

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

Павловский филиал ННГУ

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ
протокол от «31» мая 2023 г. № 6

Рабочая программа дисциплины

МАТЕМАТИКА

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

38.03.04 ГОСУДАРСТВЕННОЕ И МУНИЦИПАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

Направленность (профиль) образовательной программы

РЕГИОНАЛЬНОЕ И МУНИЦИПАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

Квалификация (степень)

БАКАЛАВР

Форма обучения:

ОЧНАЯ, ОЧНО-ЗАОЧНАЯ

Павлово
2023

Лист актуализации

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК

___ 20__ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 20__-20__ учебном году на заседании кафедры

Протокол от ___ 20__ г. № ___
Зав. кафедрой _____

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК

___ 20__ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 20__-20__ учебном году на заседании кафедры

Протокол от ___ 20__ г. № ___
Зав. кафедрой _____

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК

___ 20__ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 20__-20__ учебном году на заседании кафедры

Протокол от ___ 20__ г. № ___
Зав. кафедрой _____

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК

___ 20__ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 20__-20__ учебном году на заседании кафедры

Протокол от ___ 20__ г. № ___
Зав. кафедрой _____

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина Б1.О.14 «Математика» относится к обязательной части ООП направления подготовки 38.03.04 Государственное и муниципальное управление.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации	Знать состав и структуру требуемых данных и информации. Уметь собирать и обрабатывать информацию. Владеть методами интерпретации информации	Тесты, контрольная работа, контрольные вопросы
	УК-1.2. Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки	Знать логику рассуждений. Уметь аргументировать собственное мнение. Владеть навыками спора	
	УК-1.3. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности	Знать отличия фактов от мнений. Уметь различать факты и мнения. Владеть способами оценки мнений и интерпретаций	
	УК-1.4. Аргументированно и логично представляет свою точку зрения посредством и на основе системного описания	Знать способы аргументации. Уметь формулировать свое мысли. Владеть способностью выражения собственного мнения	

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения	Очно-заочная форма обучения
Общая трудоемкость	7 ЗЕТ	7 ЗЕТ
Часов по учебному плану,	252	252
в том числе:		
аудиторные занятия (контактная работа):	131	42
– занятия лекционного типа	48	20
– занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	80	20
самостоятельная работа	157	174
КСР	3	2
Промежуточная аттестация	экзамен, зачет	экзамен

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе при очной форме подготовки			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		из них			
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Всего	
Введение в анализ (множества, функции, пределы, непрерывность функции)	33	6	9	15	18
Дифференциальное исчисление функций одной переменной	32	6	10	16	16
Интегральное исчисление функций одной переменной	32	6	10	16	16
Линейная алгебра	32	6	10	16	16
Аналитическая геометрия	32	6	10	16	16
Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	32	6	10	16	16
Обыкновенные дифференциальные уравнения	32	4	7	11	21
Числовые и функциональные ряды	30	4	7	11	19
Элементы теории вероятностей и математической статистики	30	4	7	11	19
КСР	3			3	
Контроль	36				
Промежуточная аттестация – экзамен, зачёт					
Наименование и краткое	всего	В том числе при очно-заочной форме			

содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)		подготовки			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Всего	
Введение в анализ (множества, функции, пределы, непрерывность функции)	33	3	3	6	26
Дифференциальное исчисление функций одной переменной	32	3	3	6	26
Интегральное исчисление функций одной переменной	32	3	3	6	26
Линейная алгебра	32	3	3	6	26
Аналитическая геометрия	32	3	3	6	26
Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	32	3	3	6	27
Обыкновенные дифференциальные уравнения	32	2	2	4	27
Числовые и функциональные ряды	31	2	2	4	27
Элементы теории вероятностей и математической статистики	30	2	2	4	27
КСР	2			2	
Контроль	36				
Промежуточная аттестация – экзамен					

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа является важнейшей составной частью учебного процесса и обязанностью каждого студента. Качество усвоения учебной дисциплины находится в прямой зависимости от способности студента самостоятельно и творчески учиться.

