

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Кратные интегралы и ряды

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

03.03.03 - Радиофизика

Направленность образовательной программы

Фундаментальная радиофизика

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.12 Кратные интегралы и ряды относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физики и радиофизики и использовать их в профессиональной деятельности, в том числе в сфере педагогической деятельности;	ОПК-1.1: Обладает фундаментальными знаниями в области физики и радиофизики. ОПК-1.2: Анализирует физические аспекты теории и возможности ее использования для решения научно-исследовательских задач. ОПК-1.3: Решает научно-исследовательские задачи, в том числе в сфере педагогической деятельности.	ОПК-1.1: Знает основные понятия и теоремы курса «Кратные интегралы и ряды», логические связи между понятиями и теоремами, основные методы доказательств и решения задач в математическом анализе. Умеет применять методы и приемы решения задач из различных разделов дисциплины; применять математические методы для решения задач физики; использовать адекватный математический аппарат; выполнять математическую обработку результатов экспериментов; выполнять приближенные вычисления и оценивать их погрешность; использовать методы математического моделирования в практической деятельности; Владеет методами решения различных задач, понятийным аппаратом дисциплины «Кратные интегралы и ряды», современными знаниями о математическом анализе и его приложениях. ОПК-1.2:	Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы Практическая задача

		<p>Знает основополагающие принципы, понятия и факты дифференциального и интегрального исчисления функций нескольких переменных: основные понятия, формулы, теоремы. Умеет применять методы математического анализа и теории «Кратных интегралов и рядов» к анализу физических аспектов теории при решении научно-исследовательских задач.</p> <p>Владеет опытом анализа физических аспектов математического анализа и его использования для решения научно-исследовательских задач.</p> <p>ОПК-1.3: Знает методы решения ключевых задач дисциплины «Кратные интегралы и ряды». Умеет решать практические задачи в области физики и радиофизики с помощью прикладных аспектов математического анализа. Владеет навыками применения аппарата математического анализа для решения задач профессиональной деятельности.</p>		
--	--	---	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	6
Часов по учебному плану	216
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	48
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	64
- КСР	2
самостоятельная работа	48

Промежуточная аттестация	54 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Тема 1. Дифференциальное исчисление функций многих переменных	56	16	24	40	16
Тема 2. Кратные интегралы	50	10	20	30	20
Тема 3. Числовые, функциональные и степенные ряды	48	16	20	36	12
Тема 4. Ряды Фурье	6	6		6	
Аттестация	54				
КСР	2			2	
Итого	216	48	64	114	48

Содержание разделов и тем дисциплины

Практические занятия организуются, в том числе в форме практической подготовки. На практических занятиях более подробно изучается программный материал в плоскости отработки практических умений и навыков и усвоения следующих тем:

1. Вычисление частных производных функции многих переменных. Вычисление дифференциалов функций многих переменных. Дифференцирование сложной функции. Дифференцирование неявно заданных функций. Дифференцирование систем неявно заданных функций и функций, заданных параметрически. Замена переменных в дифференциальных выражениях, содержащих обыкновенные производные. Замена переменных в дифференциальных выражениях, содержащих частные производные. Абсолютный экстремум функции многих переменных. Условный экстремум функции многих переменных.
2. Двойные интегралы (расстановка пределов интегрирования). Вычисление двойных интегралов. Переход к полярным координатам в двойных интегралах. Замена переменных в двойных интегралах (общий случай). Приложение двойных интегралов к нахождению площадей и объемов. Тройной интеграл (расстановка пределов интегрирования и вычисление). Замена переменных в тройном интеграле (цилиндрические координаты). Замена переменных в тройном интеграле (сферические координаты). Геометрические и механические приложения тройного интеграла.
3. Числовые ряды (сходимость по определению). Необходимое условие сходимости ряда, признаки сравнения. Признаки сходимости знакоположительных рядов (Даламбера, Коши, интегральный).

