

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол от  
«30» ноября 2022 г. № 13

**Рабочая программа дисциплины**

Математический анализ

Уровень высшего образования  
специалитет

Направление подготовки / специальность

01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Направленность образовательной программы  
Фундаментальная механика и приложения

Форма обучения  
Очная

Нижний Новгород

2022 год

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.09, «Математический анализ», относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>ОПК-1.</b> Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	<b>ОПК-1.1.</b> Знает основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук. <b>ОПК-1.2.</b> Умеет формулировать, анализировать и решать профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук. <b>ОПК-1.3.</b> Имеет практический опыт постановки и решения актуальных задач математики и механики.	<i>Знает</i> алгоритмы исследования функций при построении графиков и при вычислении основных характеристик геометрических фигур и физических величин, используя фундаментальные методы и приемы математического анализа. <i>Умеет</i> проводить доказательства математических утверждений на основе опыта аналогичных доказательств из курса математического анализа. <i>Владеет</i> различными методами и способами вычисления пределов, методами дифференциального и интегрального исчисления, методами разложения функции в степенные ряды и ряды Фурье. <i>Умеет</i> решать математические задачи и проблемы на основе полученных знаний из математического анализа при вычислении длины кривых, площади плоских фигур, объемов и массы тел, площади поверхностей, координат центра масс.	<i>экзамен</i>

<p><b>ПК-1.</b> Владеет методами математического исследования при анализе проблем механики на основе знаний фундаментальных физико-математических и компьютерных наук и навыками проблемно-задачной формы представления научных знаний</p>	<p><b>ПК-1.1. Знает</b> теоретические основы фундаментальных методов исследования проблем математики и механики.</p> <p><b>ПК-1.2. Умеет</b> применять полученные знания для анализа объекта исследования, определения целей и задач исследования, а также выбора корректного метода исследования научной проблемы.</p> <p><b>ПК-1.3. Владеет навыками</b> научно-исследовательской деятельности в области математического моделирования, а именно решения научных задач в соответствии с поставленной целью и выбранной методикой.</p>	<p><i>Знает</i> математические модели в конкретных прикладных задач и методы их исследования с помощью математического анализа</p> <p><i>Умеет</i> переводить на математический язык задачи, поставленные в терминах других предметных областей и использовать преимущества математической формулировки для их решения;</p> <p><i>Умеет опыт</i> решать математические задачи и проблемы на основе полученных знаний в области механики из математического анализа</p>	<p><i>экзамен</i></p>
--	---	--	-----------------------

### 3. Структура и содержание дисциплины «Математический анализ»

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>21 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>756</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>392</b>
- занятия лекционного типа	256
- занятия семинарского типа	128
- текущий контроль (КСР)	8
<b>самостоятельная работа</b>	<b>220</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>	<b>144</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,  форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				
		из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Лабораторные	Всего контактных часов	СРС
<b>1. Введение</b> 1.Предмет математического анализа. Очерк истории развития математического анализа. Математическая символика, обозначения	3	2			2	1
<b>2. Вещественные числа</b> Числовая прямая. Числовые множества: промежутки, интервалы, лучи. Окрестность точки. Ограниченные и неограниченные множества, грани множества. Существование точных граней ограниченных числовых множеств.	5	2	0		2	3
<b>3. 3 Числовые последовательности:</b> Определение числовой последовательности. Сходимость и предел числовой последовательности. Примеры. Свойства пределов и числовых последовательностей. Теорема о единственности предела, теорема об ограниченности сходящейся последовательности, предельный переход в неравенствах, арифметические действия со сходящимися последовательностями. Бесконечно малые и большие последовательности. связь	30	20	0		20	10

<p>между ними. Свойства бесконечно малых последовательностей.</p> <p>Предел монотонной последовательности.</p> <p>Число <math>\varepsilon</math>. Принцип вложенных отрезков.</p> <p>Подпоследовательности.</p> <p>Теорема Больцано-Вейерштрасса.</p> <p>Предельные точки числового множества. Верхний и нижний пределы последовательности.</p> <p>Критерий Коши существования предела.</p> <p>Полнота числовой прямой.</p>						
<p><b>4. Предел функции.</b></p> <p>Функции действительного переменного. Область определения, множество значений. Способы задания функций. График функции.</p> <p>Определение предела функции в точке по Гейне и Коши.</p> <p>Теорема эквивалентности определений. Локальная ограниченность функции, имеющей предел.</p> <p>Свойства пределов функций.</p> <p>Предел суперпозиции.</p> <p>Бесконечно малые функции и их сравнение.</p> <p>Замечательные пределы <math>\lim \sin x</math>, <math>\lim (1+x)^n</math>. Раскрытие неопределенностей.</p> <p>Обобщение понятия предела: односторонние пределы, бесконечно большие функции, пределы на бесконечности.</p> <p>Критерий Коши существования конечного предела функции в точке и на бесконечности.</p>	17	10	0		10	7
<p><b>5. Непрерывные функции:</b></p> <p>Свойства непрерывных функций.</p> <p>Локальная устойчивость знака.</p> <p>Различия определения непрерывности функции в точке.</p> <p>Арифметические действия над непрерывными функциями.</p> <p>Непрерывность суперпозиции.</p> <p>Классификация точек разрыва функции.</p> <p>Непрерывность функции на множестве. Непрерывность элементарных функций. Теорема о промежуточных значениях.</p> <p>Теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции на отрезке и достижении точных граней.</p> <p>Условия непрерывности монотонной функции на отрезке.</p> <p>Теорема о непрерывности обратной функции.</p>	17	10	0		10	7
<p><b>6. Производная функции:</b></p> <p>Задачи, приводящие к понятию производной функции.</p> <p>Средняя и мгновенная скорость изменения процесса.</p> <p>Производная и дифференциал функции в точке.</p> <p>Дифференцируемость функции.</p> <p>Геометрический смысл производной и дифференциала.</p> <p>Касательная к графику функции в точке.</p> <p>Свойства производных и дифференциалов функций.</p> <p>Производная суперпозиции и обратной функции. Таблица производных.</p> <p>Дифференцируемость элементарных функций.</p> <p>Функции и кривые на плоскости, заданные параметрически.</p> <p>Дифференцирование функций, заданных параметрически.</p> <p>Уравнения касательной и нормали к плоской кривой, заданной параметрически.</p> <p>Инвариантность формы первого дифференциала.</p> <p>Приложения дифференциала к приближенным</p>	17	10	0		10	7