Цель самостоятельной работы – подготовка современного компетентного специалиста и формирование способностей и навыков к непрерывному самообразованию и профессиональному совершенствованию.

Самостоятельная работа является наиболее деятельным и творческим процессом, который выполняет ряд дидактических функций: способствует формированию диалектического мышления, вырабатывает высокую культуру умственного труда, совершенствует способы организации познавательной деятельности, воспитывает ответственность, целеустремленность, систематичность и последовательность в работе студентов, развивает у них бережное отношение к своему времени, способность доводить до конца начатое дело.

Самостоятельная работа студента – это вся его работа по овладению содержанием учебной дисциплины и соответствующими практическими навыками и умениями, активная интеллектуальная деятельность.

Содержанием самостоятельной работы студентов являются следующие ее виды:

- изучение понятийного аппарата дисциплины;
- изучение тем самостоятельной подготовки по учебно-тематическому плану;
- работа над основной и дополнительной литературой;
- самостоятельная работа студента в библиотеке;
- изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет.

Изучение понятийного аппарата дисциплины

Вся система индивидуальной самостоятельной работы должна быть подчинена осмыслению категорий общего управления, усвоению понятийного аппарата курса, поскольку одной из важнейших задач подготовки современного грамотного специалиста является овладение и грамотное применение профессиональной терминологии. Попытка понять природу профессиональной работы специалиста вне изучения соответствующего «языка», на уровне бытовых представлений обречена на провал.

Лучшему усвоению и пониманию дисциплины помогут различные энциклопедии, словари, справочники и другие материалы, указанные в соответствующих темах дисциплины.

Изучение тем самостоятельной подготовки по учебно-тематическому плану

Особое место отводится самостоятельной проработке студентами отдельных разделов и тем по изучаемой дисциплине. Такой подход вырабатывает у студентов инициативу, стремление к увеличению объема знаний, выработке умений и навыков всестороннего овладения способами и приемами профессиональной деятельности.

Изучение вопросов очередной темы требует глубокого усвоения теоретических основ курса, раскрытия сущности основных категорий управления, проблемных аспектов темы и анализа фактического материала.

Работа над основной и дополнительной литературой

Изучение рекомендованной литературы следует начинать с учебников и учебных пособий, затем переходить к нормативно-правовым актам, научным монографиям и материалам периодических изданий. При этом очень полезно делать выписки и конспекты наиболее интересных материалов. Это не только мобилизует внимание, но и способствует более глубокому осмыслению материала и лучшему его запоминанию. Записи как бы контролируют восприятие прочитанного. Кроме того, такая практика учит студентов отделять в тексте главное от второстепенного, а также позволяет проводить систематизацию и сравнительный анализ изучаемой информации, что чрезвычайно важно в условиях большого количества разнообразных по качеству и содержанию сведений. Таким образом, конспектирование – одна из основных форм самостоятельного труда, требующая от студента активно работать с учебной литературой и не ограничиваться конспектом лекций.

Студент должен уметь самостоятельно подбирать необходимую для учебной и научной работы литературу. При этом следует обращаться к предметным каталогам и библиографическим справочникам, которые имеются в библиотеках.

Для аккумуляции информации по изучаемым темам рекомендуется формировать личный архив, а также каталог используемых источников. При этом если уже на первых курсах обучения студент определяет для себя наиболее интересные сферы для изучения, то подобная работа будет весьма продуктивной с точки зрения формирования библиографии для последующего написания выпускной квалификационной работы на выпускном курсе.

Самостоятельная работа студента в библиотеке

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Это работа многоаспектна и предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов так и заочной формы обучения, в том числе:

- получение книг для подробного изучения в течение семестра на научном абонементе;

- изучение книг, журналов, газет – в читальном зале;
- возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога;
- получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.

