

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный  
университет им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО  
президиумом Ученого совета ННГУ  
протокол от  
«14» декабря 2021 г. № 4

**Рабочая программа дисциплины**

**Управление колебаниями  
динамических систем**

*(наименование дисциплины (модуля))*

Уровень высшего образования

**бакалавриат**

*(бакалавриат / магистратура / специалитет)*

Направление подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы

**Прикладная математика и информатика (общий профиль)**

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения

**Очная**

Нижний Новгород

2022 год приема

## 1. Место и цели дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений. Код дисциплины **Б1.В.ДВ.05.02**.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.05.02 «Управление колебаниями динамических систем», относится к части ООП направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников).

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>ПК-13.</b> Способен участвовать в исследовании математических моделей в естественных науках и технике	<b>ПК-13.1.:</b> Знает методы создания, анализа и исследования математических моделей в естественных науках и технике	<b>Знать:</b> - основные понятия и утверждения дисциплины «Управление колебаниями динамических систем-1»: 1. Понятие о динамической системе, фазовом пространстве и фазовой траектории. 2. Определение устойчивости решения дифференциального уравнения по Ляпунову. 3. Формулировку теорем Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. 4. Формулировки теорем об устойчивости линеаризованных систем. 5. Формулировку теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению. 6. Постановки задач оптимального управления системами, описываемыми обыкновенными дифференциальными уравнениями. 7. Формулировки необходимых условий оптимальности для различных типов задач	Собеседование
	<b>ПК-13.3.:</b> Умеет корректно использовать методы создания,	<b>Уметь:</b> использовать на практике знания, полученные при изучении дисциплины «Управление колебаниями динамических систем-1»:	Практическая работа

	<p>анализа и исследования математических моделей, умеет применять численные и аналитические методы решения базовых математических задач и классических задач естествознания в практической деятельности</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Находить функцию Ляпунова для дифференциальных уравнений, моделирующих колебания механических систем.</li> <li>2. Применять критерий Рауса-Гурвица для исследования устойчивости линеаризованных систем.</li> <li>3. Записывать необходимые условия оптимальности для задач оптимального управления в форме Майера и Лагранжа.</li> <li>4. Находить оптимальное управление в форме обратной связи по состоянию в линейно-квадратичной задаче с использованием матричного уравнения Риккати.</li> <li>5. Записывать необходимые условия оптимальности для задач оптимального управления в общей форме с использованием множителей Лагранжа.</li> </ol>	
	<p><b>ПК-13.4.:</b> Владеет навыками использования математических методов обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований</p>	<p><b>Владеть:</b> -навыками использования математических методов обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований</p>	<p>Практическая работа</p>

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>3 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>108</b>
<b>в том числе</b>	
<b>контактная работа:</b> - занятия лекционного типа - занятия семинарского типа - текущий контроль (КСР)	<b>50</b> <b>16</b> <b>32</b> <b>2</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>22</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>	<b>36</b>

#### Содержание дисциплины «Управление колебаниями динамических систем-1»

Наименование и краткое содержание разделов	Всего	в том числе
--------------------------------------------	-------	-------------