Знакопеременные ряды (Абсолютная и условная сходимость). Нахождение области сходимости функциональных рядов. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и функциональных рядов (признак Вейерштрасса). Степенные ряды (нахождение радиуса и интервала сходимости). Разложение функций в степенные ряды. Суммирование степенных рядов. Практическая подготовка направлена на формирование и развитие знаний, умений и навыков применения аппарата математического анализа для решения задач профессиональной деятельности.

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме проведения контрольной работы и проверки выполнения домашних заданий.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Кратные интегралы и ряды» включает выполнение практических заданий под контролем преподавателя, а также подготовку к контрольной работе и экзамену.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Контрольная работа по теме «Дифференцирование функций многих переменных»

Вариант 1:

1. Найти $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$, если $u = f(x, xy, xyz)$, x, y, z - независимые переменные.
2. Найти $\frac{dx}{dz}, \frac{dy}{dz}, \frac{d^2 x}{dz^2}, \frac{d^2 y}{dz^2}$, если $|x^2 + 2yz = 0|$
3. Преобразовать уравнение $y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2}{x}$, если $u = \frac{x}{y}, v = x, w = xz - y$, где $w = w(u, v)$ - новая функция
4. Исследовать на условный экстремум функцию $u = x - 2y + 2z$, если $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Вариант 2:

1. Найти $d^2 u$, если $u = f(x^2 + y^2, yz)$, x, y, z - независимые переменные.
2. Найти $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$, если $|xu - yv = 0|$
3. Преобразовать уравнение $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial z}{\partial x} = 0$,
если $u = \frac{x+y}{2}, v = \frac{x-y}{2}, w = ze^y$, где $w = w(u, v)$ - новая функция.
4. Исследовать на условный экстремум $u = x + y + z$, если $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$ ($x, y, z > 0$)

Вариант 3

1. Найти $\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z}$, если $u = f\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{z}\right)$, x, y, z - независимые переменные.

2. Найти $dz, d^2 z$ в точке $x=2, y=1, z=1$, если $xyz = x + y + z$

3. Преобразовать уравнение $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$,

если $x = \frac{u+v}{2}, y = \frac{u-v}{2}, z = \frac{u^2 - v^2}{4} - w$, где $w = w(u, v)$ - новая функция.

4. Исследовать на условный экстремум $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, если

Вариант 4:

1. Найти $d^2 u$, если $u = f(x + y + z, x^2 + y^2 + z^2)$, x, y, z - независимые переменные.

2. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $F(xy, y + z) = 0$

3. Преобразовать выражение $P = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) / \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)$,

если $u = xe^z, v = ye^z, w = ze^z$, где $w = w(u, v)$ - новая функция.

4. Исследовать на условный экстремум $u = xv$. если

Контрольная работа по теме «Двойные и тройные интегралы»

Вариант 1:

1. Изменить порядок интегрирования:

2. Перейти к полярным координатам $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ и расставить пределы интегриции в том и другом порядке:

3. Перейти к сферическим или цилиндрическим координатам и вычислить:

$$\int_{-2}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} (x^2 + z^2) dz \int_{\frac{x^2+z^2}{2}}^2 dz$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

Вариант 2:

1. Изменить порядок интегрирования:

2. Перейти к полярным координатам $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ и расставить пределы интегриции в том и другом порядке: $\iint_D f(x, y) dx dy, D: x^2 + y^2 \leq 4x, y \geq x$

3. Перейти к сферическим или цилиндрическим координатам и вычислить:

$$\int_{-R}^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{R^2-x^2-y^2}} (x^2 + y^2) dz$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

Вариант 3.

$$\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt[3]{x^2}} f dy + \int_1^2 dx \int_0^{1-\sqrt{4x-x^2-3}} f dy$$