При подготовке письменных работ студентов, представляемых ими на семинарских занятиях, важным является формирование библиографии по изучаемой тематике. При этом рекомендуется использовать несколько категорий источников информации: учебные пособия для вузов, монографии, периодические издания, законодательные и нормативные документы, статистические материалы, информацию государственных органов власти и управления, органов местного самоуправления, переводные издания, а также труды зарубежных авторов в оригинале.

Весь собранный материал следует систематизировать, выявить ключевые вопросы изучаемой тематики и осуществить сравнительный анализ мнений различных авторов по существу этих вопросов. Конструктивным в этой работе является выработка умения обобщать большой объем материала, делать выводы. Весьма позитивным при этом также следует считать попытку студента выработать собственную точку зрения по исследуемой проблематике.

Изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет

Ресурсы Интернет являются одним из альтернативных источников быстрого поиска требуемой информации. Их использование возможно для получения основных и дополнительных сведений по изучаемым материалам.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс созданный в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены

	отказа обучающегося от ответа	грубые ошибки	ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами	все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами	несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме	все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой
зачтено	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

Тестовые задания для оценки знаний компетенции УК-1

1. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 2}$.

Варианты ответов:

- 1) $\frac{1}{3}$;
- 2) 2;
- 3) $+\infty$;
- 4) 0.

2. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{4x^2 + x - 2}$.

Варианты ответов:

- 1) $-\frac{1}{2}$;
- 2) $\frac{1}{4}$;
- 3) $-\infty$;
- 4) -3.

3. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 2x}$.

Варианты ответов:

- 1) $-\frac{1}{2}$;
- 2) $\frac{1}{4}$;
- 3) $-\infty$;
- 4) 2,5.

4. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{2}{x}}$.

Варианты ответов:

- 1) e^2 ;
- 2) 0;
- 3) $+\infty$;
- 4) e .

5. Найти производную функции $y = 7x^2 + 4x - 5$, пользуясь правилами и формулами дифференцирования.

Варианты ответов:

- 1) $7x^2 + 4x - 5$;
- 2) $14x + 4$;
- 3) $4x - 5$;
- 4) 5.

6. Найти производную функции $y = e^x \cdot \arcsin x$, пользуясь правилами и формулами дифференцирования.

Варианты ответов:

- 1) $\frac{2x+1}{x^2+x}$;
- 2) $\ln(x^2+x)$;
- 3) $e^x \cdot \arcsin x + e^x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;

4) 0.

7. Для функции $y = x^3 + 9x^2 + 24x + 17$ найти точки экстремума.

Варианты ответов:

1) $-2; -4;$

2) $-2;$

3) $-4;$

4) $0; 1.$

8. Для функции $y = x^3 + 3x^2 - 24x - 21$ найти точку перегиба.

Варианты ответов:

1) 1;

2) 0;

3) $-1;$

4) 4.

9. Для функции $f(x, y) = 5x - 3xy + y^3$ найти частные производные первого порядка.

Варианты ответов:

1) $f'_x = 5 - 3y; f'_y = -3x + 3y^2;$

2) $f'_x = 5 + 3y; f'_y = 3x + 3y^2;$

3) $f'_x = 5 - 3y; f'_y = -3x - 3y^2;$

4) $f'_x = 5; f'_y = -2.$

10. Найти экстремум функции $f(x, y) = 6x - 6y - 3x^2 - 3y^2.$

Варианты ответов:

1) $(-1, 1);$

2) $(1, 1);$

3) $(-1, -1);$

4) $(1, -1).$

11. Найти неопределенный интеграл $\int (x^2 + 2x - 3)dx.$

Варианты ответов:

1) $\frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + C;$

2) $2x + 2 + C;$

3) $\frac{x^3}{3} + x^2 - 3x;$

4) $\frac{x^3}{3} + x^2 - 3x + C.$

12. Найти неопределенный интеграл $\int x \sin x dx.$

Варианты ответов:

