

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики  
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол от  
«30» ноября 2022 г. № 13

**Рабочая программа дисциплины**

Математическая логика и теория алгоритмов  
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования  
бакалавриат  
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность  
**09.03.04 Программная инженерия**  
(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы  
**Разработка программно-информационных систем**  
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения  
очная  
(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023 год

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина <b>Б1.О.07 Математическая логика и теория алгоритмов</b> относится к обязательной части ООП направления подготовки <b>09.03.04. Программная инженерия</b> .

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1-2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности	УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	собеседование
ОПК-7: Способен применять в практической деятельности основные концепции, принципы, теории и факты, связанные с информатикой	ОПК-7.1. Знает область применения в практической деятельности основных концепций, принципов, теорий и фактов, связанных с информатикой.	Знать основные определения и утверждения математической логики и теории алгоритмов	собеседование
	ОПК-7.2. Умеет применять в практической деятельности основные концепции, принципы, теории и факты, связанные с информатикой.	Уметь выражать отношения для заданных структур, строить поисковое дерево для заданного утверждения, строить равносильные префиксные и антипрефиксные формулы для заданной формулы, находить области истинности заданной формулы, выполнять редукцию в заданном лямбда-терме, проводить реализацию основных этапов метода элиминации кванторов на примерах теории плотного линейного порядка без концевых точек и теории целых чисел с отношениями делимости (пользуясь алгоритмом Пресбургера), составлять простейшие программы на машине Тьюринга и доказывать их частичную корректность по методике Флойда	задача Контрольная работа
	ОПК-7.3. Имеет навыки	Владеть навыками в проведении синтаксического	задача Контрольная

	применять в практической деятельности основные концепции, принципы, теории и факты, связанные с информатикой.	разбора формул логики первого порядка; • навыками в анализе моделей логических формул; навыками в вычислении объема и доли выполнимости простейших формул, в том числе формул, содержащих свободные переменные; навыками в преобразованиях формул логики первого порядка к логически равносильным формулам канонического вида (префиксным, антипрефиксным, Г-формулам); навыками в определении значения предела доли выполнимости формул логики первого порядка, приведенных к антипрефиксному виду и не содержащих функциональных и нульместных предикатных символов (пользуясь доказательством теоремы Глебского); навыками в построении поисковых деревьев для доказательства или опровержения истинности логических утверждений; навыками написания тьюринговых программ и доказательства их частичной корректности (владение методикой Флойда); навыками определения области истинности формул в моделях Крипке; навыками проводить редукцию в лямбда-исчислении и комбинаторной логике	работа
--	---	--	--------

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная форма обучения</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>4 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>144</b>
<b>в том числе</b>	
<b>контактная работа:</b>	<b>66</b>
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	32
- текущий контроль (КСР)	2
<b>самостоятельная работа</b>	<b>42</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>	<b>36</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование	и	Всего	в том числе
--------------	---	-------	-------------

		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				Самостоятельная работа обучающихся, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего контактных часов	
Элементы логического языка первого порядка	8	2	2	-	4	4
Модели формул логического языка первого порядка	8	2	2	-	4	4
Логический вывод	12	4	4	-	8	4
Канонические формы предложений в логике первого порядка	12	4	4	-	8	4
Приближенное выражение свойств структур в логике первого порядка	12	4	4	-	8	4
Приложения логического языка первого порядка к моделированию математических теорий	12	4	4	-	8	4
Изучение моделей вычислений на примере машины Тьюринга	12	4	4	-	8	4
Интуиционистские и модальные логики	14	4	4	-	8	6
Лямбда-исчисление и комбинаторная логика	16	4	4	-	8	8
Текущий контроль (КСР)	2				2	
Промежуточная аттестация – экзамен	36					
<b>Итого</b>	<b>144</b>	<b>32</b>	<b>32</b>		<b>66</b>	<b>42</b>

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

- Выполнение домашних и контрольных работ
- Работа с дополнительной литературой и прослушивание онлайн-курсов лекций

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю),

включающий:

### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы

Вопросы	Код формируемой компетенции
1. Логический язык первого порядка. Понятия универса, константы, переменной, функции, терма, предиката. Число всех k-местных предикатов и функций на n-элементном универсуме. Синтаксис логического языка первого порядка: описание алфавита, построение формул, переменных, термов и формул, примеры. Понятие подформулы, области действия кванторов, связанной и свободной переменной, предложения. Примеры.	УК-1
2. Понятие интерпретации формул логического языка первого порядка. Определение истинностного значения формул, примеры. Понятие алгебраической системы (структуры) заданной сигнатуры. Основные понятия, связанные с интерпретацией: общезначимые, выполнимые и невыполнимые формулы, примеры; понятия логического следования, равносильных формул, примеры; понятие модели множества формул, примеры. Понятие изоморфизма структур, примеры и контрпримеры. Элементарно эквивалентные структуры, примеры и контрпримеры.	ОПК-7
3. Графический и табличный способы задания структур на конечных универсах, примеры. Формула подсчета числа всех структур на конечных универсах. Понятие числа моделей	ОПК-7

доли выполнимости предложений логического языка первого порядка, примеры вычисления.	
4. Понятие исключающих кванторов, модификация правил построения формул, связанная с введением исключающих кванторов. Выражение истинностных значений формул, содержащих исключающие кванторы, через истинностные значения формул без исключающих кванторов. Понятие Г-формулы. Логическая равносильность любой формулы языка первого порядка некоторой Г-формуле, примеры.	УК-1
5. Логический вывод. Формальные понятия доказательства и правила вывода, примеры. Разветвляющие и неразветвляющие правила. Существование конечного числа правил вывода и математического понятия доказательства, при помощи которых можно ответить на вопрос: «Верно ли, что из множества формул Г логически следует формула А?». Пример.	УК-1
6. Логический вывод. Определение поискового дерева, правила его расширения. Лемма о поисковых последовательностях.	УК-1
7. Логический вывод. Определение поискового дерева, правила его расширения. Понятие дерева-доказательства. Понятие выводимости формулы А из множества гипотез Г. Теорема о корректности дедуктики.	УК-1
8. Логический вывод. Теоремы о полноте и об адекватности дедуктики. Теорема компактности, пример ее использования.	ОПК-7
9. Канонические формы предложений в логике первого порядка. Предваренные нормальные формы. Алгоритм приведения любой формулы к префиксному виду, примеры.	УК-1
10. Канонические формы предложений в логике первого порядка. Понятие сингулярной примарной формул. Алгоритм приведения любой сингулярной формулы к булевой комбинации примарных, пример.	ОПК-7
11. Приложения логического языка первого порядка к моделированию математических теорий. Аксиоматические и структурные теории, примеры (не меньше трех), их развитие. Понятие теорем и элементарных теорий.	ОПК-7
12. Свойства элементарных теорий: полнота, алгоритмическая разрешимость. Метод элиминации кванторов для доказательства алгоритмической разрешимости некоторых теорий (общий алгоритм). Основной этап алгоритма для доказательства алгоритмической разрешимости теории плотного линейного порядка без концевых точек, пример.	ОПК-7
13. Свойства элементарных теорий: полнота, алгоритмическая разрешимость. Метод элиминации кванторов для доказательства алгоритмической разрешимости некоторых теорий (общий алгоритм). Основные этапы метода элиминации кванторов для доказательства алгоритмической разрешимости теории целых чисел с отношением делимости (алгоритм Пресбургера).	ОПК-7
14. Модели вычислений: машина Тьюринга. Представление и преобразование информации тьюринговых программы, их запись при помощи ориентированных графов. Методы Флойда для доказательства частичной правильности тьюринговых программ. Пример.	ОПК-7
15. Представление тьюринговых программ в виде аналитических выражений (псевдокод). Правила композиции тьюринговых программ. Примеры с доказательством частичной корректности.	ОПК-7
16. Вычислимость и разрешимость: понятия словарных функций и словарных отношений. Полуразрешимые и разрешимые отношения, вычислимые функции. Примеры.	ОПК-7
17. Модели вычислений: лямбда-исчисление. Понятие лямбда-терма, правила его построения. Понятия подтерма, области действия лямбда-абстрактора, свободного связанного вхождения переменной в подтерм, активное и пассивное вхождения подтерма лямбда-терм, примеры. Понятия бинарного отношения на множестве лямбда-термов, согласованного с операциями аппликации и абстракции. Понятия контракции (одношаговой R-редукции), многошаговой R-редукции и R-конверсии бинарного отношения, согласованного с операциями аппликации и абстракции.	ОПК-7
18. Модели вычислений: лямбда-исчисление. Отношения альфа-конверсии, бета-редукции, бета-конверсии на множестве лямбда-термов. Понятие бета-редекса: внешний и внутренний редексы, самый правый и самый левый редексы. Понятие бета-нормальной (бета-пассивной) формы лямбда-терма. Редукционные цепочки: стратегии АПР и НПР для преобразования лямбда-термов к бета-нормальной форме. Примеры редуцирования. Теорема Черча-Россера о ромбическом свойстве бета-редукции. Следствие: теорема Черча-Россера о бета-конверсии. Теорема стандартизации.	ОПК-7
19. Модели вычислений: лямбда-исчисление. Исчисление конверсий, его аксиоматика. Понятие комбинатора. Неподвижная точка лямбда-терма. Теоремы о существовании неподвижной точки любого лямбда-терма и комбинатора неподвижной точки, примеры.	УК-1
20. Модели вычислений: лямбда-исчисление. Понятие комбинатора. Комбинаторная логика. Реализация арифметики и логических функций в рамках комбинаторной логики. Примеры.	УК-1
21. Модели вычислений: лямбда-исчисление. Алгоритм элиминации лямбда-абстрактора и его пояснение, примеры.	ОПК-7
22. Неклассические логики: семантика Крипке языка высказываний интуиционистской логики. Примеры.	УК-1
23. Неклассические логики: семантика Крипке языка высказываний модальной логики.	ОПК-7