вычисления значений функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Неинвариантность формы дифференциалов высшего порядка.						
<b>7. Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения:</b> Локальный экстремум функции. Теорема Ферма о необходимом условии локального экстремума. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о среднем. Формулы конечных приращений. Формула Тейлора. Различные представления остаточного члена формулы Тейлора. Формула Тейлора для некоторых элементарных функций. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Условие монотонности функции. Достаточные условия локального экстремума. Направления выпуклости, вогнутости функции. Точки перегиба. Достаточное условие перегиба. Асимптоты функции. Общая схема исследования и построения графиков функции. Нахождение глобального экстремума функции. Приближенные методы нахождения корней уравнений. Метод деления отрезка пополам, метод хорд, метод касательной, оценка погрешности.	17	10	0		10	7
<b>Промежуточная аттестация - экзамен</b>	36					
<b>В т.ч. текущий контроль</b>	2				2	
<b>ИТОГО в 1-м семестре:</b>	<b>144</b>	<b>64</b>	<b>0</b>		<b>66</b>	<b>42</b>
<b>Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,</b>  <b>форма промежуточной аттестации по дисциплине</b>	<b>Всего (часы)</b>	<b>Занятия лекционного типа</b>	<b>Занятия семинарского типа</b>	<b>Лабораторные</b>	<b>Всего контактных часов</b>	<b>СРС</b>
<b>1. Неопределенный интеграл:</b> Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства интеграла. Таблица интегралов. Метод замены переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Рациональные и дробно-рациональные функции. Разложение правильной дробно-рациональной функции в сумму простейших дробей. Интегрирование простейших дробей. Метод неопределенных коэффициентов. Рационализация подынтегральной функции. Интегрирование выражений, рационально зависящих от тригонометрических функций. Подстановки Эйлера. Интегрирование дифференциального бинома. Теорема Чебышева.	18	8	0		8	6
<b>2. Определенный интеграл:</b> Задачи о площади подграфика функции, о работе переменной силы, о массе неоднородного стержня. Интегральные суммы Римана. Определенный интеграл. Интегрируемость и ограниченность функции. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости. Колебание функции на отрезке.	17	8	0		8	5

<p>Определение равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора.</p> <p>Классы интегрируемых функций.</p> <p>Свойства определенного интеграла и интегрируемых функций. Теорема о среднем.</p> <p>Интеграл как функция верхнего предела. Свойства интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.</p> <p>Метод замены переменной и интегрирование по частям в определенном интервале.</p>						
<p><b>3. Приложения определенного интеграла:</b></p> <p>Понятие кривой на плоскости и в пространстве.</p> <p>Параметризация кривой.</p> <p>Эквивалентность параметризаций.</p> <p>Гладкие и кусочно-гладкие кривые.</p> <p>Определение длины дуги и спрямляемой кривой.</p> <p>Вычисление длины дуги кривой в различных координатах.</p> <p>Дифференциал дуги кривой.</p> <p>Определение площади плоской фигуры. Критерий квадратуемости области. Квадатуемость области со спрямляемой границей. Вычисление площади плоских фигур.</p> <p>Объем тела. Критерий кубичности тела. Вычисление объема тела с известными сечениями, и тела вращения.</p> <p>Площадь поверхности вращения.</p> <p>Приложения к задачам механики: масса, статические моменты, координаты центра масс, моменты инерции (материальной кривой и пластины). Теорема Гульдина.</p>	17	8	0		8	5
<p><b>4. Функции многих переменных и пределы:</b></p> <p>Арифметическое Евклидово пространство <math>R</math>. Связное множество в <math>R</math>. Шаровая и кубическая окрестности точки.</p> <p>Открытые и замкнутые множества в <math>R</math>. 11</p> <p>Последовательность в <math>R</math>. Сходимость и предел последовательности. Покоординатная сходимость.</p> <p>Критерий Коши сходимости последовательности в <math>R</math>.</p> <p>Ограниченные и неограниченные множества в <math>R</math> Теорема Больцано-Вейерштрасса.</p> <p>Компакты. Критерий компактности.</p> <p>Функции многих переменных.</p> <p>График функции двух переменных.</p> <p>Линии и поверхности уровня.</p> <p>Кратные и повторные пределы функции. Свойства пределов. Критерий Коши.</p>	20	8	0		8	7
<p><b>5. Непрерывные функции многих переменных</b></p> <p>Различные определения непрерывности функции в точке.</p> <p>Непрерывность по совокупности переменных и по отдельным переменным.</p> <p>Свойства непрерывных функций.</p> <p>Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции на связном множестве.</p> <p>Свойства функции, непрерывной на компакте: теорема Вейерштрасса об ограниченности и существовании глобальных экстремумов, теорема Кантора о равномерной непрерывности.</p>	17	8	0		8	4
<p><b>6. Дифференцирование функции многих переменных:</b></p> <p>Частные производные. Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал функции. Достаточное условие дифференцируемости.</p> <p>Линеаризация функций Приближенные вычисления функции с помощью дифференциала.</p>	19	8	0		8	6

