

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол от
«30» ноября 2022 г. № 13

**Рабочая программа дисциплины
Дифференциальная геометрия и топология**

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

01.03.03 Механика и математическое моделирование

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Математическое моделирование и компьютерный инжиниринг

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород
2023 год

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Дифференциальная геометрия и топология» относится к обязательной части

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.25, «Дифференциальная геометрия и топология» относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ОПК-1. Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук.	Знает основные понятия и формулы дифференциальной геометрии и топологии.	<i>Собеседование</i>
	ОПК-1.2. Умеет анализировать и решать стандартные профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук.	Умеет анализировать и решать стандартные профессиональные задачи с применением дифференциальной геометрии и топологии.	<i>Контрольная работа</i>
	ОПК-1.3. Владеет навыками применения фундаментальных разделов механики, базовых знаний естественнонаучного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач.	Владеет навыками применения дифференциальной геометрии и топологии при решении стандартных профессиональных задач.	<i>Контрольная работа</i>
ОПК-2. Способен применять методы математического и алгоритмического моделирования, современный	ОПК-2.1. Знает основные положения, терминологию и методологию в области математического и	Знает основные понятия дифференциальной геометрии и топологии, технологию доказательства утверждений.	<i>Собеседование</i>

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
математический аппарат в научно-исследовательской и опытно-конструкторской деятельности	алгоритмического моделирования.		
	ОПК-2.2. Умеет осуществлять анализ и выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области математических и компьютерных наук.	Умеет осуществлять анализ и выбор методов решения задач дифференциальной геометрии и топологии.	<i>Контрольная работа</i>
	ОПК-2.3. Владеет навыками применения базовых знаний в области математического и алгоритмического моделирования, а также современный математический аппарат при решении задач профессиональной деятельности	Владеет навыками применения базовых знаний и современного математического аппарата дифференциальной геометрии и топологии при решении теоретических и прикладных задач.	<i>Контрольная работа</i>

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
Общая трудоемкость	4 з.е.
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	66
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	32
- занятия лабораторного типа	
- текущий контроль (КСР)	2
самостоятельная работа	42
Промежуточная аттестация – экзамен	36

3.2. Содержание дисциплины

Очная форма обучения						
№	Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы			СР ¹ , часы
			из них			
			ЗЛет ²	ЗСеТ ³	ЗЛат ⁴	

Очная форма обучения							
№	Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				СР ¹ , часы
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				
			из них				
			З.ЛеТ ²	З.СеТ ³	З.ЛаТ ⁴	Всего	
1.	Теория гладких кривых	34	8	10		18	16
2.	Теория гладких поверхностей	54	18	16		34	20
3.	Введение в топологию	18	6	6		12	6
	Текущий контроль (КСР)	2				1	
	Промежуточная аттестация – экзамен	36					
	ИТОГО	144	32	32	0	64	42
¹ Самостоятельная работа обучающегося.							
² Занятия лекционного типа.							
³ Занятия семинарского типа.							
⁴ Занятия лабораторного типа.							

Краткое содержание разделов и тем дисциплины

1. Теория гладких кривых. Анализ вектор-функций одного переменного. Определение гладкой кривой. Длина дуги. Теорема о натуральной параметризации. Кривизна и кручение, формулы и базис Френе. Формулы для вычисления и геометрический смысл кривизны и кручения. Теорема существования и единственности гладкой кривой с заданными характеристиками.
2. Теория гладких поверхностей. Вектор-функции от двух переменных. Гладкие поверхности. Касательное пространство и касательная плоскость. Нормаль. Первая квадратичная форма поверхности. Вторая квадратичная форма. Теорема Менье. Формула Эйлера. Главные кривизны и главные направления, полная и средняя кривизны, вычислительные формулы. Классификация точек поверхности по знаку полной кривизны. Асимптотические линии и линии кривизны. Деривационные формулы Гаусса и Вейнгартена, символы Кристоффеля. Теорема Бонне. Геодезическая кривизна кривой. Геодезические линии на поверхности, их уравнения. Ковариантное дифференцирование.
3. Введение в топологию. Метрические и топологические пространства. Индуцированная топология. Базы, критерии базы. Классификация точек относительно подмножества. Непрерывные отображения.

Практические занятия (семинарские занятия) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

На проведение практических занятий (семинарских занятий) в форме практической подготовки отводится 32 часов.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП: применения дифференциальной геометрии и топологии при решении теоретических и прикладных задач.
- компетенций – ОПК-1; ОПК-2.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- подготовка к занятиям семинарского типа, решение задач по списку, представленному

преподавателем (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),

- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (экзамен).

Учебники, учебные пособия, сборники задач, учебно-методические разработки:

1. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. – М.: Изд-во МГУ. – 1980. - 439 с. (101 экз.)
2. Постников М.М. - Лекции по геометрии. Семестр 4. Дифференциальная геометрия.- М.: Наука, 1988. - 496 с. (258 экз.)
3. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения. - М.: Наука. – 1979, 1986. - 759 с. (86 экз.)
4. Д.А. Гудков. Начала топологии. Метод. разработка. Ч.1-8. Горький: Изд-во ГГУ.- 1981-1984. (20 экз. каждая часть)
5. Мищенко А.С., Соловьев Ю.П., Фоменко А.Т. - Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии. - М.: Изд-во МГУ, 1981. - 183 с. (63 экз.)
6. Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ: сб. задач. Кованцов Н. И., Зражевская Г. М., Кочаровский В. Г., Михайловский В. И. - Киев: Вища школа, 1982. - 375 с. (35 экз.)

