравнения малых колебаний струны и граничных условий для него на основе принципа Гамильтона.
- 11) Корректность постановки задач для уравнений в частных производных в общем случае и применительно к уравнению колебаний струны.
- 12) Решение методом Фурье задач о свободных и вынужденных колебаниях однородной струны с однородными и неоднородными граничными условиями.
- 13) Решение задач о колебаниях прямоугольной и круглой мембран.
- 14) Функции Бесселя и их свойства.

- 15) Вывод уравнения теплопроводности, типы граничных условий.
- 16) Принцип максимума для одномерного уравнения теплопроводности. Теорема единственности.
- 17) Функция Грина в задачах теплопроводности: определение, построение, применение.
- 18) Дельта-функция и её использование для нахождения функции Грина в задачах теплопроводности.
- 19) Преобразование Лапласа (с выводом формулы обращения).
- 20) Использование преобразования Фурье и синус- косинус-преобразований для решения задач теплопроводности.
- 21) Применение двух интегральных преобразований для решения одного уравнения с частными производными.
- 22) Классификация линейных уравнений 2-го порядка.
- 23) Характеристики и их использование для решения гиперболического уравнения с двумя независимыми переменными.
- 24) Вывод формулы Даламбера для ограниченной и бесконечной струны.
- 25) Приведение систем гиперболических уравнений к каноническому виду и возможности решения.
- 26) Решение волнового уравнения в трехмерном пространстве и на плоскости с помощью формул Кирхгофа и Пуассона.
- 27) Вывод первой и второй формул Грина и основной интегральной формулы.
- 28) Гармонические функции и их свойства.
- 29) Единственность и непрерывная зависимость от граничных условий решений внутренней и внешней задачи Дирихле.
- 30) Внутренняя и внешняя задача Неймана для уравнений Лапласа.
- 31) Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа: определение, использование для нахождения решения, построение методом электростатических изображений.
- 32) Существование и непрерывность сингулярных объемных и поверхностных интегралов.
- 33) Ньютонов потенциал и его свойства.
- 34) Свойства поверхностных потенциалов простого и двойного слоя.
- 35) Сведение с помощью поверхностных потенциалов задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям Фредгольма 2-го рода.
- 36) Уравнение Фредгольма 2-го рода с малым или вырожденным ядром: точное решение для вырожденного ядра и приближенное для малого.
- 37) Альтернатива Фредгольма для интегральных уравнений с ядрами специального вида.
- 38) Интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода в трехмерном пространстве в случае ядер с особенностями.
- 39) Доказательство существования решений задач Дирихле и Неймана с помощью интегральных уравнений.
- 40) Некорректность задачи решения уравнения Фредгольма 1-го рода и её причины.

**Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)**

Оценка	Критерии оценивания
Превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Оценка	Критерии оценивания
Отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
Очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
Хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
Удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.
Неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
Плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература:

- 1) Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977, -736 с. -61 экз.
- 2) Годунов С.К. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1979 – 391 с. -61 экз.
- 3) Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: URSS,

2002.-320 с -84 экз.

4) Буда́к Б.М., Самарский А.А., Тихо́нов А.Н. Сборник задач по математической физике. М.: Наука, 1980. -688 с. -134 экз.

5) Жислин Г.М. Интегральные преобразования для уравнений математической физики. Учебно-методическое пособие. Научно-исследовательский радиофизический институт (ФГБНУ НИРФИ) Н.Новгород 2013,84 с. (Деканат ВШОПФ) -30 экз.

б) дополнительная литература:

1) Романовский П.И. Ряды Фурье. Теория поля. Аналитические и специальные функции. Преобразование Лапласа. М.: Наука, 1964, 1973, 1980 -336 с. -8 экз.

2) Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление. М.: Физматгиз, 1961. -228 с. -21 экз.

3) Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции. М.: Наука, 1984. - 383 с. -38 экз.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)

программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Учебно-образовательная физико-математическая библиотека EqWorld

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/pde.htm>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: для проведения лекций и практических занятий требуется типовое оборудование лекционной аудитории. Для подготовки самостоятельных контрольных работ и для их графического представления (если это необходимо), а также для расширения коммуникационных возможностей студенты имеют возможность работать в компьютерных классах с соответствующим лицензионным программным обеспечением и выходом в Интернет. Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 03.03.02 - Физика.

Автор(ы): Г.М. Жислин

Заведующий кафедрой: Господчиков Егор Дмитриевич, кандидат физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 30.06.2022 г., протокол № 3.