

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совет ННГУ
протокол от
«30» ноября 2022 г. № 13

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Управляемые марковские процессы

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

Магистратура

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

01.04.02 Прикладная математика и информатика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Математическое моделирование динамики систем и процессов управления

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

Очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023 год

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений (дисциплина по выбору). Код дисциплины – **Б1.В.ДВ.02.03.**

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.02.03., «Управляемые марковские процессы» относится к части ООП направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, формируемой участниками образовательных отношений.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-4. Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	ПК-4.1. Знает методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач	<u>Знать</u> основные приемы и методы управления марковскими случайными процессами и область их практического применения. Знать основные этапы построения z -преобразования для анализа марковских процессов.	Контрольные вопросы
	ПК-4.2. Умеет применять методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач	<u>Уметь</u> применять итерационный метод выбора стратегии поведения для достижения максимально возможной прибыли управляемого процесса с доходами.	Контрольные вопросы, практические задания
	ПК-4.3. Имеет навыки применения методов разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач	<u>Уметь</u> применять итерационный метод выбора стратегии поведения для достижения максимально возможной прибыли управляемого процесса с доходами.	Контрольные вопросы, практические задания, доклад
ПК-5. Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное	ПК-5.1. Знает типовые математические методы и методологии разработки системного и прикладного программного обеспечения для решения задач научной деятельности	<u>Знать</u> классификацию пространства состояний марковских цепей и основные классы состояний. Знать рекуррентный метод исследования процессов последовательных решений для систем, описываемых управляемым марковским процессом.	Контрольные вопросы

обеспечение для решения задач научной деятельности	ПК-5.2. Умеет применять типовые математические методы и методологии разработки системного и прикладного программного обеспечения для решения задач научной деятельности	<u>Уметь</u> обосновать выбранный метод решения и доказать его эффективность. Уметь строить z-преобразование для вектора финальных вероятностей состояний.	Контрольные вопросы, практические задания
	ПК-5.3. Имеет навыки разработки системного и прикладного программного обеспечения для решения задач научной деятельности	<u>Владеть</u> методами управления процессами разгрузки и загрузки с помощью функционалов достижения с запретами.	Контрольные вопросы, практические задания, доклад

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	2 ЗЕТ
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	33
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	16
- занятия лабораторного типа	
- текущий контроль (КСР)	1
самостоятельная работа	39
Промежуточная аттестация – зачет	

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Марковские случайные процессы с дискретным временем и конечным числом состояний Матрица вероятностей перехода за один шаг, рекуррентное соотношение для вероятностей состояний системы. Пример с игрушечных дел мастером. Классификация состояний марковской цепи, основные классы состояний и их связь.	11	2	2		4	7

Анализ марковских процессов с помощью z-преобразований Понятие z-преобразования, нахождение z-преобразований для некоторых функций. Метод построения z-преобразования для вектора вероятностей состояний системы. Особенности z-преобразования для марковских цепей, имеющих невозвратные и периодические состояния, и цепей с несколькими эргодическими классами.	14	4	2		6	8
Марковские процессы с доходами Рекуррентное соотношение для доходов. Анализ марковских процессов с доходами с помощью z-преобразования. Поведение полного ожидаемого дохода в случае длительного функционирования системы.	15	4	4		8	7
Рекуррентный и итерационный методы для изучения процессов последовательных решений Этапы рекуррентного метода и его применение на примерах. Итерационный метод для марковских процессов с одним эргодическим классом, доказательство его эффективности. Итерационный метод для процессов с несколькими эргодическими классами, примеры.	17	4	4		8	9
Функционалы Чжуна и их применение для управления процессами разгрузки и загрузки Основные свойства функционалов Чжуна, метод нахождения их условных математических ожиданий. Применение функционалов Чжуна при решении задачи оптимизации в некоторой управляемой системе массового обслуживания.	14	2	4		6	8
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация - зачет						
Итого	72	16	16		33	39

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- умения применять базовые знания естественных наук, математики и информатики
- способности разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач (компетенция -**ПК-4**).
- умения применять теоретические знания и практические навыки для решения типовых задач дисциплины(компетенция -**ПК-5**).

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов включает в себя самостоятельное изучение некоторых разделов курса "Управляемые марковские процессы" и подготовку доклада по заданной теме.