1. Изменить порядок интегрирования:
2. Перейти к полярным координатам $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$ и расставить пределы интегриции в том и другом порядке: $\iint_D f(x, y) dx dy$, $D: x^2 + y^2 \leq -2y$, $y \leq -1$
3. Перейти к сферическим или цилиндрическим координатам и вычислить:

$$\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} \sqrt{x^2+y^2+z^2} dz$$
4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = R^2$, $Rz = 2R^2 + x^2 + y^2$, $z = 0$

Вариант 4:

$$\int_0^4 dx \int_{-x}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x, y) dy$$

1. Изменить порядок интегрирования:
2. Перейти к полярным координатам $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$ и расставить пределы интегриции в том и другом порядке:
3. Перейти к сферическим или цилиндрическим координатам и вычислить:

$$\int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} dx \int_{-\sqrt{\frac{3}{4}-x^2}}^{\sqrt{\frac{3}{4}-x^2}} dy \int_{1-\sqrt{1-x^2-y^2}}^{\sqrt{1-x^2-y^2}} (x^2 + y^2 + z^2) dz$$
4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями
(Область находится внутри однополостного гиперболоида, т.е.
 $x^2 + y^2 - z^2 \leq a^2$, $z \geq 0$)

Контрольная работа по теме «Ряды»

Вариант 1:

1. Исследовать сходимость числовых рядов:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} (\sqrt{n^2+n+1} - \sqrt{n^2-n+1}), \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2+1}{5+3n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\cos^2 n}{\sqrt[3]{n}},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n$$

2. Исследовать сходимость степенного ряда:

3. Исследовать на равномерную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{n\sqrt{n^2+x}}$ при $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$
4. Разложить в ряд Тейлора по степеням x функцию: $f(x) = \ln(1+x+x^2+x^3)$

Вариант 2:

1. Исследовать сходимость числовых рядов:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 - \ln^2 n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 2^n \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{3}}{\sqrt{n}}$$

2. Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-nx}$

3. Исследовать на равномерную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{n^3 x^2 + 1}$, при $|x| < +\infty$

4. Разложить в ряд Тейлора по степеням x : $f(x) = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2}$

Вариант 3:

1. Исследовать сходимость числовых рядов:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^2 \frac{n}{n^3+1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \frac{n+3}{1+2n}, \quad \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\ln n} \cos \frac{1}{n^2}$$

2. Исследовать сходимость степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3-x)^n}{\sqrt{n}}$

3. Исследовать на равномерную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^3 \sin nx}{2 + n^3 x^6}$, при $0 \leq x < +\infty$

4. Разложить в ряд Тейлора по степеням x : $f(x) = \arctan \frac{2-2x}{1+4x}$

Вариант 4:

1. Исследовать сходимость числовых рядов:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{(n^2-5) \ln n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \operatorname{tg} \frac{1}{n \sqrt[3]{n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{4}}{\sqrt{n+1}}$$

2. Найти область сходимости функционального ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(x^n + \frac{1}{2^n x^n} \right)$

3. Исследовать на равномерную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n \operatorname{arctg} nx}{n^2 + x^2}$ при $-1 \leq x \leq 1$

4. Разложить в ряд Тейлора по степеням x : $f(x) = (1+x) \ln(1+x)$

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена

Оценка	Критерии оценивания
	дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие	При решении стандартных задач не продемонстрированы	Продемонстрированы основные умения. Решены	Продемонстрированы все основные умения.	Продемонстрированы все основные умения.	Продемонстрированы все основные умения.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все