Абсолютная и относительная погрешность. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Практические следствия инвариантности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл дифференциала. Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных. Дифференциал высших порядков. Неинвариантность формы высших дифференциалов. Инвариантность при аффинной замене переменных. Формула Тейлора. Оценка остаточного члена и приближенное вычисление функции с помощью формулы Тейлора. Формула Лагранжа конечных приращений.						
<b>7. Неявно-заданные функции:</b> Неявно-заданные функции и система неявных функций, одной и многих переменных. Теорема о существовании, единственности и дифференцируемости. Якобиан системы функций. Вычисление старших производных неявных функций. Уравнения касательной и нормали к графику функции, заданной неявно.	17	8	0		8	4
<b>8. Экстремумы функций многих переменных</b> Необходимое условие локального экстремума. Стационарные точки. Достаточные условия экстремума. Условный экстремум функции. Метод множителей Лагранжа. Глобальные экстремумы функций (безусловные и условные).	17	8	0		8	4
<b>Промежуточная аттестация - экзамен</b>	36					
<b>В т.ч. текущий контроль</b>	2				2	
<b>Итого во 2-м. семестре</b>	<b>180</b>	<b>64</b>	<b>0</b>		<b>66</b>	<b>42</b>
<b>Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,</b>  <b>форма промежуточной аттестации по дисциплине</b>	<b>Всего (часы)</b>	<b>Занятия лекционного типа</b>	<b>Занятия семинарского типа</b>	<b>Лабораторные</b>	<b>Всего контактных часов</b>	<b>СРС</b>
<b>1. Числовые ряды:</b> Понятие числового ряда. Связь с приближенными вычислениями. Частичные суммы числового ряда, сходимость и расходимость рядов. Сумма, отрезок и остаток ряда. Эквивалентность сходимости числовых рядов и числовых последовательностей. Основные свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости. Расходимость гармонического ряда. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Знакопостоянные ряды. Критерий сходимости знакопостоянных рядов. Признаки сравнения для сходимости знакопостоянного ряда. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов Даламбера, Коши, Раабе. Интегральный признак сходимости. Обобщенные гармонические ряды.) Абсолютная и условная сходимости произвольных	32	10	10		20	12



<p>числовых рядов. Признаки абсолютной сходимости рядов. Теорема о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда. Теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся рядов.</p> <p>Знакопеременные ряды. Признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов. Оценки суммы и остатка знакопеременного ряда, их использование для оценки погрешности вычислений.</p> <p>Признаки Абеля и Дирихле сходимости произвольных рядов. Теорема Римана о зависимости суммы условно (неабсолютно) сходящегося ряда от порядка следования членов.</p>					
<p><b>2. Функциональные последовательности и ряды:</b></p> <p>Понятия функциональной последовательности и функционального ряда, их сходимость в точке и области. Эквивалентность сходимости функциональных последовательностей и рядов.</p> <p>Равномерная сходимость функциональных рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Достаточные признаки Вейерштрасса, Абеля, Дирихле равномерной сходимости функциональных рядов.</p> <p>Функциональные свойства рядов, связанные с равномерной сходимостью. Теорема о почленном переходе к пределу. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда. Теорема Дини. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании.</p>	26	7	7	14	12
<p><b>3. Степенные ряды</b> Понятие степенного ряда. Лемма Абеля об абсолютной сходимости. Область и радиус сходимости. Вычисление радиуса сходимости: формулы Даламбера, Коши и Коши - Адамара.</p> <p>Свойства степенного ряда: равномерная сходимость на внутреннем отрезке; непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование на интервале сходимости.</p> <p>Ряды Тейлора. Аналитические функции. Достаточное условие аналитичности. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора.</p> <p>Понятие ряда с комплексными членами. Формулы Эйлера.</p>	32	10	10	20	12
<p><b>4. Несобственные интегралы:</b></p> <p>Задачи, приводящие к понятию несобственных интегралов. Интеграл с бесконечными пределами. Сходимость и расходимость интегралов. Критерий Коши. Замена переменной и интегрирование по частям. Сходимость интегралов от неотрицательных функций. Абсолютная сходимость. Признаки абсолютной сходимости. Условная сходимость. Признак Абеля-Дирихле. Интегралы от неограниченных функций. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости. Эквивалентность несобственных интегралов обоих типов. Главные задачи Коши несобственных интегралов.</p>	32	10	10	20	12
<p><b>5. Определенные интегралы, зависящие от параметра</b></p> <p>Равномерная сходимость функций по параметру. Критерий Коши равномерной сходимости. Определенный интеграл как функция параметров. Предельный переход под знаком интеграла. Непрерывность, дифференцирование,</p>	32	10	10	20	12

интегрирование по параметру. Равенство повторных интегралов. Непрерывность и дифференцирование по параметру в случае, когда пределы интегрирования также зависят от параметра. Примеры приложения к вычислению определенных интегралов.						
<b>6. Несобственные интегралы, зависящие от параметра</b> Интегралы с бесконечными пределами, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Достаточный признак Вейерштрасса абсолютной и равномерной сходимости. Предельный переход, непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру. Равенство повторных интегралов. Интегралы от неограниченных функций, зависящие от параметра. Эйлеровы интегралы.	27	7	7		14	13
<b>7. Ряды Фурье:</b> Периодические функции. Понятие гармоник, амплитуды, фазы. Тригонометрическая система функций и тригонометрический ряд. Ортогональность тригонометрической системы. Вычисление коэффициентов равномерно сходящегося тригонометрического ряда через его сумму. Определение тригонометрического ряда Фурье. Периодическое продолжение произвольной функции. Стремление коэффициентов Фурье к нулю. Представление частичной суммы ряда Фурье для абсолютно-интегрируемой функции интегралом Дирихле. Принцип локализации. Поточечная сходимость рядов Фурье. Регулярные точки функции. Суммы Фейера. Теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывных функций на отрезке тригонометрическими и алгебраическими многочленами. Полнота и замкнутость тригонометрической системы. Экстремальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Условие полноты Парсеваля. Достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье. Оценки скорости сходимости рядов Фурье. Почленное дифференцирование и интегрирование рядов Фурье. Ряды Фурье на произвольном интервале. Комплексная запись рядов Фурье. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.	33	10	10		20	13
<b>Промежуточная аттестация - экзамен</b>	36					
<b>В т.ч. текущий контроль</b>	2				2	
<b>Итого во 3-м. семестре</b>	<b>252</b>	<b>64</b>	<b>64</b>		<b>130</b>	<b>86</b>
<b>Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,</b>  <b>форма промежуточной аттестации по дисциплине</b>	<b>Всего (часы)</b>	<b>Занятия лекционного типа</b>	<b>Занятия семинарского типа</b>	<b>Лабораторные</b>	<b>Всего контактных часов</b>	<b>СРС</b>
<b>1. Кратные интегралы</b> Задачи, приводящие к понятию кратного интеграла.	45	16	16		32	13