		<b>контактная работа</b> <b>(работа во взаимодействии с</b> <b>преподавателем), часы</b> из них				<b>Самостоятельная</b> <b>работа обучающегося</b>
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего контактных часов	
<b>1.МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ</b> <b>УСТОЙЧИВОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ</b> 1.1. Понятие о динамической системе. Фазовое пространство. Фазовые траектории. Примеры динамических систем, описываемые дифференциальными уравнениями в обыкновенных и частных производных. Примеры конечномерных и бесконечномерных фазовых пространств. 1.2. Устойчивость решения дифференциального уравнения по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Экспоненциальная устойчивость. 1.3. Прямой метод Ляпунова исследования систем на устойчивость Теоремы Ляпунова об устойчивости. Теорема Четаева о неустойчивости. 1.4. Развитие метода Ляпунова. Теорема Барбашина-Красовского. Устойчивость по части переменных. Теорема Румянцева об устойчивости по части переменных. Метод сравнения Матросова. 1.5. Примеры исследования динамических систем на устойчивость.	27	4	8		12	5
<b>2. УСТОЙЧИВОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ</b> 2.1. Устойчивость линейных стационарных систем. Критерий Рауса-Гурвица. Частотные критерии устойчивости. 2.2. Устойчивость линейных нестационарных систем. О методе "замороженных коэффициентов". Устойчивость систем с периодическим изменением параметров. 2.3. Устойчивость систем по первому приближению. Матричное уравнение Ляпунова.	27	4	8		12	5
<b>3. ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ</b> <b>ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ</b> 3.1. Математические модели управляемых систем. Постановка задач оптимального управления. Программное управление. Синтез управления. 3.2. Примеры решения конкретных задач оптимального управления. Задача Годдарда. Задача о мягкой посадке космического аппарата.	25	4	8		12	6
<b>4.ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ И</b> <b>ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ</b> 4.1. Постановка задач оптимального управления. Связь с задачами вариационного исчисления. 4.2. Необходимые условия оптимальности в задачах Майера и Лагранжа. Функция Гамильтона. Условия трансверсальности. 4.3. Необходимые условия оптимальности в общей задаче. Метод множителей Лагранжа.	27	4	8		12	6

4.4. Линейно-квадратичная задача. Оптимальное управление в форме обратной связи по состоянию системы. Матричное уравнение Риккати.						
<b>Текущий контроль (КСР)</b>	2				2	
<b>Промежуточная аттестация - экзамен</b>	36					
<b>Итого</b>	<b>108</b>	<b>16</b>	<b>32</b>		<b>50</b>	<b>22</b>

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Управление колебаниями динамических систем - 1» включает выполнение заданий под контролем преподавателя, выполнение домашних заданий и подготовку к экзамену.

Используются активные и интерактивные образовательные технологии в форме лекций, практических занятий.

**Лекция-информация.** Ориентирована на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению и запоминанию.

**Практические занятия.** Одна из форм учебного занятия, направленная на развитие самостоятельности обучающихся и приобретение умений и навыков. Данные учебные занятия углубляют, расширяют, детализируют полученные на лекции знания. Практическое занятие предполагает выполнение студентами по заданию и под руководством преподавателя нескольких самостоятельных работ.

Тематика самостоятельной работы

Построение фазовых портретов динамических систем на плоскости. Проверка задания.

Построение функций Ляпунова для анализа устойчивости тривиального решения систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями. Проверка задания.

Примеры применения теоремы Четаева о неустойчивости. Проверка задания.

Примеры применения теоремы Барбашина-Красовского об асимптотической устойчивости. Проверка задания.

Примеры применения теоремы Румянцева об устойчивости по части переменных. Проверка задания.

Примеры применения критерия Рауса-Гурвица об асимптотической устойчивости линеаризованных систем. Проверка задания.

Примеры применения теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Проверка задания.

Примеры постановок задач оптимального управления. Проверка задания.

Примеры записи необходимых условий оптимальности в задачах Майера и Лагранжа. Проверка задания.

Примеры применения необходимых условий оптимальности в общей задаче оптимального управления с использованием множителей Лагранжа. Проверка задания.

Построение оптимального управления в линейно-квадратичной задаче с использованием матричного уравнения Риккати. Проверка задания.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

## 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имел место грубая ошибка.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имел место грубая ошибка.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»