Темы докладов:

1. Конструктивное задание полумарковского процесса. Примеры. Основные характеристики полумарковского процесса.
2. Вложенная цепь Маркова. Предельные свойства полумарковских процессов.
3. Свойства аддитивных функционалов от полумарковских процессов.
4. Управление полумарковским процессом и задачи оптимального управления.
5. Марковские моменты. Мартингалы и полумартингалы.
6. Марковские процессы. Постановка задачи об оптимальной остановке. Оптимальные правила остановки в классе ограниченных марковских моментов.
7. Задача о выборе наилучшего объекта.
8. Эксцессивные функции и наименьшие эксцессивные мажоранты. Эксцессивная характеристика цены.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Вы-	Продемонстрированы все основные умения, решены все ос-	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные

	умений вследствие отказа обучающегося от ответа	ния. Имели место грубые ошибки.	задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	полнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	новые задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

Контрольные вопросы

вопросы	Код формируемой компетенции
1. Описать свойства марковского случайного процесса с дис-	ПК - 4

кретным временем и конечным числом состояний.	
2. Привести классификацию состояний марковского процесса и указать основные классы состояний.	ПК-4
3. Дать определение z-преобразования и найти его для указанных функций.	ПК-5
4. Описать метод z-преобразования для вектора вероятностей состояний системы и привести пример.	ПК-5
5. Указать особенности z-преобразования для марковских цепей, имеющих невозвратные и периодические состояния.	ПК-4
6. Указать особенности z-преобразования для марковских цепей, имеющих несколько эргодических классов.	ПК-5
7. Привести рекуррентное соотношение для доходов.	ПК-4
8. Описать метод анализа марковских процессов с доходами с помощью z-преобразования.	ПК-5
9. Указать особенности поведения полного ожидаемого дохода в случае длительного функционирования системы.	ПК-5
10. Описать этапы рекуррентного метода и привести пример его применения.	ПК-4
11. Описать суть итерационного метода для марковских процессов с одним эргодическим классом и привести пример его применения.	ПК-5
12. Привести доказательство эффективности итерационного метода.	ПК-4
13. Указать особенности итерационного метода для марковских процессов с несколькими эргодическими классами и привести пример применения этого метода.	ПК-5
14. Привести основные свойства функционалов Чжуна и описать метод вычисления их условных математических ожиданий.	ПК-4
15. Показать возможность применения функционалов Чжуна при решении задач оптимизации управления в системах массового обслуживания.	ПК-5

5.2.2. Типовые практические задания для оценки сформированности компетенции ПК-4:

1. Найти вектор вероятностей состояний системы после n -ого шага с помощью z -преобразования на примере (приводится матрица вероятностей перехода за один шаг и вектор начальных вероятностей состояний системы).
2. Показать на заданном примере особенности z -преобразования для марковского процесса с невозвратным состоянием.

5.2.3. Типовые практические задания для оценки сформированности компетенции ПК-5:

1. Продемонстрировать рекуррентный метод принятия последовательных решений на заданном примере.
2. Получить аналитические выражения для доходов процесса после n -ого шага на примере (задана матрица вероятностей перехода за один шаг, матрица доходов и нулевой вектор начальных доходов).
3. Продемонстрировать применение итерационного метода нахождения оптимальной стратегии управления на задаче с заданными параметрами.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики. — М.: Высшая школа. 2006. - 368 с. (186 экз. в библиотеке)
2. Федоткин М.А. Модели в теории вероятностей. – М.: Физматлит, 2012. – 608 с. (196 экз. в библиотеке)
3. Ширяев А.Н. Вероятность — М.: Наука, 1989. (92 экз. в библиотеке).

б) дополнительная литература:

1. Боровков А.А. Теория вероятностей. - М.: М.: Наука, 1986.- 472 с. (214 экз. в библиотеке).
2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории вероятностей. – М.: Радио и связь, 1983. (34 экз. в библиотеке).
3. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. Учебник. - М.: Наука, 1988. -448 с. (527 экз. в библиотеке).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы.

1. Интернет-ресурсы электронного портала ИИТММ
<http://www.itmm.unn.ru/studentam/uchebno-metodicheskie-materialy/>
2. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ им. Лобачевского
<http://www.unn.ru/books/resources.html>

Общероссийский математический интернет-портал <http://mathnet.ru>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Автор _ доцент, к.ф.-м.н._ Голышева Н. М.

Рецензент (ы) _____

Заведующий кафедрой, д.ф.-м.н._ Зорин А.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии Института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.