<p>Определение и свойства двойного интеграла.</p> <p>Приведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных. Геометрический смысл якобиана преобразования. Полярная замена координат.</p> <p>Тройные и многократные интегралы. Приведение к повторным. Замена переменных. Цилиндрическая и сферическая системы координат в пространстве.</p> <p>Геометрические приложения двойных интегралов: объем бруса, площадь поверхности в случае явного и параметрического задания.</p> <p>Приложения кратных интегралов к задачам механики: масса, статические моменты, центр масс, моменты инерции.</p>						
<p><b>2. Криволинейные интегралы</b></p> <p>Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла. Криволинейный интеграл первого рода, его вычисление.</p> <p>Криволинейный интеграл второго рода. Соотношение криволинейных интегралов.</p> <p>Вычисление криволинейного интеграла второго рода</p> <p>Ориентация контура. Плоская односвязная область.</p> <p>Интеграл по замкнутому контуру. Формула Грина.</p> <p>Вычисление площадей с помощью формулы Грина.</p> <p>Условия независимости интеграла от пути интегрирования. Восстановление функции двух переменных по ее полному дифференциалу.</p>	45	16	16		32	13
<p><b>3. Поверхностные интегралы</b></p> <p>Поверхностный интеграл первого рода. Вычисление с помощью двойного интеграла.</p> <p>Двусторонние поверхности. Поверхностный интеграл второго рода. Вычисление с помощью двойного интеграла. Связь поверхностных интегралов.</p> <p>Поверхностно односвязная область. Формула Стокса.</p> <p>Условия независимости криволинейного интеграла по пространственной кривой от пути интегрирования.</p> <p>Восстановление функции трех переменных по ее полному дифференциалу.</p> <p>Пространственно односвязная область. Формула Остроградского и ее геометрические приложения.</p>	44	16	16		32	12
<p><b>4. Теория поля (Векторный анализ)</b></p> <p>Физические задачи, приводящие к понятиям скалярного и векторного полей.</p> <p>Оператор Гамильтона. Градиент. Поле градиентов.</p> <p>Дивергенция (расходимость) векторного поля. Ротор. Поле роторов.</p> <p>Циркуляция векторного поля. Поток векторного поля.</p> <p>Формулы Грина, Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме.</p> <p>Соленоидальные векторные поля. Условия соленоидальности поля, физический смысл дивергенции.</p> <p>Потенциальные векторные поля. Критерий потенциальности векторного поля.</p>	44	16	16		32	12

<b>Промежуточная аттестация - экзамен</b>	36					
<b>В т.ч. текущий контроль</b>	2				2	
<b>Итого во 4-м. семестре</b>	<b>216</b>	<b>64</b>	<b>64</b>		<b>130</b>	<b>50</b>
<b>ИТОГО ВСЕГО:</b>	<b>756</b>	<b>256</b>	<b>128</b>		<b>392</b>	<b>220</b>

Практические занятия (семинарские занятия) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

На проведение практических занятий (семинарских занятий) в форме практической подготовки отводится 128 часов.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП: решать математические задачи и проблемы на основе полученных знаний из математического анализа при вычислении длины кривых, площади плоских фигур, объемов и массы тел, площади поверхностей, координат центра масс, решать математические задачи и проблемы на основе полученных знаний в области механики из математического анализа
- компетенций – ОПК-1, ПК-1.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа, групповых или индивидуальных консультаций.

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (экзамен).

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся осуществляется в виде работы с рекомендованной обязательной и дополнительной литературой, подготовке к лекциям, подготовке к зачету. Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

	я от ответа						
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами и выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов .	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов учебной деятельности студентов при изучении дисциплины «Математический анализ» используется балльная система оценки учебной работы студентов. Итоговая оценка студента складывается из оценок: баллы за тесты, баллы за выполнение домашних практических работ, балл за ответ на вопросы на зачете. По результатам промежуточной аттестации в виде зачета проставляются оценки «Зачтено» (соответствует уровням оценки компетенций «удовлетворительно» и выше) и «Не зачтено» (соответствует уровням оценки компетенций «плохо» и «неудовлетворительно»).

*Соответствие между баллами и качественной оценкой*

Оценка		Уровень подготовки
	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина,

зачтено		сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

По результатам промежуточной аттестации в виде экзамена проставляются оценки «Превосходно», «Отлично», «Очень хорошо», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно», «Плохо» в соответствии с таблицей (ниже).

Количество баллов за тест вычисляется автоматически системой электронного тестирования.

