

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
от 30.11.2022 г. протокол № 13

**Рабочая программа дисциплины  
Модели механики деформируемого твёрдого тела**

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Математическое моделирование и вычислительная математика

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023 год

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина Б1.В.ДВ.05.01 «Модели механики деформируемого твёрдого тела» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.05.01 «Модели механики деформируемого твёрдого тела» относится к части ООП направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-6. Способен изучать и применять программное обеспечение, проводить расчётные работы и выполнять обработку результатов исследований	ПК-6.1. Знает методы применения современных программных комплексов, пакетов прикладных программ и автоматизированных систем для решения прикладных задач при проведении исследований	<b>Знать</b> методы применения современных программных комплексов, пакетов прикладных программ и специализированные разделы механики сплошных сред и смежных дисциплин, необходимые при создании моделей физико-механических процессов	<i>Собеседование</i>
	ПК-6.2. Умеет самостоятельно проводить расчётные работы, выбирать и применять современные программные комплексы, пакеты прикладных программ и автоматизированные системы, обрабатывать и анализировать полученные результаты	<b>Уметь</b> самостоятельно проводить расчётные работы, выбирать и применять современные программные комплексы, создавать новые и модернизировать известные модели реальных тел и физических процессов обрабатывать и анализировать полученные результаты	<i>Контрольная работа</i>

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
		<b>ПК-6.3. Имеет практический опыт применения современного программного обеспечения для решения прикладных задач</b>	<b>Владеть опытом применения создания и исследования математических моделей в естественных науках</b>

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины<sup>1</sup>

	очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>5 з.е.</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>180</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>50</b>
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	32
- занятия лабораторного типа	
- текущий контроль (КСР <sup>2</sup> )	2
<b>самостоятельная работа</b>	<b>94</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>	<b>36</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины<sup>3</sup>

Очная форма обучения							
№	Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				СР <sup>1</sup> , часы
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				
			ЗЛеГ <sup>2</sup>	ЗСеГ <sup>3</sup>	ЗЛаГ <sup>4</sup>	Всего	
1.	Введение	13	1			1	12
2.	Тензоры в механике сплошных сред	31	4	8		12	19
3.	Кинематика сплошных сред	20	3	6		9	11
4.	Законы механики сплошных сред	25	3	6		10	15
5.	Основные модели сплошных сред	18	2	4		6	12
6.	Постановки математических задач механики сплошных сред	15	1	4		4	11
7.	Инженерные методы расчета конструкций на прочность	20	2	4		6	14
	Текущий контроль (КСР)	2				2	

<sup>1</sup> (ЗАПОЛНИТЬ в соответствии с учебным планом)

<sup>2</sup> КСР – контроль самостоятельной работы (АВЖ)

<sup>3</sup> (структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Очная форма обучения							
№	Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				СР <sup>1</sup> , часы
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				
			из них				
			З.ЛеТ <sup>2</sup>	З.СеТ <sup>3</sup>	З.ЛаТ <sup>4</sup>	Всего	
	<b>ИТОГО</b>	144	16	32		50	94

<sup>1</sup> Самостоятельная работа обучающегося.

<sup>2</sup> Занятия лекционного типа.

<sup>3</sup> Занятия семинарского типа.

<sup>4</sup> Занятия лабораторного типа.

### Краткое содержание разделов и тем дисциплины

- Введение Математическое моделирование механики деформируемых сред. Математическое описание деформируемых сред с помощью уравнений в частных производных. Аксиоматика механики сплошных сред: постулаты ньютоновой механики, гипотеза сплошности, принцип объективности.
- Тензоры в механике сплошных сред Объективность физических величин. Тензоры в евклидовом пространстве. Тензоры нулевого ранга – скаляры. Тензоры 1-го ранга – векторы (определение, системы координат, скалярное, векторное, смешанное умножение векторов, координаты вектора, формулы векторной алгебры). Тензоры 2-го ранга (определения, алгебраические операции: свойства и характеристики: след, векторный инвариант, определитель, единичный, обратный, взаимный, симметричный, антисимметричный, шаровой, девиатор, ортогональный, положительно определённый, собственные числа и собственные векторы, координаты тензора, преобразование координат, тензор Леви-Чивиты, символы Кронекера. Тензорные поля. Ковариантное дифференцирование.
- Кинематика сплошных сред Лагранжев и эйлеровы способы описания движения деформируемых сред. Лагранжевы и эйлеровы координаты. Материальное дифференцирование в эйлеровых координатах. Меры деформации. Лагранжевы и эйлеровы тензоры деформаций. Тензор малых деформаций, свойства и физический смысл параметров тензора малых деформаций.
- Законы механики сплошных сред Силы в механике сплошных сред. Тензор напряжений. Законы сохранения массы, импульса, момента импульса, энергии. Уравнения неразрывности, движения, энергии. Симметричность тензора напряжений. Система уравнений механики сплошных сред. Элементы термодинамики. Уравнения состояния.
- Основные модели сплошных сред Определяющие уравнения. Модели идеальной жидкости (газа), линейной теории упругости, вязкой жидкости, термоупругости. Закон Гука. Число констант в законе Гука. Изотропные и анизотропные среды. Экспериментальное определение констант в законе Гука. Модуль Юнга, коэффициент Пуассона, константы Ламе. Системы уравнений Эйлера, Ламе и Навье-Стокса. Волны в упругих средах.
- Постановки математических задач механики сплошных сред Задачи статики и динамики сплошных сред. Граничные условия. Начальные условия. Вариационные постановки задач.
- Инженерные методы расчета конструкций на прочность Расчет стержневых систем. Принципы и гипотезы сопротивления материалов. Построение эпюр усилий и моментов в стержнях. Геометрические характеристики плоских сечений. Расчет стержней при растяжении, сжатии, кручении, изгибе.