### 5.2.3. Типовые задачи для контрольной работы для оценки сформированности компетенции ОПК-7

1. При каких значениях переменной  $z$  следующие формулы истинны в структуре  $(Z; =, +, \square, 0, 1)$ , где  $Z$  — множество целых чисел?

$$\square x [x+x = z],$$

$$\square x [x+1 = z],$$

$$\square x \square y [x+z = y].$$

2. В структуре  $(N; +, \square, 0, 1)$ , где  $N$  — множество натуральных чисел, включая 0, выразить с помощью формулы следующие предикаты:

$$p(x, y, z) \quad \square \text{ «} z \text{ является наибольшим общим делителем чисел } x, y \text{»};$$

$$p(x, y) \quad \square \text{ «} x \text{ меньше } y \text{»};$$

$$p(x) \quad \square \text{ «} x \text{ является квадратом целого числа»};$$

$$p(x) \quad \square \text{ «} x \text{ является четным числом»};$$

$$p(x) \quad \square \text{ «} x \text{ является простым числом»}.$$

### 5.2.4. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-7 на экзамен

#### Задача 1.

В структуре  $S = (N \cup \{0\}; =; +, *, 0, 1)$  выразите отношение  $R(x, y)$  — числа  $x$  и  $y$  являются взаимно простыми.

#### Задача 2.

В структуре  $S = (N \cup \{0\}; =; +, *, 0, 1)$  выразите отношение  $P(x)$  — число  $x$  является степенью некоторого простого числа.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) Основная литература

1. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. — М.: Наука, 1975. 50 экз.
2. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. — М.: Наука, 1976. Более 60 экз.

### б) Дополнительная литература:

3. Таланов В.А. Математическая логика и модели вычислений. — Н.Новгород: изд-во ННГУ., 1994. — 57 экз.

### в) Интернет ресурсы

1. Верещагин Н.К., Шень А. Языки и исчисления. Москва, Изд. МЦНМО, 2012. (Электронный ресурс сайта Московского центра математического образования). [www.mccme.ru/free-books/shen/shen-logic-part2-2.pdf](http://www.mccme.ru/free-books/shen/shen-logic-part2-2.pdf)
2. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Ч.1. Начала теории множеств. 2008. 128 стр.
3. (электронная библиотека «Лань, режим доступа: [https://e.lanbook.com/book/9306#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/9306#book_name))



4. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Ч.3. Вычислимые функции. 2008. 192 стр. (электронная библиотека «Лань», режим доступа: [https://e.lanbook.com/book/9308#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/9308#book_name))

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ **09.03.04 Программная инженерия**.

Автор: \_\_\_\_\_ к.ф.-м.н., доц. Сорочан С. В.

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Золотых Н.Ю.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики  
от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.