*Соответствие между баллами и качественной оценкой*

Активности	Баллы	Качественная оценка
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Тесты ср. балл 98-100 %,</li> <li>• Выполнение домашних работ (100%)</li> <li>• ответ вопросы согласно дескрипторам</li> </ul>	98-100	Превосходно

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Тесты ср. балл 91-98 %,</li> <li>• Выполнение домашних работ (100%)</li> <li>• ответ вопросы согласно дескрипторам</li> </ul>	91-98	Отлично
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Тесты ср. балл 80-89%,</li> <li>• Выполнение домашних работ (100%)</li> <li>• ответ вопросы согласно дескрипторам,</li> </ul>	80 – 89	Очень хорошо
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Тесты ср. балл 60-79%,</li> <li>• Выполнение домашних работ (100%)</li> <li>• ответ вопросы согласно дескрипторам,</li> </ul>	60-79	Хорошо
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Тесты ср. балл 50 – 59%,</li> <li>• Выполнение домашних работ (100%)</li> <li>• ответ вопросы согласно дескрипторам,</li> </ul>	50 – 59	Удовлетворительн о
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Тесты ср. балл 20-49%,</li> <li>• Выполнение домашних работ (60%)</li> <li>• ответ вопросы согласно дескрипторам,</li> </ul>	20-49	Неудовлетворител ьно
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Тесты ср. балл ниже 190%,</li> <li>• Выполнение домашних работ (50%)</li> <li>• ответ вопросы согласно дескрипторам</li> </ul>	0-19	Плохо

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

### 5.2.1. Вопросы к экзамену по математическому анализу I семестр

1. Натуральные числа: Математическая индукция, примеры. Операции на $\mathbf{N}$ и их свойства.	ОПК-1, ПК-1
2. Целые числа. Модели множества целых чисел. Операции на $\mathbf{Z}$ и их свойства.	ОПК-1, ПК-1
3. Рациональные числа. Операции в $\mathbf{Q}$ и их свойства.	ОПК-1, ПК-1
4. Свойства неравенств.	ОПК-1, ПК-1
5. Соотношение для разности степеней двух чисел.	ОПК-1, ПК-1
6. Бином Ньютона.	ОПК-1, ПК-1
7. Алгебраическая незамкнутость рациональных чисел (иррациональность корня из двух)	ОПК-1, ПК-1
8. Неполнота множества рациональных чисел.	ОПК-1, ПК-1
9. Ограниченные и неограниченные множества. Примеры.	ОПК-1, ПК-1

10. Определение точной верхней и точной нижней граней.	ОПК-1, ПК-1
11. Модели действительных чисел (числовая прямая, бесконечные десятичные дроби)	ОПК-1, ПК-1
12. Модель сечений Дедекинда.	ОПК-1, ПК-1
13. Действительные числа: аксиоматическое определение.	ОПК-1, ПК-1
14. Различные формы полноты $\mathbf{R}$ .	ОПК-1, ПК-1
15. Теорема о существовании арифметического корня.	ОПК-1, ПК-1
16. Алгебраические свойства степеней с рациональным показателем	ОПК-1, ПК-1
17. Теорема о вложенных отрезках.	ОПК-1, ПК-1
18. Функции (отображения) и их виды. Примеры.	ОПК-1, ПК-1
19. Композиция отображений. Примеры.	ОПК-1, ПК-1
20. Обратная функция. Примеры.	ОПК-1, ПК-1
21. Графики функций. Преобразование графиков.	ОПК-1, ПК-1
22. Типы числовых функций: ограниченные, монотонные.	ОПК-1, ПК-1
23. Типы числовых функций: четные (нечетные), периодические.	ОПК-1, ПК-1
24. Последовательности и их типы (ограниченные, монотонные). Способы задания последовательности (формула общего члена, рекуррентное задание; примеры)	ОПК-1, ПК-1
25. Формулы общего члена и суммы для арифметической и геометрической прогрессии	ОПК-1, ПК-1
26. Определение предела последовательности. Примеры. Доказательства по определению.	ОПК-1, ПК-1
27. Теорема о единственности предела последовательности.	ОПК-1, ПК-1
28. Необходимое условие сходимости.	ОПК-1, ПК-1
29. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Сравнение бесконечно малых.	ОПК-1, ПК-1
30. Бесконечно большие последовательности и их свойства. Шкала бесконечно больших.	ОПК-1, ПК-1
31. Арифметические свойства предела последовательности.	ОПК-1, ПК-1
32. Переход к пределу в неравенствах.	ОПК-1, ПК-1
33. Теорема «о двух милиционерах».	ОПК-1, ПК-1
34. Теоремам Вейерштрасса о монотонной последовательности.	ОПК-1, ПК-1
35. Число $e$ .	ОПК-1, ПК-1
36. Теорема о вложенных отрезках (усиленный вариант). Примеры её применения.	ОПК-1, ПК-1
37. Теорема Больцано-Вейерштрасса о подпоследовательностях.	ОПК-1, ПК-1
38. Частичные пределы последовательности. Верхние и нижние пределы последовательности и их свойства.	ОПК-1, ПК-1
39. Критерий сходимости Коши.	ОПК-1, ПК-1
40. Предел функции. Определение на языке «эпсилон-дельта» (по Коши) и на языке последовательностей (по Гейне). Примеры доказательства по определению.	ОПК-1, ПК-1
41. Эквивалентность определений предела по Коши и по Гейне.	ОПК-1, ПК-1



42. Арифметические свойства предела функции и переход к пределу в неравенствах.	ОПК-1, ПК-1
43. Односторонние пределы. Бесконечные пределы.	ОПК-1, ПК-1
44. Первый замечательный предел.	ОПК-1, ПК-1
45. Второй замечательный предел.	ОПК-1, ПК-1
46. Примеры применения замечательных пределов.	ОПК-1, ПК-1
47. Критерий Коши для предела функции.	ОПК-1, ПК-1
48. Сравнение бесконечно малых функций. Примеры применения эквивалентных бесконечно малых.	ОПК-1, ПК-1
49. Свойство предела монотонной функции.	ОПК-1, ПК-1
50. Непрерывность функции. Определение и примеры.	ОПК-1, ПК-1
51. Непрерывность арифметических операций и композиции непрерывных функций.	ОПК-1, ПК-1
52. Точки разрыва и их классификация.	ОПК-1, ПК-1
53. Первая теорема Больцано –Коши (о существовании корня).	ОПК-1, ПК-1
54. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной.	ОПК-1, ПК-1
55. Физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной.	ОПК-1, ПК-1
56. Определение дифференцируемости функции в точке. Дифференциал и его геометрический смысл.	ОПК-1, ПК-1
57. Дифференцируемость и существование производной. Эквивалентность этих понятий	ОПК-1, ПК-1
58. Свойства производных (производная суммы, разности, произведения, частного).	ОПК-1, ПК-1
59. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Примеры.	ОПК-1, ПК-1
60. Производная элементарных функций.	ОПК-1, ПК-1
61. Лемма о возрастании функции в точке.	ОПК-1, ПК-1