Практические занятия (семинарские занятия) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

На проведение практических занятий (семинарских занятий) в форме практической подготовки отводится 32 часа.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП: применения создания и исследования математических моделей, проводить расчётные работы, выбирать и применять современные программные комплексы.

- компетенций – ПК-6.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа, индивидуальных консультаций.

#### Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся<sup>4</sup>

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (1 раз в семестр, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к занятиям семинарского типа, решение задач по списку, представленному преподавателем (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (зачет).

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 4. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств включает: контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме *задач (практических заданий), контрольных работ* и контрольные материалы для проведения промежуточной аттестации в форме вопросов и заданий к *зачёту*.

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине<sup>5</sup>

Шкала оценивания сформированности компетенций		Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
		Знания	Умения	Навыки
плохо	не зачтено	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа
		Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
удовлетворительно	зачтено	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами
		Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми

<sup>4</sup> (УКАЗЫВАЮТСЯ виды самостоятельной работы обучающегося, порядок их выполнения и контроля, дается учебно-методическое обеспечение (возможно в виде ссылок) самостоятельной работы по отдельным разделам дисциплины)

<sup>5</sup> (при использовании традиционных форм аттестации (зачет, экзамен) шкалы оценивания могут быть «зачет-незачет», «зачет с оценкой», «оценка» по семибалльной и пятибалльной шкалам).

ЕСЛИ используется балльно-рейтинговая система оценивания или другие системы – могут быть использованы другие шкалы оценивания, но при этом НЕОБХОДИМО описать принципы выставления баллов и дальнейшего перевода этих баллов в традиционные шкалы оценивания «зачет-незачет», «зачет с оценкой», «оценка» по семибалльной шкале)

Шкала оценивания сформированности компетенций	Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
	Знания	Умения	Навыки
	негрубых ошибок	Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	недочетами.
<b>очень хорошо</b>	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
<b>отлично</b>	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
<b>превосходно</b>	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
Не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения<sup>6</sup>

### 5.2.1. Контрольные вопросы

<i>Вопросы</i>	<i>Код формируемой компетенции</i>
1. Основные гипотезы МСС. Понятие сплошной среды. Применимость модели сплошной среды.	ПК-6
2. Формулы дифференцирования сложной функции (скалярной, векторной, от скалярного и векторного аргумента)	ПК-6
3. Тензорные обозначения. Принцип суммирования. Символ Кронекера. Дискриминантные тензоры.	ПК-6
4. Преобразование базисов и координат. Матрица перехода и матрица преобразования. Ортогональный базис.	ПК-6
5. Ковариантные и контрвариантные компоненты вектора. Основной и взаимный базисы.	ПК-6
6. Понятие тензора. Закон преобразования координат. Полиадики.	ПК-6
7. Алгебраические операции с тензорами (сложение, умножение, свертка, симметрирование, альтернирование).	ПК-6
8. Фундаментальные метрические тензоры. Операция жонглирования индексами.	ПК-6
9. Ковариантное дифференцирование векторов и тензоров.	ПК-6
10. Формулы для вычисления символов Кристоффеля 2 рода.	ПК-6
11. Ортогональные криволинейные системы координат. Физические компоненты тензора.	ПК-6
12. Коэффициенты Ламе. $\text{grad}$ , $\text{div}$ , $\text{rot}$ и оператор Лапласа в криволинейных ортогональных координатах.	ПК-6
13. Симметричный тензор 2-го ранга. Собственные значения, собственные векторы, инварианты.	ПК-6
14. Подход Эйлера и Лагранжа к изучению движения сплошной среды. Лагранжевы и Эйлеровы координат. Линии тока и траектории.	ПК-6
15. Понятие деформации. Меры деформации.	ПК-6
16. Тензор малых деформаций. Физический смысл компонент тензора малых деформаций.	ПК-6
17. Условия совместности деформаций.	ПК-6
18. Меры скоростей деформаций. Тензор скоростей деформаций.	ПК-6
19. Массовые и поверхностные силы. Вектор напряжений.	ПК-6
20. Тензор напряжений Коши и его связь с вектором напряжений. Тензор напряжений Пиолы-Кирхгофа.	ПК-6
21. Дифференцирование по времени интеграла по подвижному объему. Уравнение неразрывности в переменных Эйлера и Лагранжа.	ПК-6
22. Теорема об изменении количества движения в переменных Эйлера.	ПК-6
23. Теорема об изменении момента количества движения. Симметричность тензора напряжений.	ПК-6
24. Нормальные и касательные напряжения. Максимальное касательное напряжение.	ПК-6
25. Идеальная жидкость. уравнения движения идеальной жидкости в форме Эйлера	ПК-6