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств включает: контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме *задач (практических заданий), контрольных работ* и контрольные материалы для проведения промежуточной аттестации в форме вопросов и заданий к экзамену.

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Шкала оценивания сформированности компетенций		Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
		<u>Знания</u>	<u>Умения</u>	<u>Навыки</u>
плохо	не зачтено	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа
неудовлетворительно		Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
удовлетворительно	зачтено	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами
хорошо		Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.

Шкала оценивания сформированности компетенций		Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
		Знания	Умения	Навыки
			недочетами.	
	очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
	отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
	превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
незачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Контрольные вопросы

№	Вопрос	Код формируемой компетенции
---	--------	-----------------------------

№	Вопрос	Код формируемой компетенции
1.	Определение гладкой кривой. Касательная прямая и нормальная плоскость	ОПК-1
2.	Длина дуги гладкой кривой, натуральная параметризация	ОПК-2
3.	Кривизна и кручение гладкой кривой.	ОПК-1
4.	Формулы Френе.	ОПК-2
5.	Формулы для вычисления кривизны и кручения.	ОПК-2
6.	Определение гладкой поверхности. Касательные векторы и касательная плоскость.	ОПК-1
7.	Формулы для вычисления длин, углов и площадей на поверхности.	ОПК-2
8.	Первая квадратичная форма гладкой поверхности.	ОПК-2
9.	Вторая квадратичная форма поверхности.	ОПК-2
10.	Нормальные сечения и нормальные кривизны поверхности. Теорема Менье.	ОПК-2
11.	Доказательство формулы Эйлера	ОПК-2
12.	Главные кривизны и главные направления поверхности.	ОПК-1
13.	Полная (гауссова) и средняя кривизны поверхности, формула для вычисления гауссовой кривизны.	ОПК-1
14.	Классификация точек поверхности по знаку гауссовой кривизны, локальное расположение поверхности относительно касательной плоскости.	ОПК-1
15.	Деривационные формулы Гаусса и Вейнгартена.	ОПК-2
16.	Теорема Гаусса.	ОПК-2
17.	Формулы для вычисления символов Кристоффеля.	ОПК-2
18.	Геодезические линии поверхности и их уравнения.	ОПК-2
19.	Ковариантная производная векторного поля вдоль кривой на поверхности	ОПК-2
20.	Параллельный перенос касательного вектора к поверхности вдоль кривой.	ОПК-2
21.	Топологическое пространство. Индуцированная топология.	ОПК-1
22.	Доказать критерий базы в топологическом пространстве и критерий базы на множестве.	ОПК-2
23.	Метрическая топология	ОПК-1

№	Вопрос	Код формируемой компетенции
24.	Внутренность, граница, замыкание подмножества	ОПК-1

5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Каков знак гауссовой кривизны поверхности, заданной уравнением $x^2 + y^2 + z^2 = 1$?
2. Вычислить площадь тора, заданного вектор-функцией $\vec{r}(u, v) = \{(4 + \cos u)\cos v, (4 + \cos u)\sin v, \sin u\}$.
3. Найти первую и вторую квадратичные формы поверхности $(3u + 3v, 3u^2 + 3v^2, 2u^3 + 2v^3)$
4. Найти нормальную кривизну параллели на конусе $x^2 + y^2 - z^2 = 0$.

5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-2

1. Под каким углом пересекаются кривые $x^2 + y^2 = 8$ и $y^2 = 2x$.
2. Найти натуральное уравнение кривой $(a(t + \sin t), a(1 + \cos t))$.
3. Найти символы Кристоффеля для конуса $(u \cos v, u \sin v, u)$.
4. Найти асимптотические линии на поверхности $(3u + 3v, 3u^2 + 3v^2, 2u^3 + 2v^3)$.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. – М.: Изд-во МГУ. – 1980. – 439 с. (101 экз.)
2. Мищенко А.С., Соловьев Ю.П., Фоменко А.Т. - Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии. - М.: Изд-во МГУ, 1981. - 183 с. (63 экз.)
3. Постников М.М. - Лекции по геометрии. Семестр 4. Дифференциальная геометрия. - М.: Наука, 1988. - 496 с. (258 экз.)
4. Александрян Р. А., Мирзаханян Э. А. - Общая топология. - М.: Высшая школа, 1979. - 336 с. (56 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения. - М.: Наука. – 1979, 1986. - 759 с. (86 экз.)
2. Д.А. Гудков. Начала топологии. Метод. разработка. Ч.1-8. Горький: Изд-во ГГУ.- 1981-1984. (20 экз.)
3. Введение в топологию. Борисович Ю. Г., Близняков Н. М., Израилевич Я. А., Фоменко Т. Н. - М.: Высшая школа, 1980. - 295 с. (68 экз.)
4. Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ: сб. задач. Кованцов Н. И., Зражевская Г. М., Кочаровский В. Г., Михайловский В. И. - Киев: Вища школа, 1982. - 375 с. (35 экз.)

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/difgeometry.htm>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий лекционного и семинарского типа, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.03 Механика и математическое моделирование

Автор(ы) к.ф.-м.н., доцент Баландин А.В.

Рецензент(ы)

Заведующий кафедрой
алгебры, геометрии и
дискретной математики д.ф.-м.н., профессор Кузнецов М.И.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.