1) $-x \cos x + \sin x + C;$

2) $x \cos x + \sin x + C;$

3) $-x \cos x - \sin x + C;$

4) $x \cos x - \sin x + C.$

13. Найдите матрицу X , если известно, что:

$$X * \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 & 34 \\ 33 & 77 \end{pmatrix}$$

Варианты ответов:

- 1) $X = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$
- 2) $X = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$
- 3) $X = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$
- 4) $X = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

14. Найдите матрицу X , если известно, что:

$$\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 5 & 12 \end{pmatrix} + X = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 1 & 20 \end{pmatrix}$$

Варианты ответов:

- 1) $X = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 11 \end{pmatrix}$
- 2) $X = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$
- 3) $X = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$
- 4) $X = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$

15. Найдите транспонированную матрицу по отношению к матрице

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 & 6 \\ 8 & 6 & 5 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

Варианты ответов:

- 1) $\begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 8 & 6 & 5 \\ 0 & -3 & 6 \end{pmatrix}$
- 2) $\begin{pmatrix} 8 & 6 & 5 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & -3 & 6 \end{pmatrix}$
- 3) $\begin{pmatrix} 4 & 8 & 0 \\ -3 & 6 & 3 \\ 6 & 5 & -1 \end{pmatrix}$
- 4) $\begin{pmatrix} 6 & -3 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

16. Матрицу $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ возвели в степень n , и получилась матрица $\begin{pmatrix} 35 & 126 \\ 42 & 161 \end{pmatrix}$. Чему равно n ?

Варианты ответов:

- 1) 4;
- 2) 2;
- 3) 3;
- 4) 5.

17. Сопоставьте матрицу и её вид:

1) $\begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 0 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 4 & 6 & 0 \\ 7 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- А) Диагональная
- Б) Единичная
- В) Ступенчатая
- Г) Треугольная

18. Произведение матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 8 & 6 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ на транспонированную по отношению к ней матрицу равно:

Варианты ответов:

1) $\begin{pmatrix} 101 & 43 \\ 43 & 29 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} 130 & 43 \\ 43 & 72 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 43 & 101 \\ 43 & 29 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 43 & 29 \\ 101 & 43 \end{pmatrix}$

19. Найдите x , если известно, что определитель матрицы $\begin{pmatrix} 5 & -3 & 0 \\ x-3 & 2 & 4 \\ 7 & x-5 & 6 \end{pmatrix}$ равен 14.

Варианты ответов:

- 1) 3;
- 2) 4;
- 3) 7;
- 4) 1.

20. Найдите решение системы линейных уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 8, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

Варианты ответов:

- 1) (3; 1; 2);
- 2) (-2; 1; 0);
- 3) (-3; -1; -2);
- 4) (2; -1; 0).

Контрольные работы для оценки умений и владений компетенции УК-1

Тема 1. Введение в анализ

(предел последовательности, предел и непрерывность функции)

Вариант 1

Вычислите пределы числовых последовательностей и функций:

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + x - 4x^3}{5 + x^2 + 3x^3};$
2. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6};$
3. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9} \right);$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x};$
5. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{n} \right)^{3n}.$

Вариант 2

Вычислите пределы числовых последовательностей и функций:

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x^5 + 3x^3 + 2}{4x^5 + 2x^3 - 3};$
2. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 3x - 10}{x^3 - 125};$
3. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{3}{1-x^3} \right);$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} 3x \cdot \operatorname{ctg} \frac{x}{2};$
5. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n - 5^n}{4^n + 5^n}.$

Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Вариант 1

1. Издержки производства некоторой продукции определяются функцией $y = 5x^2 + 80x$, где x – число единиц произведённой за месяц продукции. Эта продукция продаётся по цене 280 руб. за изделие. Сколько изделий нужно произвести и продать, чтобы прибыль была максимальна?

