

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол от «30» ноября 2022 г. № 13

Рабочая программа дисциплины

Группы Ли и дифференциальные уравнения

Уровень высшего образования
магистратура

Направление подготовки / специальность
01.04.01 Математика

Направленность образовательной программы
Фундаментальная математика и приложения

Форма обучения
очная

Нижний Новгород

2023 год

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части Б1.О.08.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1. Знать принципы системного подхода, позволяющие осуществлять анализ проблемных ситуаций.	Знает основные понятия и формулы группового анализа.	Задача (практическое задание)
	УК-1.2. Уметь вырабатывать стратегию действий при возникновении критических ситуаций.	Умеет применять полученные знания по групповому анализу в проблемных ситуациях.	Задача (практическое задание), контрольная работа
	УК-1.3. Владеть навыками системного подхода к анализу проблемных ситуаций.	Владеет основными формулами группового анализа.	Задача (практическое задание), контрольная работа
ОПК-1. Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	ОПК-1.1. Знать основы фундаментальных дисциплин в области математических и (или) естественных наук.	Знает терминологию и основные результаты группового анализа.	Задача (практическое задание)
	ОПК-1.2. Уметь выбирать методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Умеет определять какие задачи можно решать с помощью группового анализа.	Задача (практическое задание)
	ОПК-1.3. Владеть навыками применения фундаментальных знаний в профессиональной деятельности.	Владеет опытом применения группового анализа для понижения порядка обыкновенных дифференциальных уравнений.	Задача (практическое задание), контрольная работа

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

1 семестр	очная форма обучения
Общая трудоемкость	<u>4</u> ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	50
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	16
самостоятельная работа	58
Промежуточная аттестация – экзамен	36

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 1. Векторные поля и потоки	11	3	2		5	6
Тема 2. Группы Ли	22	8	4		12	10
Тема 3. Расслоение джетов. Продолжение векторного поля	11	3	2		5	6
Тема 4. Симметрии дифференциальных уравнений.	26	8	2		10	16
Тема 5. Понижение порядка и интегрируемость в кваратрах обыкновенных дифференциальных уравнений.	36	10	6		16	20
Текущий контроль (КСР)	2					
Промежуточная аттестация зачет	36					
Итого	144	32	16		48	58

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в форме экзамена.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Выполнение домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением.

Изучение литературы и проработка теоретического материала лекционных занятий.

Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

1. Понтрягин Л.С. Непрерывные группы. М.: Наука, 1973, С. 519

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Pontryagin1973ru.djvu>

2. Зайцев В.Ф. Введение в современный групповой анализ. Часть 1: Группы преобразований на плоскости (учебное пособие к спецкурсу). СПб.: РГПУ им. А.И.Герцена, 1996, с.39

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zajcev_t1_1996ru.pdf

3. Зайцев В.Ф. Введение в современный групповой анализ. Часть 2: Уравнения первого порядка и допускаемые ими точечные группы (учебное пособие к спецкурсу). СПб.: РГПУ им. А.И.Герцена, 1996, С. 40

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zajcev_t2_1996ru.pdf

4. . Ибрагимов Н.Х. Группы преобразований в математической физике. М.: Наука, 1983, С.280

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Ibragimov1983ru.djvu>

5. Ибрагимов Н.Х. Азбука группового анализа. М.: Знание, 1989, С.48

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Ibragimov1989ru.djvu>

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу

	вследствие отказа обучающегося от ответа			ошибок	ых ошибок		подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не

		ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

5.2.1 Контрольные вопросы

Вопросы	Код формируемой компетенции
1. Левоинвариантные векторные поля на группе Ли и их свойства. Примеры.	УК-1
2. Левоинвариантные дифференциальные формы на группе Ли.	ОПК-1
3. Теорема Фробениуса для распределений, заданных с помощью векторных полей.	УК-1
4. Теорема Фробениуса для распределений, заданных с помощью линейных дифференциальных форм.	ОПК-1
5. Построение локальной группы Ли по структурным уравнениям,	ОПК-1
6. Инфинитезимальный критерий инварианта действия группы.	УК-1
7. Инфинитезимальный критерий инвариантности подмногообразия.	УК-1
8. Продолжения преобразований многообразия на расслоения джетов	УК-1
9. Продолжения векторного поля на расслоении джетов.	УК-1
10. Общая формула продолжения векторного поля.	УК-1
11. Инфинитезимальный критерий симметрии системы дифференциальных уравнений	ОПК-1