## II семестр

1. Теорема Ферма об экстремуме.	ОПК-1, ПК-1
2. Теорема Ролля.	ОПК-1, ПК-1
3. Теорема (формула) Лагранжа.	ОПК-1, ПК-1
4. Следствия из теоремы Лагранжа (о монотонности).	ОПК-1, ПК-1
5. Односторонние производные. Существование односторонних производных (следствие из теоремы Лагранжа).	ОПК-1, ПК-1
6. Инвариантность формы первого дифференциала.	ОПК-1, ПК-1
7. Теорема Коши.	ОПК-1, ПК-1
8. Параметрически заданные функции и их производные.	ОПК-1, ПК-1
9. Производные высших порядков для основных элементарных функций.	ОПК-1, ПК-1
10. Формула Лейбница.	ОПК-1, ПК-1

11. Выпуклые(вогнутые) функции. Определение и эквивалентные условия.	ОПК-1, ПК-1
12. Эквивалентные условия выпуклости для дифференцируемых функций.	ОПК-1, ПК-1
13. Условия выпуклости в терминах касательных.	ОПК-1, ПК-1
14. Неравенство Иенсена. Примеры.	ОПК-1, ПК-1
15. Асимптоты графика функции и их уравнения	ОПК-1, ПК-1
16. Формула Тейлора для многочлена.	ОПК-1, ПК-1
17. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.	ОПК-1, ПК-1
18. Разложение Тейлора-Маклорена для $e^x$ , $\sin x$ , $\cos x$ .	ОПК-1, ПК-1
19. Разложение Тейлора-Маклорена для $\ln(1+x)$ , $(1+x)^a$ .	ОПК-1, ПК-1
20. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши.	ОПК-1, ПК-1
21. Правило Лопиталья для неопределённости $0/0$ .	ОПК-1, ПК-1
22. Правило Лопиталья для неопределённости $\infty/\infty$	ОПК-1, ПК-1
23. Необходимые и достаточные условия экстремума (в терминах производных высших порядков).	ОПК-1, ПК-1
24. Неопределенный интеграл и первообразная: определение, описание множества первообразных.	ОПК-1, ПК-1
25. Свойства первообразных (линейность, замена переменных, интегрирование по частям).	ОПК-1, ПК-1
26. Интегрирование рациональных функций.	ОПК-1, ПК-1
27. Интегрирование некоторых иррациональных функций.	ОПК-1, ПК-1
28. Интегралы с подстановками Эйлера.	ОПК-1, ПК-1
29. Биномиальный дифференциал и его интегрирование.	ОПК-1, ПК-1
30. Интегрирование тригонометрических функций.	ОПК-1, ПК-1
31. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.	ОПК-1, ПК-1
32. Определение интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости.	ОПК-1, ПК-1
33. Суммы Дарбу и их свойства.	ОПК-1, ПК-1
34. Критерий (эквивалентные условия) интегрируемости (теорема 1).	ОПК-1, ПК-1
35. Достаточное условия интегрируемости (для непрерывных функций и функций с конечным множеством точек разрыва)	ОПК-1, ПК-1
36. Достаточные условия интегрируемости для монотонных функций.	ОПК-1, ПК-1
37. Множества меры 0 и их свойства. Критерий Лебега интегрируемости.	ОПК-1, ПК-1
38. Теорема об интегрируемости суммы и произведения функций.	ОПК-1, ПК-1
39. Теорема об интегрируемости модуля от функции..	ОПК-1, ПК-1
40. Теорема о линейных свойствах определенного интеграла.	ОПК-1, ПК-1
41. Свойства неравенств для определенных интегралов.	ОПК-1, ПК-1
42. Аддитивное свойство определенного интеграла.	ОПК-1, ПК-1
43. Первая теорема о среднем и ее обобщение. Вторая теорема о среднем.	ОПК-1, ПК-1
44. Свойства интеграла с переменным верхним пределом.	ОПК-1, ПК-1
45. Формула Ньютона – Лейбница.	ОПК-1, ПК-1
46. Интегрирование по частям и замена переменных для определенного интеграла.	ОПК-1, ПК-1
47. Площадь в декартовых и полярных координатах.	ОПК-1, ПК-1
48. Объем тела вращения.	ОПК-1, ПК-1

49. Длина кривой.	ОПК-1, ПК-1
50. Площадь поверхности вращения.	ОПК-1, ПК-1
51. Метрические пространства: определение и примеры	ОПК-1, ПК-1
52. Типы множеств в метрическом пространстве (открытые, замкнутые) и типы точек (предельные, граничные, внутренние, внешние).	ОПК-1, ПК-1
53. Пределы последовательностей в метрических пространствах и их свойства.	ОПК-1, ПК-1
54. Компактные множества в метрических пространствах. Эквивалентные определения. Необходимое условие компактности.	ОПК-1, ПК-1
55. Функции на метрических пространствах, непрерывность, эквивалентные определения непрерывности.	ОПК-1, ПК-1
56. Образ компактного множества при непрерывном отображении.	ОПК-1, ПК-1
57. Равномерная непрерывность. Свойства непрерывной функции на компакте (обобщение теоремы Кантора).	ОПК-1, ПК-1
58. Связность, линейная связность. Образ связного множества при непрерывном отображении.	ОПК-1, ПК-1
59. $n$ -мерное евклидово пространство $R^n$ , его структура и свойства.	ОПК-1, ПК-1

