

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики  
(факультет / институт / филиал)

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением ученого совета ННГУ  
протокол от  
«30» ноября 2022 г. № 13

**Рабочая программа дисциплины**

**Биоинспирированные методы  
оптимизации**

*(наименование дисциплины (модуля))*

---

Уровень высшего образования

**Бакалавриат**

*(бакалавриат / магистратура / специалитет)*

---

Направление подготовки / специальность

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

---

Направленность образовательной программы

**Прикладная математика и информатика (общий профиль)**

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

---

Форма обучения

**очная**

*(очная / очно-заочная / заочная)*

---

Нижегород

2023 год

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений (дисциплина по выбору), Б1.В.ДВ.04.02

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.04.02 «Биоинспирированные методы оптимизации» относится к части ООП направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>ПК-4.</b> Способен применять методы математического и компьютерного исследования при анализе задач на основе знаний фундаментальных математических и компьютерных наук	ПК-4.1. Знает фундаментальные и теоретические основы, необходимые для исследования научных проблем	Знает понятия и утверждения дисциплины «Биоинспирированные методы оптимизации»: фазовое пространство, фазовый портрет, фазовая траектория, состояние равновесия, а также понятия симплекса, единичного симплекса, процесса отбора.	Собеседование
	ПК-4.2. Умеет самостоятельно применять полученные знания для анализа объекта исследования, определять цели и задачи исследования, а также выбирать корректный метод исследования научной проблемы	Умеет использовать на практике знания, полученные при изучении дисциплины «Биоинспирированные методы оптимизации»: практические методы построения и анализа моделей процессов отбора в виде систем дифференциальных уравнений на единичном симплексе	Практические задания Электронный тест
	ПК-4.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности, а именно решения научных задач в соответствии с поставленной целью и выбранной методикой	Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности; а именно владеет методами анализа математических моделей в виде систем на единичном симплексе	Практические задания Электронный тест

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	<b>Очная форма обучения</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>2 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>72</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	16
- занятия лабораторного типа	0
- текущий контроль (КСР)	1
<b>самостоятельная работа</b>	<b>39</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен/зачет</b>	<b>зачет</b>

### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 1. Введение. Общее понятие процесса отбора и выбора. Процессы отбора в разных предметных областях: биофизике, экономике, химии и т. п. Процессы выбора оптимального решения. Цели и задачи курса. Актуальность курса.	8	2	2	0	4	4
Тема 2. Системы дифференциальных уравнений на стандартном симплексе – математическая основа построения моделей систем отбора Понятие динамической системы, фазового пространства, фазового портрета, фазовой траектории. Сосредоточенные и распределенные системы. Требования к правым частям системы дифференциальных уравнений, разрешенных относительно первых производных, описывающих динамическую систему. Инвариантность положительного октанта относительно дифференциального преобразования. Теорема о необходимых и достаточных условиях инвариантности положительного октанта. Примеры динамических систем с положительными фазовыми координатами. Модели роста микроорганизмов, модель роста банковского капитала, модель Симона Стевина. Системы с наследованием.	9	2	2	0	4	5
Тема 3. Стандартный симплекс в конечномерном пространстве и его свойства. Инвариантность стандартного симплекса относительно дифференциального преобразования. Теорема о необходимых и достаточных условиях инвариантности стандартного симплекса. Примеры динамических систем с инвариантным симплексом. Модель динамики биологической популяции с	9	2	2	0	4	5

линейным интегральным типом лимитирования; модель производства в системе конкурирующих предприятий при выполнении гипотез Вальраса-Леонтьева.						
Тема 4. Представление систем на единичном симплексе. Две общие теоремы о представлении. Теорема о представлении в частном случае. Примеры. Сведение систем к системам на стандартном симплексе. Линейная замена. Условия приведения модели Вольтера-Лотки к системе на стандартном симплексе. Модель химической кинетики: закон сохранения массы, закон действующих масс, балансные уравнения, балансный многогранник. Нормирующая замена. Теорема о возможности применения нормирующей замены. Модель динамики удельных численностей видов в биологической популяции. Модель динамики численности популяции при лимитировании по типу обратной связи. Степенная замена.	9	2	2	0	4	5
Тема 5. Динамические системы на конечномерном шаре и других компактных множествах. Обобщенная модель Вольтера «хищник – жертвы». Проектирование симплекса. Интегрирование систем на единичном симплексе. Теоремы о выражении решения системы дифференциальных уравнений со специальной правой частью через решение вспомогательной однородной системы дифференциальных уравнений. Решение примеров.	9	2	2	0	4	5
Тема 6. Условия отбора Понятие отбора в системе на стандартном симплексе. Строгий отбор и нестрогий отбор. Критерий отбора в системе размерности 2. Отбор в системах произвольной размерности. Достаточные условия отбора. Необходимые условия отбора. Интегральный критерий отбора. Следствия. Временное среднее. Необходимые и достаточные условия отбора для систем со специальной правой частью. Исследование моделей	9	2	2	0	4	5
Тема 7. Устойчивость вершины симплекса. Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость. Связь устойчивости и отбора. Теоремы Ляпунова об устойчивости. Анализ уравнений химической кинетики методом функции Ляпунова. Функция Массье как функция Ляпунова. Связь метода функции Ляпунова со вторым началом термодинамики. Случай положения состояния равновесия на границе балансного многогранника. Кваситермодинамические системы. Понятие энтропии и энтропийный анализ в системах на единичном симплексе. Особенности понятия энтропии для систем на произвольном симплексе.	9	2	2	0	4	5
Тема 8. Системы близкие к системам отбора. Достаточные условия близости к системе отбора. Примеры. Модель динамики численности биологической популяции при наличии явления мутагенеза. Возможные обобщения систем отбора. Разностные системы. Распределенные системы.	9	2	2	0	4	5
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация – зачет						