12. Алгоритм понижения порядка ОДУ с помощью метода дифференциальных инвариантов.	ОПК-1
13. Алгоритм понижения порядка ОДУ с помощью метода канонических переменных.	ОПК-1
14. Интегрируемость ОДУ в квадратурах.	ОПК-1
15. Симметрии распределений.	ОПК-1
16. Понижение порядка ОДУ с помощью симметрий распределения Картана.	ОПК-1

5.2.2 Типовые задания для оценки сформированности компетенций УК-1

1. Для группы проективных преобразований прямой $x' = \frac{ax+b}{1-cx}$, $(a, b, c \in R, b+ac \neq 0)$ найти какой-либо базис левоинвариантных векторных полей и структурные константы группы относительно этого базиса
2. Является ли вполне интегрируемым распределение на $R \setminus 0 = ((x, y, z) \in R^3 \mid (x, y, z) \neq (0, 0, 0))$, заданное векторными полями $V_1 = y\partial_x - x\partial_y$, $V_2 = z\partial_x - x\partial_z$, $V_3 = y\partial_z - z\partial_y$?
3. На группе собственных движений плоскости найти левоинвариантное поле, соответствующее однопараметрической подгруппе параллельных переносов с каким-либо направляющим вектором.
4. На группе собственных движений плоскости найти левоинвариантное поле, соответствующее однопараметрической подгруппе поворотов.

Типовые задания для оценки сформированности компетенций ОПК-1

1. Проверить, что векторное поле $V = (x, nU)$ определяет симметрии уравнения $U''x^{2-n} = F(Ux^{-n}, U'x^{1-n})$ и понизить порядок этого уравнения с помощью метода дифференциальных инвариантов
2. Проверить, что векторное поле $V = (x, nU)$ определяет симметрии уравнения $U''x^{2-n} = F(Ux^{-n}, U'x^{1-n})$ и понизить порядок этого уравнения с перехода к каноническим переменным.
3. Проинтегрировать уравнение $y_x + y^2 - 2yx^2 + x^4 - 2x - 1 = 0$ методом канонических переменных, используя симметрию $V = \partial_x + 2x\partial_y$.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Ибрагимов Н.Х. Группы преобразований в математической физике. М.: Наука, 1983, С.280

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Ibragimov1983ru.djvu>

2. Ибрагимов Н.Х. Азбука группового анализа. М.: Знание, 1989, С.48

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Ibragimov1989ru.djvu>

б) дополнительная литература:

1. Понтрягин Л.С. Непрерывные группы. М.: Наука, 1973, С. 519

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Pontryagin1973ru.djvu>

2. Зайцев В.Ф. Введение в современный групповой анализ. Часть 1: Группы преобразований на плоскости (учебное пособие к спецкурсу). СПб.: РГПУ им. А.И.Герцена, 1996, с.39

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zajcev_t1_1996ru.pdf

3. Зайцев В.Ф. Введение в современный групповой анализ. Часть 2: Уравнения первого порядка и допускаемые ими точечные группы (учебное пособие к спецкурсу). СПб.: РГПУ им. А.И.Герцена, 1996, С. 40

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zajcev_t2_1996ru.pdf

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)

<http://www.lib.unn.ru/>

Университетская библиотека ONLINE <http://www.biblioclub.ru>

Библиотека "Лань" <http://e.lanbook.com/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория, оснащенная партами, стульями, учебной доской, мелом.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ - магистратура по направлению подготовки 01.04.01 Математика.

Автор (ы): к.ф.-м.н., доц. Баландин А.В.

Рецензент (ы)

Заведующий кафедрой: д.ф.м.н., проф Кузнецов М.И.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.