### III семестр

1. Сходимость в $R^n$ .	ОПК-1, ПК-1
2. Критерий компактности в $R^n$	ОПК-1, ПК-1
3. Дифференцируемость функций нескольких переменных, определение и единственность оператора производной	ОПК-1, ПК-1
4. Частные производные. Необходимое условие дифференцируемости (в терминах частных производных). Матрица Якоби.	ОПК-1, ПК-1
5. Производная по направлению. Градиент.	ОПК-1, ПК-1
6. Свойства дифференцируемых функций. Действия с ними	ОПК-1, ПК-1
7. Нормированные пространства. Норма линейного оператора и её свойства.	ОПК-1, ПК-1
8. Производная композиции дифференцируемых функций.	ОПК-1, ПК-1
9. Инвариантность формы первого дифференциала.	ОПК-1, ПК-1
10. Достаточное условие дифференцируемости в терминах частных производных.	ОПК-1, ПК-1
11. Теорема о среднем в дифференциальном исчислении. Её следствия о постоянных функциях.	ОПК-1, ПК-1
12. Касательная плоскость к графику и её уравнение.	ОПК-1, ПК-1
13. Теорема о неявной функции (определяющей функцию одного переменного - теорема 1).	ОПК-1, ПК-1
14. Теорема о неявной функции (определяющей функцию нескольких переменных - теорема 2).	ОПК-1, ПК-1
15. Теорема о неявной функции (для системы функций - теорема 3).	ОПК-1, ПК-1
16. Теорема об обратной функции. Примеры.	ОПК-1, ПК-1
17. Производные высших порядков.	ОПК-1, ПК-1
18. Совпадение смешанных частных производных.	ОПК-1, ПК-1
19. Вычисление второго и высших дифференциалов (символическая формула)	ОПК-1, ПК-1

20. Неинвариантность формы второго дифференциала	ОПК-1, ПК-1
21. Формула Тейлора для функции нескольких переменных Экстремумы функции нескольких переменных, необходимое условие экстремума.	ОПК-1, ПК-1
22. Достаточное условие экстремума.	ОПК-1, ПК-1
23. Условный экстремум,	ОПК-1, ПК-1
24. Экстремумы функции нескольких переменных, необходимое условие экстремума.	ОПК-1, ПК-1
25. Достаточное условие экстремума.	ОПК-1, ПК-1
26. Условный экстремум. Примеры. Необходимое условие условного экстремума.	ОПК-1, ПК-1
27. Метод Лагранжа. Примеры.	ОПК-1, ПК-1
28. Числовые ряды. Критерий Коши для рядов. Необходимое условие сходимости.	ОПК-1, ПК-1
29. Примеры: геометрическая прогрессия, гармонический и обобщенный гармонический ряд.	ОПК-1, ПК-1
30. Линейные свойства суммы ряда.	ОПК-1, ПК-1
31. Критерий сходимости неотрицательного ряда.	ОПК-1, ПК-1
32. 1-й признак сравнения положительных рядов (через неравенства)	ОПК-1, ПК-1
33. 2-й признак сравнения положительных рядов ( в пред. форме).	ОПК-1, ПК-1
34. Признак Коши сходимости положительного ряда.	ОПК-1, ПК-1
35. Признак Даламбера сходимости положительного ряда.	ОПК-1, ПК-1
36. Интегральный признак сходимости.	ОПК-1, ПК-1
37. Признак Раабе сходимости положительного ряда. Признак Гаусса (без доказательства).	ОПК-1, ПК-1
38. Знакопеременные, знакопеременяющиеся ряды. Признак Лейбница.	ОПК-1, ПК-1
39. Лемма Абеля	ОПК-1, ПК-1
40. Признаки Абеля и Дирихле.	ОПК-1, ПК-1
41. Свойство ассоциативности сходящегося ряда.	ОПК-1, ПК-1
42. Свойство перестановочности членов абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана.	ОПК-1, ПК-1
43. Умножение рядов. Теорема Мертенса и теорема Коши для умножения рядов..	ОПК-1, ПК-1
44. Бесконечные произведения и их свойства.	ОПК-1, ПК-1
45. Двойные и повторные ряды.	ОПК-1, ПК-1
46. Равномерная сходимость, примеры. Функциональные последовательности и ряды. Критерий Коши равномерной сходимости.	ОПК-1, ПК-1
47. Признак Вейерштрассе равномерной сходимости функционального ряда. Примеры.	ОПК-1, ПК-1
48. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости функционального ряда.	ОПК-1, ПК-1
49. Предельный переход при равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов непрерывных функций.	ОПК-1, ПК-1
50. Признак Дини равномерной сходимости.	ОПК-1, ПК-1
51. Равномерная сходимость и интегрирование.	ОПК-1, ПК-1

52. Равномерная сходимость и дифференцирование.	ОПК-1, ПК-1
53. Степенные ряды. Теорема об области сходимости степенного ряда.	ОПК-1, ПК-1
54. Формула Коши-Адамара.	ОПК-1, ПК-1
55. Свойства суммы степенного ряда внутри интервала сходимости.	ОПК-1, ПК-1
56. Поведение на границе интервала степенного ряда (теорема 4 Абеля)	ОПК-1, ПК-1
57. Разложение функции в степенной ряд. Необходимое условие разложения	ОПК-1, ПК-1
58. Достаточное условие разложения в ряд Тейлора	ОПК-1, ПК-1
59. Разложение в ряд Тейлора-Маклорена функций $y=e^x$ , $\cos x$ , $\sin x$	ОПК-1, ПК-1
60. Разложение в ряд Тейлора-Маклорена функций $y=\ln(1+x)$ , $y=(1+x)^a$	ОПК-1, ПК-1
61. Аналитические функции и их свойства	ОПК-1, ПК-1