	умений вследствие отказа обучающегося от ответа	основные умения. Имели место грубые ошибки	типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Пространство R^n , его основные свойства.
2. Функции многих переменных: область определения, предел, непрерывность.
3. Определение частных производных, примеры вычисления по определению, геометрический смысл.
4. Дифференцируемость функции многих переменных: необходимые условия дифференцируемости; достаточные условия дифференцируемости.
5. Дифференциал первого порядка: вычисление и основные свойства.
6. Приближенные вычисления с помощью дифференциала.
7. Дифференцирование сложной функции одной и нескольких переменных.
8. Производная неявной функции.
9. Уравнения касательной плоскости и нормальной прямой в случаях, когда поверхность задана явно и неявно.
10. Градиент, производная по направлению; их геометрический смысл.
11. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.
12. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
13. Экстремум функции двух переменных.
14. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой ограниченной области.
15. Условный экстремум.
16. Замена переменных в дифференциальных выражениях.
17. Задача о массе плоской пластины. Определение двойного интеграла. Геометрический смысл. Классы интегрируемых функций.
18. Свойства двойного интеграла.
19. Вычисление двойного интеграла.
20. Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты.
21. Вычисление площадей плоских фигур. Площадь в криволинейных координатах.
22. Вычисление объёмов тел.
23. Понятие площади поверхности. Вычисление площади поверхности.

24. Задача о массе пространственного тела. Определение тройного интеграла. Геометрический смысл. Классы интегрируемых функций.

25. Свойства тройного интеграла.

26. Вычисление тройного интеграла.

27. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты.

28. Вычисление объемов тел. Объем в криволинейных координатах.

29. Моменты и центр тяжести для плоской фигуры, тела в пространстве.

30. Понятие числового ряда и его суммы. Геометрический ряд.

31. Критерии сходимости числового ряда.

32. Необходимое условие сходимости.

33. Признаки сравнения для положительных рядов.

34. Признак Даламбера.

35. Признак Коши радикальный.

36. Интегральный признак.

37. Абсолютная и условная сходимость знакопеременного числового ряда.

38. Признак Лейбница для условной сходимости.

39. Признаки Даламбера и Коши для рядов произвольного знака.

40. Признаки Дирихле и Абеля.

41. Понятие поточечной и равномерной сходимости функционального ряда. Признак Вейерштрасса для равномерной сходимости.

42. Степенной ряд. Вид области сходимости степенного ряда.

43. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда.

44. Теорема о непрерывности суммы функционального ряда, ее следствие для степенного ряда.

45. Теорема об интегрировании функционального ряда, ее следствие для степенного ряда.

46. Теорема о дифференцировании функционального ряда, ее следствие для степенного ряда.

47. Ряд Тейлора. Разложение в ряд Маклорена основных элементарных функций.

48. Приложения рядов Тейлора: приближенное вычисление значений функций, интегралов, нахождение пределов, решение дифференциальных уравнений.

49. Тригонометрические ряды. Теорема о том, что равномерно сходящийся тригонометрический ряд является рядом Фурье для своей суммы.

50. Разложение в тригонометрический ряд Фурье периодических функций общего вида.

51. Разложение в тригонометрический ряд Фурье периодических четных и нечетных функций.

52. Разложение в тригонометрический ряд Фурье функций произвольного периода.

53. Тригонометрические ряды Фурье на произвольном промежутке.

54. Формулы Дирихле для частичных сумм ряда Фурье.

55. Теорема о поточечной сходимости тригонометрического ряда Фурье.

56. Ряды Фурье по произвольной ортогональной системе.

57. Минимальное свойство частичных сумм ряда Фурье.

58. Неравенство Бесселя.

59. Ряды Фурье в комплексной форме.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне

Оценка	Критерии оценивания
	«удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Практическая задача) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Пример практических заданий для экзамена по курсу «Кратные интегралы и ряды»

1. Найти $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ и $d^2 u$, если $u = f(x^2 y, x + y^2, x - y)$, x, y - независимые переменные.
2. В интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$ перейти к полярным координатам $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ и расставить пределы интегрирования, если D – часть круга $x^2 + y^2 \leq 2y, y \geq -x$
3. В интеграле $\iiint_G f(x, y, z) dx dy dz$ перейти к сферическим и цилиндрическим координатам, если G - область, ограниченная поверхностями $x^2 + y^2 = z^2$ и $x^2 + y^2 = 4z$.
4. Исследовать на сходимость ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n^2}{5 + 2n^2}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \operatorname{tg} \frac{1}{n^3 \sqrt{n}}$