Итого	72	16	16	0	33	39
-------	----	----	----	---	----	----

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на групповых консультациях и практических занятиях. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме зачета.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся.

Виды самостоятельной работы: подготовка к лекциям и практическим занятиям, изучение обязательной и дополнительной литературы. Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность	При решении стандартных задач не продемонстрированы	Имеется минимальный набор навыков для	Продemonстрированы базовые навыки при	Продemonстрированы базовые навыки при	Продemonстрированы навыки при решении	Продemonстрирован творческий подход к

	ть оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	ированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	решении стандартных задач с некоторыми недочетами	решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	нестандартных задач без ошибок и недочетов.	решению нестандартных задач.
--	---	--	--	---	---	---	------------------------------

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы для проверки компетенции ПК-4

1. Что такое динамическая система, фазовое пространство, фазовая переменная, фазовая траектория, фазовый портрет?
2. При каких условиях на правые части системы дифференциальных уравнений, разрешенных относительно первых производных, она определяет динамическую систему?
3. При каких условиях положительный октант является инвариантным относительно дифференциального преобразования?
4. Что такое конечномерный симплекс, единичный симплекс? Каковы его основные свойства?
5. При каких условиях единичный симплекс будет инвариантен относительно дифференциального преобразования?
6. В каком виде всегда можно представить правую часть системы дифференциальных уравнений на конечномерном симплексе?

7. Какому уравнению подчиняются отношения фазовых координат системы на конечномерном симплексе?
8. При каких условиях система Вольтера-Лотки может быть сведена с помощью линейной замены к системе на единичном симплексе.
9. Что такое закон сохранения массы, закон действующих масс?
10. Что такое балансные уравнения, балансный многогранник в системах химической кинетики?
11. При каких условиях из системы можно выделить подсистему на симплексе с помощью нормирующей замены?
12. Как от системы на конечномерном единичном шаре перейти к системе на конечномерном симплексе?
13. Как выражается решение системы на конечномерном симплексе через решение вспомогательной однородной системы?
14. Что понимается под процессом отбора для систем на единичном симплексе? Что такое строгий и нестрогий отбор?
15. Каковы необходимые и достаточные условия отбора для двумерной системы?
16. Каковы необходимые условия отбора для системы на конечномерном симплексе?
17. Каковы достаточные условия отбора для системы на конечномерном симплексе?
18. В чем состоит интегральный критерий отбора?
19. Что такое временное среднее?
20. Какие критерии отбора для частных классов систем на единичном симплексе вы знаете?
21. Что такое устойчивость состояния равновесия по Ляпунову, асимптотическая устойчивость, глобальная устойчивость на симплексе?
22. Как связаны понятия устойчивости вершины симплекса и отбора? В чем их сходство и различия? Привести примеры.
23. В чем состоят теоремы Ляпунова об устойчивости применительно к вершине симплекса.
24. Какой смысл имеет функция Массье для системы химической кинетики.
25. Как связаны функция Ляпунова для систем химической кинетики и второй закон термодинамики?
26. Что такое квазитермодинамическое поведение?
27. Какие системы считаются близкими к системе отбора?
28. Каковы достаточные условия близости системы к системе отбора?

#### **5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-4**

1. Тип - альтернативный вопрос.

Что такое фазовое пространство?

- a. конечномерное евклидово пространство
- b. совокупность всевозможных фазовых траекторий
- c. совокупность всевозможных фазовых векторов (+ 20 баллов)
- d. подпространство евклидова пространства
- e. подмножество евклидова пространства

2. Тип - альтернативный вопрос.

Что такое фазовые переменные?