#### IV семестр

1. Функция $\exp(z)$ комплексного переменного и её свойства	ОПК-1, ПК-1
2. Функции $\sin z$ , $\cos z$ и их свойства	ОПК-1, ПК-1
3. Несобственные интегралы (определения, примеры)	ОПК-1, ПК-1
4. Основные свойства несобственных интегралов	ОПК-1, ПК-1
5. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Критерий сходимости несобственного интеграла положительной функции	ОПК-1, ПК-1
6. Теорема сравнения для несобственных интегралов. Примеры	ОПК-1, ПК-1
7. Свойства несобственных интегралов, выражаемые равенствами и неравенствами.	ОПК-1, ПК-1
8. Признаки Абеля и Дирихле для несобственных интегралов	ОПК-1, ПК-1
9. Равномерная сходимость семейства функций. Определение. Критерий Коши	ОПК-1, ПК-1
10. Свойства предела равномерно сходящегося семейства функций	ОПК-1, ПК-1
11. Переход к пределу под знаком интеграла для семейства функций	ОПК-1, ПК-1
12. Дифференцирование по параметру под знаком интеграла	ОПК-1, ПК-1
13. Перестановка пределов интегрирования для семейства функций	ОПК-1, ПК-1
14. Дифференцирование интеграла, зависящего от параметра, с переменными пределами интегрирования	ОПК-1, ПК-1
15. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Аналог теоремы Вейерштрасса	ОПК-1, ПК-1
16. Аналог признаков Абеля-Дирихле равномерной сходимости несобственных интегралов	ОПК-1, ПК-1
17. Переход к пределу для семейства несобственных интегралов	ОПК-1, ПК-1
18. Дифференцирование несобственных интегралов по параметру	ОПК-1, ПК-1
19. Перестановка пределов интегрирования для семейства несобственных интегралов с бесконечными пределами.	ОПК-1, ПК-1
20. Замечательные классические интегралы (интеграл Эйлера-Пуассона, интеграл $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$ )	ОПК-1, ПК-1
21. Бэта-функция и ее свойства (симметрия, формула понижения)	ОПК-1, ПК-1
22. Бэта-функция и ее свойства (формула эквивалентного представления, формула дополнения)	ОПК-1, ПК-1
23. Гамма-функция и ее свойства (дифференцируемость, формула понижения)	ОПК-1, ПК-1

24. Гамма-функция и ее свойства (график Г-функции, связь В- и Г-функций, формула дополнения)	ОПК-1, ПК-1
25. Двойной интеграл: геометрический смысл и определение	ОПК-1, ПК-1
26. Мера Жордана на плоскости: определение и основные свойства	ОПК-1, ПК-1
27. Примеры измеримых и неизмеримых по Жордану множеств	ОПК-1, ПК-1
28. Мера Жордана в n-мерном пространстве. Множества (лебеговой) меры 0: примеры и свойства.	ОПК-1, ПК-1
29. Определение кратного интеграла. Суммы Дарбу. Интеграл Дарбу	ОПК-1, ПК-1
30. Необходимое условие интегрируемости. Критерий интегрируемости в терминах сумм Дарбу. Критерий Лебега	ОПК-1, ПК-1
31. Свойства кратных интегралов	ОПК-1, ПК-1
32. Теорема Фубини. Повторное интегрирование для двойных и тройных интегралов	ОПК-1, ПК-1
33. Замена переменных в кратных интегралах. Полярные, сферические, цилиндрические координаты	ОПК-1, ПК-1
34. Криволинейные интегралы I рода и их свойства	ОПК-1, ПК-1
35. Криволинейные интегралы II рода. Эквивалентные условия потенциального поля	ОПК-1, ПК-1
36. Односвязные области. Условие потенциального поля для односвязной области	ОПК-1, ПК-1
37. Формула Грина	ОПК-1, ПК-1
38. Поверхностные интегралы I рода. Площадь поверхности	ОПК-1, ПК-1
39. Поверхностные интегралы II рода	ОПК-1, ПК-1
40. Формула Остроградского-Гаусса	ОПК-1, ПК-1
41. Формула Стокса	ОПК-1, ПК-1
42. Ряды Фурье. Коэффициенты тригонометрического ряда Фурье	ОПК-1, ПК-1
43. Ряды Фурье в евклидовом пространстве	ОПК-1, ПК-1
44. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля	ОПК-1, ПК-1

### 5.2.2. Экзаменационный билет на оценивание ОПК-1, ПК-1

Институт ИТММ Нижегородского государственного университета им Н.И.Лобачевского

Кафедра ДУМЧА Дисциплина Математический анализ

#### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7

1. Определение предела последовательности. Доказать, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^k}{a^n} = 0 \quad (a > 1)$$

2. Определение производной. Вывести формулу производной для функций

$$y = x^a, \quad a \in \mathbb{R}, \quad y = \sin x.$$

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

Экзаменатор \_\_\_\_\_

Пример на проверку *ОПК-1* умения проводить доказательства математических утверждений не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним;

Доказать, что если  $\forall n \in \mathbb{N}, x_n > 0$  и  $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{x_n} = 1$ , то  $\{x_n\}$  – сходящаяся.

Пример на проверку *ОПК-1* умения решать математические задачи, которые требуют некоторой оригинальности мышления

Существует ли  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin n$ , где  $n$  – натуральное число. Ответ обосновать.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. ИЛЬИН В. А., ПОЗНЯК Э. Г. Основы математического анализа: Учеб.: ФИЗМАТЛИТ, 2001 (50 экз.)
2. КУДРЯВЦЕВ Л.Д. Краткий курс математического анализа. Том 1. 2002. - 400 с. (40 экз.)
3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1966  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы <http://www.unn.ru/books/resources.html>  
<http://new.e-vmk.unn.ru/sites/>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: компьютерный класс, проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ с учетом рекомендаций и ООП ВО по специальности **01.05.01 Фундаментальные математика и механика**.

Автор к.ф.-м.н., доцент Малкин М.И.

Заведующий кафедрой, профессор А.В. Калинин

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30.11.2022 года, протокол № 3.