Критерии оценивания (оценочное средство - Практическая задача)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы

Оценка	Критерии оценивания
	одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Кудрявцев Лев Дмитриевич. Курс математического анализа : [учеб. для физ.-мат. и инженер.-физ. специальностей вузов] : в 3 т. Т. 1 / Л. Д. Кудрявцев. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Высшая школа, 1988. - 712 с. : ил. - ISBN 5-06-001290-5 (в пер.) : 1.60., 261 экз.
2. Кудрявцев Лев Дмитриевич. Курс математического анализа : учеб. для студентов физ.-мат. и инженер.-физ. специальностей вузов : в 3 т. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : Высшая школа, 1988-. Курс математического анализа. Т. 2. - 1988. - 575, [1] с. : ил. - ISBN 5-06-000444-9, 5-06-00145 (Т.2) : 1.40., 181 экз.
3. Кудрявцев Лев Дмитриевич. Курс математического анализа : [учеб. для физ.-мат. и инженер.-физ. специальностей вузов] : в 3 т. Т. 3. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Высшая школа, 1989. - 351, [1] с. : ил. - ISBN 5-06-000444-9, 5-06-00151 : 0.95., 171 экз.
4. Фихтенгольц Григорий Михайлович. Основы математического анализа : учеб. для студентов вузов, обучающихся по направлению подгот. и специальностям в области естеств. наук и математики, техники и технологий, образования и педагогики. Ч. 1. - Изд. 9-е, стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2008. - 448 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0190-1 (ч. 1) : 280.00., 1 экз.
5. Фихтенгольц Григорий Михайлович. Основы математического анализа : учеб. для студентов вузов, обучающихся по направлению подгот. и специальностям в области естеств. наук и математики, техники и технологий, образования и педагогики. Ч. 2. - Изд. 9-е, стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2008. - 464 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0191-8 (ч. 2) : 100.00., 1 экз.
6. Демидович Борис Павлович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учеб. пособие для вузов. - М. : АСТ : Астрель, 2003. - 558, [2] с. : ил. - ISBN 5-17-010062-0 (АСТ). - ISBN 5-271-03601-4 (Астрель) : 194.00., 270 экз.
7. Галкина С. Ю. Дифференциальное исчисление функций многих переменных : курс лекций / Галкина С. Ю., Галкин О. Е. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2017. - 67 с. - Рекомендовано методической комиссией ИИТММ для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 03.03.02 «Физика», 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника», 09.03.02

«Информационные системы и технологии», 28.03.01 «Нанотехнологии и микросистемная техника». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=729805&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Ильин Владимир Александрович. Основы математического анализа : учеб. для вузов: [в 2 ч.]. Ч. 1. - 6-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2001. - 648 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - ISBN 5-9221-0130-7 (Вып. 1). - ISBN 5-9221-0134-X : 158.21., 30 экз.
2. Ильин Владимир Александрович. Основы математического анализа : учеб. для студентов физ. специальностей и специальности "Прикладная математика" : в 2 ч. Ч. 2. - Изд. 4-е, стер. - М. : Физматлит, 2001. - 464 с. - (Курс высшей математики и математической физики / под ред. А. Н. Тихонова, В. А. Ильина, А. Г. Свешникова ; вып. 2). - ISBN 5-9221-0131-5 (вып. 2). - ISBN 5-9221-0134-X : 140.00., 31 экз.
3. Берман Георгий Николаевич. Сборник задач по курсу математического анализа : [для вузов]. - 20-е изд. - М. : Наука, 1985. - 383 с. : ил. - 1.20., 324 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. <http://e.lanbook.com/>
2. <http://www.studentlibrary.ru/>
3. <http://www.znaniium.com/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки/специальности 03.03.03 - Радиофизика.

Автор(ы): Минаева Оксана Николаевна, кандидат экономических наук
Дубков Александр Александрович, доктор физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Павлов Игорь Сергеевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 18 декабря 2023 года, протокол № 09/23.