- a. переменные в фазовом пространстве
- b. координаты точки в фазовом пространстве
- c. переменные, которые однозначно характеризуют состояние системы в любой момент времени (+ 20 баллов)
- d. координаты материальной точки в пространстве

3. *Тип - альтернативный вопрос.*

Что такое фазовая траектория?

- a. непрерывная кривая, образованная движением фазовой точки, соответствующая изменению состояния объекта во времени (+ 20 баллов)
- b. кривая, которая описывает движение радиус-вектора в фазовом пространстве
- c. траектория движения фазовой точки в пространстве
- d. траектория движения материальной точки в пространстве

4. *Тип - альтернативный вопрос.*

Что такое фазовый портрет?

- a. совокупность всех фазовых траекторий
- b. совокупность фазовых траекторий, характеризующая состояния и движения динамической системы, отражающая качественные черты поведения системы (+ 20 баллов)
- c. совокупность фазовых переменных, однозначно характеризующих состояние системы в каждый момент времени
- d. совокупность всевозможных фазовых векторов

### **5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-4**

1. Исследуйте конкретную систему динамики биологической популяции при наличии лимитирования по типу обратной связи. Нарисуйте фазовый портрет для случая двух видов.
2. Исследуйте конкретную систему на конечномерном шаре. Нарисуйте фазовый портрет для случая трех переменных.
3. Проинтегрируйте конкретную систему на конечномерном симплексе методом сведения к вспомогательной однородной системе.
4. Исследуйте конкретную модель производства при выполнении гипотез Вальраса-Леонтьева. Нарисуйте фазовый портрет при наличии трех предприятий.
5. Исследуйте модель химической кинетики для конкретной реакции при наличии трех реагирующих веществ. Нарисуйте фазовый протрет.
6. Исследуйте обобщенную модель Вольтера «хищник – жертвы». Нарисуйте фазовый портрет в случае двух жертв.
7. Исследуйте обобщенную модель Вольтера «хищники - жертва». Нарисуйте фазовый портрет в случае двух хищников.
8. Исследуйте обобщенную модель Вольтера «хищники-жертвы».
9. Исследуйте конкретную модель Вольтера-Лотки. Нарисуйте фазовый портрет для случая трех видов.

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:



1. Кузенков О.А., Рябова Е.А., Круподерова К.Р. Математическое моделирование процессов отбора. Электронное учебн.-метод. пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2012 [http://www.unn.ru/books/met\\_files/kuzryab.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/kuzryab.pdf)
2. Кузенков О.А., Киселева Т.П. Математическое моделирование процессов отбора. [ЭУК, система электронного обучения ННГУ]. – <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=828>

б) дополнительная литература:

1. Кузенков О.А., Новоженин А.В. СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НА СЧЕТНОМЕРНОМ СИМПЛЕКСЕ// Вестник ННГУ. Сер. Математическое моделирование и оптимальное управление. 2009. №3. С. 145-151.  
<http://www.vestnik.unn.ru/ru/nomera?anum=2483>
2. Кузенков О. А., Капитанов Д. В. СИСТЕМЫ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ НА КОНЕЧНОМЕРНОМ СТАНДАРТНОМ СИМПЛЕКСЕ// Вестник ННГУ. Сер. Математическое моделирование и оптимальное управление. 2010. №5. С. 178-184.  
<http://www.vestnik.unn.ru/ru/nomera?anum=3257>
3. Кузенков О. А., Новоженин А. В. СИСТЕМЫ ОТБОРА НА СЧЕТНОМЕРНОМ СИМПЛЕКСЕ// Вестник ННГУ. Сер. Математическое моделирование и оптимальное управление. 2011. №3. С. 92-98. <http://www.vestnik.unn.ru/ru/nomera?anum=4376>
4. Кузенков О.А., Рябова Е.А. Математическое моделирование процессов отбора. Учебн. пособие. Нижний Новгород: Издательство Нижегородского госуниверситета, 2007. - 22 экз.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Горбань А.Н., Хлебопрос Р.Г. ДЕМОН ДАРВИНА. ИДЕЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ И ЕСТЕСТВЕННЫЙ ОТБОР. – М.: Наука, 1988 (материалы автора на сайте Гугл-Академия)  
[http://lux.e-reading.bz/bookreader.php/106756/Demon\\_Darvina.pdf2](http://lux.e-reading.bz/bookreader.php/106756/Demon_Darvina.pdf2) Электронная библиотечная система «Издательство Лань», 2016, URL: <https://e.lanbook.com>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: доска.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор: к.ф.-м.н., доц. кафедры ДУМиЧА Кузенков О.А.

Рецензент: д.т.н., профессор НГТУ им. Р.Е. Алексеева Ломакина Л.С.

Заведующий кафедрой ДУМиЧА: д.ф.-м.н. Калинин А.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.