2. Исследуйте функции и постройте их графики:

а $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2$;

б. $y = x - \ln x$.

Вариант 2

1. На монопольном рынке спрос на некоторый товар определяется следующей функцией: $y = 780 - 2x - 0,1x^2$, где x – число единиц товара. Найти максимальную прибыль, если средние издержки производства этого товара составляют $\bar{C}(x) = \frac{1000}{x} + 500 + 2x$. При каком значении цены прибыль максимальна?

2. Исследуйте функции и постройте их графики:

а. $y = x + \arctg x$;

б. $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$.

Тема 3. Интегральное исчисление функции от одной переменной

Вариант 1

1. Вычислите неопределённые интегралы:

а. $\int (\sqrt{x} - 5)^2 dx$; б. $\int \frac{3}{(1+5x)^4} dx$; в. $\int (x+3) \ln x dx$.

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $xy = 4$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$;

б) $y = x^2 + 2$, $x = -1$, $x = 2$, $y = 0$;

в) $y = \ln x$, $x = e$, $y = 0$.

Вариант 2

1. Вычислите неопределённые интегралы:

а) $\int (x-5)^3 dx$; б) $\int x \cos 2x dx$; в) $\int \frac{x^3 - 2x^2 + 5x}{x} dx$.

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = 4 - x^2$, $y = 0$;

б) $y = x^2$, $y = 2 - x^2$;

в) $y = \sin 2x$, $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 1$, где $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

Тема 4. Линейная алгебра

Вариант 1

1. Решите систему уравнений методом Крамера. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 9, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 3. \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 5x_1 + 12x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 10, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 2, \\ 11x_1 + 11x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 8. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Решите систему уравнений методом Крамера. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 2, \\ 5x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1, \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ -x_1 + x_2 - 13x_3 - 18x_4 = -1. \end{cases}$$

Тема 5. Аналитическая геометрия на плоскости

Вариант 1

1. Известны функции предложения и спроса: $S: p = x + 7$, $D: p = 2x + 8$. Найдите точку рыночного равновесия. Постройте графики.

2. Постройте кривые второго порядка и отметьте их элементы:

- $x^2 + y^2 + 10x - 4y + 13 = 0$;
- $y^2 - 8y = 4x$;
- $16x^2 - 9y^2 - 64x + 54y - 161 = 0$;
- $x^2 + 2y^2 - 4x + 4y + 2 = 0$.

Вариант 2

1. Известны функции предложения и спроса: $S: 3p - 2x = 7$, $D: 10p + x = 8$. Найдите точку рыночного равновесия. Постройте графики.

2. Постройте кривые второго порядка и отметьте их элементы:

- $x^2 + 4y^2 - 6x + 8y = 3$;
- $x^2 + 4x + 2y + 4 = 0$;
- $x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0$;
- $9x^2 - 16y^2 + 90x + 32y - 367 = 0$.

Тема 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Вариант 1

1. Найдите частные производные функции: а. $z = x^2 y^3 + x^3 y$; б. $z = \frac{xy}{x+y}$.
2. Вычислите dz и $d^2 z$, если $z = y \cdot \ln x$.
3. Найдите экстремумы функции $z = xy(1-x-y)$.

Вариант 2

1. Найдите частные производные функции: а. $z = xe^{-xy}$; б. $z = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}$.
2. Вычислите dz и $d^2 z$, если $z = x \cdot \sin^2 y$.
3. Найдите экстремумы функции $z = x^3 - y^3 - 3xy$.

Тема 7. Дифференциальные уравнения.

Вариант 1

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения:
 - а. $\sqrt{1+y^2} dx - xy dy = 0$;
 - б. $2xy dy = (y^2 + x^2) dx$;
 - с. $y' + y \cos x = \sin 2x$.