	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

### Вопросы для экзамена для оценивания результатов обучения в виде знаний и умений компетенции ПК-13

1. Понятие о динамической системе. Фазовое пространство. Фазовые траектории. Примеры динамических систем, описываемых дифференциальными уравнениями в обыкновенных и частных производных.
2. Устойчивость решения дифференциального уравнения по Ляпунову.
3. Асимптотическая устойчивость. Экспоненциальная устойчивость.
4. Теоремы Ляпунова об устойчивости. Теорема Четаева о неустойчивости.
5. Теорема Барбашина-Красовского. Устойчивость по части переменных.
6. Теорема Румянцева об устойчивости по части переменных.
7. Устойчивость линейных стационарных систем. Критерий Рауса-Гурвица.
8. Частотные критерии устойчивости.
9. Устойчивость систем с периодическим изменением параметров.
10. Устойчивость систем по первому приближению. Матричное уравнение Ляпунова.
11. Математические модели управляемых систем.
12. Постановка задач оптимального управления.
13. Программное управление. Синтез управления.
14. Необходимые условия оптимальности в задачах Майера и Лагранжа.
15. Функция Гамильтона. Условия трансверсальности.
16. Необходимые условия оптимальности в общей задаче.
17. Метод множителей Лагранжа.
18. Линейно-квадратичная задача. Оптимальное управление в форме обратной связи по состоянию системы. Матричное уравнение Риккати.

#### 5.2.1 Контрольные вопросы

1. Понятие о динамической системе. Фазовое пространство. Фазовые траектории.
2. Устойчивость решения дифференциального уравнения по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Экспоненциальная устойчивость.
3. Прямой метод Ляпунова исследования систем на устойчивость Теоремы Ляпунова об устойчивости.

4. Теорема Барбашина-Красовского. Устойчивость по части переменных. Теорема Румянцева об устойчивости по части переменных.
5. Устойчивость линейных стационарных систем. Критерий Рауса-Гурвица. Частотные критерии устойчивости.
6. Устойчивость систем по первому приближению. Матричное уравнение Ляпунова.
7. Постановка задач оптимального управления. Программное управление. Синтез управления.
8. Необходимые условия оптимальности в задачах Майера и Лагранжа. Функция Гамильтона. Условия трансверсальности.
9. Необходимые условия оптимальности в общей задаче. Метод множителей Лагранжа.
10. Линейно-квадратичная задача. Оптимальное управление в форме обратной связи по состоянию системы. Матричное уравнение Риккати.

#### **5.2.2. Типовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-13**

1. Построение функций Ляпунова для анализа устойчивости (неустойчивости) тривиального решения систем дифференциальных уравнений.
2. Применение теоремы Барбашина-Красовского к анализу устойчивости тривиального решения систем дифференциальных уравнений.
3. Применение теоремы Румянцева к анализу устойчивости решений дифференциальных уравнений по части переменных.
4. Анализ устойчивости систем дифференциальных уравнений по первому приближению.
5. Применение критерия Рауса-Гурвица к анализу устойчивости линейных систем дифференциальных уравнений.
6. Формулировка и вывод необходимых условий оптимальности в задачах Майера и Лагранжа.
7. Формулировка необходимых условий оптимальности в задачах оптимального управления с использованием множителей Лагранжа.
8. Формулировка линейно-квадратичной задачи оптимального управления. Представление решения этой задачи через решение дифференциального матричного уравнения Риккати.

### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

#### *а) Основная литература*

1. Неймарк Ю.И. Математические модели в естествознании и технике. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2004. 401 с. 161 экз.
2. Баландин Д.В., Коган М.М. Использование LMI toolbox пакета Matlab в синтезе законов управления. Учебно-методические материалы по программе повышения квалификации «Информационные технологии и компьютерная математика». ННГУ, 2006. <http://www.unn.ru/e-library/aids.html?pscience=5&posdate=2006>

#### *б) Дополнительная литература*

1. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В. Вариационные задачи механики и управления. М.: Наука, 1973. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numerics.htm>
2. Акуленко Л.Д. Асимптотические методы оптимального управления. М.: Наука, 1987 <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numerics.htm>
3. Неймарк Ю.И. Динамические системы и управляемые процессы. М.: Наука, 1976. 336 с. 37 экз.

#### *в) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы*

Ресурсы открытого доступа **Общероссийский математический портал** Math-Net.Ru <http://www.lib.unn.ru/er/mathnet.html> (<http://www.mathnet.ru/>)



## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: доска.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор: д.ф.-м.н., профессор кафедры ДУМиЧА Баландин Д.В.

Рецензент: д.т.н., профессор НГТУ им. Р.Е. Алексеева Ломакина Л.С.

Заведующий кафедрой ДУМиЧА: д.ф.-м.н. Калинин А.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 1 декабря 2021 года, протокол № 2.