<sup>6</sup> (ЗАПОЛНИТЬ согласно оценочным средствам табл.2)

Вопросы	Код формируемой компетенции
и Громеки-Лэмба.	
26. Упругие тела. Линейно-упругое тело. Закон Гука. уравнения Ламе.	ПК-6
27. Изотропные и анизотропные среды. Количество констант, характеризующих свойства материала.	ПК-6
28. Вязкая жидкость. Закон Навье-Стокса. Уравнение Навье-Стокса.	ПК-6
29. Теорема об изменении кинетической энергии. Первое начало термодинамики.	ПК-6
30. Термодинамические потенциалы	ПК-6
31. Расчет стержневых систем. Принципы и гипотезы сопротивления материалов	ПК-6
32. Геометрические характеристики плоских сечений	ПК-6
33. Построение эпюр усилий и моментов в стержнях	ПК-6
34. Расчет стержней при растяжении и сжатии	ПК-6
35. Расчет стержней при кручении	ПК-6
36. Расчет стержней при изгибе	ПК-6

### 5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-6

1. Какой вид имеют массовые силы, если при распределении напряжений

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 3x_1x_2 & 5x_2^2 & 0 \\ 5x_2^2 & 0 & 2x_3 \\ 0 & 2x_3 & 0 \end{bmatrix}$$

среда находится в равновесии?

2. Деформация некоторого объема описывается формулами:

$$x^1 = \xi^1 + A\xi^2, x^2 = \xi^2 + A\xi^3, x^3 = \xi^3$$

Определить: 1) Ограничения на А из условия положительности якобиана; 2) Вектор перемещения в Эйлеровых и Лагранжевых переменных

3. Сплошной вал диаметром 40 см. заменяется полым валом, у которого внутренний диаметр составляет 60% от наружного. Определить наружный диаметр полого вала при условии, что допускаемые касательные напряжения у них одинаковые. Сравнить веса сплошного и полого валов.

4. Тензор напряжений задан матрицей

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 \end{bmatrix}$$

Найти максимальное касательное напряжение и вектор нормали, соответствующий этому напряжению.

5. Задан вектор перемещения среды в Лагранжевых координатах:

$$u^i = \xi^i (e^{k_i t} - 1), \quad (k_1, k_2, k_3 - \text{постоянные})$$

Найти вектор скорости в Эйлеровых координатах, полагая, что при  $t=0$   $x^i = \xi^i$ .

## 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) основная литература:

1. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды//М.: Изд-во МГУ, 1978. 31 экз.
2. Седов Л.И. Механика сплошных сред//М.: Наука, Т.1,2, 1976. 90 экз.
3. Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред//М.: Мир, 1984. 14 экз.

**б) дополнительная литература:**

1. Победря Б.Е. Лекции по тензорному анализу//М.: Изд-во МГУ, 1986. 15 экз.
2. Сокольников И.С. Тензорный анализ//М.: Мир, 1971 г. 3 экз.
3. Морозов Н.Ф. Лекции по избранным вопросам механики сплошных сред. Л.: ЛГУ, 1975. 4экз.

**4. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий лекционного и семинарского типа, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор д.ф.-м.н., доцент Чекмарев Д.Т.

Заведующий кафедрой ТКиЭМ д.ф.-м.н., профессор Игумнов Л.А.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 30.11.2022 года, протокол № 3