Вариант 2

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения:
 - а. $y' - y = e^x$;
 - б. $(xy^2 + x)dx + (y - x^2 y)dy = 0$;
 - с. $xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$;
 - д. $(x + 2y)dx - xdy = 0$;

Тема 8. Числовые и функциональные ряды

Вариант 1

1. Исследуйте на сходимость числовой ряд:
 - а. $1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots$;
 - б. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n-2}{n^3}$;
 - с. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{7^n}{n \cdot 3^n}$.
2. Найдите область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{10^n x^n}{\sqrt{n}}$.

Вариант 2

1. Исследуйте на сходимость ряд:

a. $\frac{2 \cdot 1!}{1^1} + \frac{2^2 \cdot 2!}{2^2} + \frac{2^3 \cdot 3!}{3^3} + \frac{2^4 \cdot 4!}{4^4} + \dots$

b. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{1+n^4};$

c. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(2n)^n}.$

2. Найдите область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{(2n-1) \cdot 2^n}.$

Тема 9. Элементы теории вероятностей и математической статистики

Вариант 1

1. Химические анализы воды выполняются тремя лабораториями. Первая лаборатория в среднем из 100 анализов дает 5 неверных результатов, вторая лаборатория – 4 неверных результата, а третья – 2. Известно, что 30% всех анализов выполняет первая лаборатория, 20% – вторая лаборатория, а остальные 50% – третья лаборатория. Какова вероятность ошибочного результата случайно взятого анализа?

2. Производится стрельба по мишени. Случайные величины X и Y – количества очков, выбиваемых первым и вторым стрелками соответственно заданы своими распределениями:

X	0	1	2	3
P	0,2	0,1	0,2	0,5

Y	0	1	2	3
P	0	0,1	0,6	0,3

Определите, какой из стрелков при многократной борьбе будет давать лучшие результаты.

3. Наблюдается число выигрышей в мгновенной лотерее. В результате наблюдения получены следующие значения выигрышей (руб.): 0; 100; 0; 0; 500; 0; 1000; 0; 100; 0; 100; 500; 100; 0; 0; 100; 0; 100; 0; 0; 0; 0; 500; 0; 500; 0; 0; 100; 100; 100; 500; 1100; 0; 100; 100; 0; 500; 0; 0; 100; 0; 100; 0; 500; 0; 0; 0; 0; 0; 100; 0.

Составьте вариационный ряд, найдите выборочное среднее, выборочную дисперсию и среднее квадратическое отклонение рассматриваемой случайной величины. Вычислите несмещённые точечные оценки.

Вариант 2

1. Два действительных числа x и y выбираются наудачу так, что $|x| \leq 3$, $|y| \leq 5$. Какова вероятность того, что дробь $\frac{x}{y}$ окажется положительной?

2. В лотерее 200 билетов, из которых 4 выигрышных по 5000 руб. и 20 выигрышных по 500 руб. Стоимость билета 200 руб. Найдите математическое ожидание размера выигрыша для лица, купившего 1 билет.

3. В супермаркете проводились наблюдения за числом X покупателей, обратившихся в кассу за один час. Наблюдения в течение 30 часов (15 дней в период с 9 до 10 и с 10 до 11 часов) дали следующие результаты: 70; 75; 100; 120; 75; 60; 100; 120; 70; 60; 65; 100; 65; 100; 79; 75; 60; 100; 100; 120; 70; 75; 70; 120; 65; 70; 75; 70; 100; 100.

Составьте вариационный ряд, найдите выборочное среднее, выборочную дисперсию и среднее квадратическое отклонение рассматриваемой случайной величины. Вычислите несмещённые точечные оценки.

Вопросы к экзамену по дисциплине для оценки компетенции УК-1

1. Векторы на плоскости. Нулевой вектор. Длина вектора. Классификация векторов на плоскости. Прямоугольная система координат. Координаты вектора на плоскости.
2. Линейные операции над векторами: сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число. Их свойства и выражение через координаты.
3. Скалярное произведение векторов. Основные свойства. Выражение скалярного произведения через прямоугольные координаты.
4. Простейшие задачи, решаемые векторно-координатным методом на плоскости.
5. Уравнения прямой на плоскости. Нормальный вектор прямой. Расстояние от точки до прямой.
6. Угол между двумя прямыми. Условия совпадения, параллельности и перпендикулярности двух прямых. Точка пересечения двух прямых.
7. Линии второго порядка на плоскости: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Эксцентриситет, директрисы и фокусы кривых второго порядка на плоскости.
8. Функции двух переменных: определение, область определения, множество значений. Линии уровня функции от двух переменных.
9. Предел и непрерывность функции от двух переменных.
10. Частные производные функции двух переменных. Дифференциалы.
11. Экстремумы функции двух переменных.
12. Дифференциальные уравнения: общее решение, теорема Коши, частное решение, начальные условия.
13. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
14. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной.
15. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка. Формула общего решения.
16. Однородные дифференциальные уравнения.
17. Понятие числового ряда. Сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Необходимое условие сходимости числового ряда.
18. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами: признаки сравнения, признак Коши, признак Даламбера, интегральный признак Коши.
19. Знакопеременные числовые ряды.
20. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
21. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. Теорема Абеля.
22. Разложение функций в степенные ряды: Ряды Тейлора и Маклорена.
23. Разложения в ряд Маклорена основных элементарных функций.
24. Понятие о комбинаторной задаче. Правила суммы и произведения.
25. Размещения с повторениями и без повторений. Перестановки. Сочетания без повторений. Основные формулы комбинаторики.
26. Виды событий. Полная группа событий.
27. Аксиомы теории вероятностей и следствия из них.
28. Классическое и геометрическое определения вероятности. Теоремы вероятности произведения зависимых и независимых событий.
29. Теорема вероятности суммы совместных событий.
30. Формула полной вероятности.
31. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Примеры.
32. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины.
33. Функция распределения и плотность распределения непрерывной случайной величины. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины.
34. Равномерное, нормальное и показательное распределения непрерывных случайных

величин.

35. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупностей. Их объёмы. Дискретный и интервальный вариационные ряды.

36. Выборочные средние, дисперсия и среднее квадратическое отклонение. Исправленная выборочная дисперсия.

37. Основные периоды развития математики.

38. Аксиоматический метод.

39. Множества. Операции над множествами.

40. Свойства операций над множествами.

41. Основные числовые множества.

42. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Свойства пределов. Ограниченные, бесконечно малые, бесконечно большие, сходящиеся и расходящиеся числовые последовательности.

43. Правила вычисления пределов числовых последовательностей.

44. Определение функции. Предел числовой функции. Основные теоремы о пределах функций. Замечательные пределы.

45. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых функций. Список основных эквивалентностей.

46. Правила вычисления пределов числовых функций.

47. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.

48. Определение производной функции в точке. Таблица производных. Правила дифференцирования. Правила Лопиталья.

49. Геометрический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой.

50. Производные высших порядков. Дифференциалы.

51. Формулы Тейлора и Маклорена. Разложение по формуле Маклорена основных элементарных функций: $y = e^x$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \ln(1 + x)$, $y = (1 + x)^m$.

52. Нахождение асимптот графика функции.

53. Исследование монотонности функции. Точки экстремума.

54. Нахождение промежутков выпуклости и вогнутости функции. Точки перегиба.

55. Схема исследования функции с помощью производной.

56. Задачи на наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

57. Понятие неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов.

58. Правила интегрирования. Интегрирование методами разложения и замены переменной.

59. Метод интегрирования по частям.

60. Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла.

61. Приложения определенного интеграла: вычисление площадей плоских фигур.

62. Несобственные интегралы первого рода.

63. Понятие матрицы. Виды матриц.

64. Действия над матрицами и их свойства.

65. Определители квадратных матриц. Свойства определителей.

66. Обратная матрица. Способы её нахождения.

67. Линейная зависимость строк матрицы. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к ступенчатому виду.

68. Системы линейных уравнений.

69. Квадратные неоднородные системы линейных уравнений. Метод обратной матрицы и формулы Крамера.

70. Нахождение решений произвольной системы линейных уравнений. Метод Гаусса.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Математика : учебное пособие / Ю. М. Данилов, Л. Н. Журбенко, Г. А. Никонова [и др.] ; под ред. Л. Н. Журбенко, Г. А. Никоновой. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 496 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-010118-7. - Текст : электронный. - URL: (доступно в ЭБС Знаниум», режим доступа: <https://znanium.com/catalog/product/989799>).

2. Куликов, В. В. Дискретная математика : учебное пособие / В. В. Куликов. — Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2020. — 174 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-369-00205-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1044359>).

3. Красс М.С. Математика для экономического бакалавриата: Учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 472 с. (доступно в ЭБС Знаниум», режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=558399>)

б) дополнительная литература:

1. Алексеев, В. Б. Лекции по дискретной математике : учеб. пособие / В.Б. Алексеев. — Москва : ИНФРА-М, 2018. — 90 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-005559-6. - Текст : электронный. - URL: (доступно в ЭБС Знаниум», режим доступа: <https://znanium.com/catalog/product/952158>)

2. Лакерник, А. Р. Высшая математика. Краткий курс : учебное пособие / А. Р. Лакерник. - Москва : Логос, 2020. - 528 с. - (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-523-7. - Текст : электронный. - URL: (доступно в ЭБС Знаниум», режим доступа: <https://znanium.com/catalog/product/1214510>)

3. Лурье, И. Г. Высшая математика. Практикум : учеб. пособие / И.Г. Лурье, Т.П. Фунтикова. — Москва : Вузовский учебник : ИНФРА-М, 2018. — 160 с. - ISBN 978-5-16-100262-9. - Текст : электронный. - URL: (доступно в ЭБС «Знаниум», режим доступа: <https://new.znanium.com/catalog/product/935333>)

4. Ржевский, С.В. Высшая математика : учебник / С.В. Ржевский. — Москва : Инфра-М ; Znanium.com, 2018. — 814 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-16-107481-7 (online). — Текст : электронный. — URL: (доступно в ЭБС «Знаниум», режим доступа: <https://new.znanium.com/catalog/product/1014067>)

5. Ячменев, Л. Т. Высшая математика : учебник / Л. Т. Ячменёв. - Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2020. - 752 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-369-01032-7. - Текст : электронный. - URL: (доступно в ЭБС Знаниум», режим доступа: <https://znanium.com/catalog/product/1056564>)

в) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

- Операционная система Microsoft Windows
- Пакет прикладных программ Microsoft Office
- ЭБС «Юрайт». Режим доступа: <http://urait.ru>
- ЭБС «Консультант студента». Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru>
- ЭБС «Лань». Режим доступа: <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС «Znanium.com». Режим доступа: www.znanium.com

г) Профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

- База данных рецензируемой литературы Scopus
- База данных Web of Science: <https://apps.webofknowledge.com>
- Научная электронная библиотека и https://elibrary.ru/project_risc.asp
- Сайт Росстата: <https://www.gks.ru/>
- Статистика России: информационно-издательский центр
- Правительство Российской Федерации: <http://government.ru/>
- Официальный интернет-портал правовой информации: <http://pravo.gov.ru/>
- ГАРАНТ. Информационно-правовой-портал: <http://www.garant.ru/>
- Правовая система «Консультант плюс»

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ по направлению подготовки 38.03.04 Государственное и муниципальное управление

Автор: к.ф.-м.н. Голубева Е.А

Заведующий кафедрой экономики и права к.э.н., доцент Ягунова Н.А.

Программа одобрена на заседании учебно-методической комиссии Павловского филиала ННГУ протокол № 3 от 24.05.2023