

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им.
Н.И. Лобачевского»

Физический факультет

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
Решением ученого совета ННГУ
протокол от
«16» июня 2022 г. №8

Рабочая программа дисциплины
Теория вероятностей и математическая статистика

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

03.03.02 - Физика

Направленность образовательной программы

Медицинская физика

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород – 2023

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к базовой части профессионального цикла основной образовательной программы по направлению подготовки 03.03.02 – Физика, профиль: «Физика спроектированных материалов: металлы, сплавы и керамики». Для усвоения данного курса необходимо изучить некоторые модули (дисциплины) в рамках образовательных программ бакалавра по направлениям Физика: аналитическая геометрия, векторная алгебра, математический анализ, численные методы, основы программирования.

Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» являются

- 1) знание основных законов теории вероятности,
- 2) умение решать типовые задачи теории вероятности,
- 3) знание базовых понятий математической статистики
- 4) умение решать типовые задачи обработки и анализа результатов экспериментов.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе применения естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	ОПК-1.1: Знает фундаментальные законы физики и математики, методы математического анализа и моделирования ОПК-1.2: Умеет решать задачи профессиональной деятельности на основе применения естественнонаучных и общеинженерных знаний ОПК-1.3: Иметь навыки применения физических законов и математических методов для решения задач профессиональной деятельности теоретического и прикладного характера	ОПК-1.1: Знание фундаментальных законов и практически ориентированных результатов теории вероятностей и математической статистики ОПК-1.2: Умение решать задачи профессиональной деятельности на основе применения знаний в области теории вероятностей и математической статистики ОПК-1.3: Владение навыками применения методов теории вероятностей и математической статистики для решения задач профессиональной деятельности теоретического и прикладного характера	Коллоквиум Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы Задания

--	--	--	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	2
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	2
самостоятельная работа	23
Промежуточная аттестация	зачет

Содержание дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	В том числе					Самостоятельная работ обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы					
		из них					
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского	Занятия лабораторного типа	Консультации	Всего	
4 семестр очная							
Определение вероятности	5	2	1			3	2
Случайные события	5	2	1			3	2
Случайные величины	5	2	1			3	2
Закон больших чисел и предельные теоремы	5	2	1			3	2
Линейная корреляция	8	4	2			6	2
Генеральная совокупность и выборка	8	4	2			6	2
Точечные и интервальные оценки	9	4	2			6	3
Проверки статистических гипотез	9	4	2			6	3
Факторный и дисперсионный анализ	9	4	2			6	3
Регрессионный анализ	9	4	2			6	2
В т.ч. промежуточный контроль – 1 час							
Промежуточная аттестация - зачет							
Итого	72	32	16			49	23

Содержание разделов дисциплины.

1. Определение вероятности. Понятие случайного события. Статистическая устойчивость частот событий. Аксиоматическое определение вероятности.

2. Случайные события. Пространство элементарных событий. Свойства случайных событий. Алгебра случайных событий. Классический способ вычисления вероятностей. Теоремы сложения и умножения. Формула полной вероятности и формула Байеса. Схема Бернулли.

3. Случайные величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Плотность вероятности и её свойства. Функция распределения случайной величины. Многомерные случайные величины. Функции случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия. Среднеквадратичное отклонение. Квантили.

4. Закон больших чисел и предельные теоремы. Неравенство Чебышева. Теоремы Чебышева и Маркова. Теорема Пуассона. Теорема Муавра-Лапласа. Центральная предельная теорема и её частные случаи. Формула полной вероятности и формула Байеса. Схема Бернулли.

5. Линейная корреляция. Независимые и стохастически зависимые случайные величины. Понятие о корреляции. Коэффициент линейной корреляции и его свойства.

6. Генеральная совокупность и выборка. Основные понятия математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Генеральные и выборочные параметры.

7. Точечные и интервальные оценки. Среднее статистическое и оценки генеральной дисперсии. Общие свойства точечных оценок. Интервальные оценки. Принцип практической достоверности. Распределения Стьюдента и «хи-квадрат».

8. Проверки статистических гипотез. Понятие статистической гипотезы. Общая схема проверки статистической гипотезы. Гипотезы о распределении вероятностей. Ошибки 1-го и 2-го рода.

Мощность критерия. Критерий Пирсона. Теорема Фишера. Гипотезы о параметрах распределений. Критерий Стьюдента. Распределение Фишера-Снедекора. Критерий Уилкоксона. 9. Факторный и дисперсионный анализ. Понятие о факторном анализе. Уровни фактора. Однофакторный ранговый анализ. Критерий Краскела-Уоллиса. Статистика Манна-Уитни. Критерий Джонкхиера. Дисперсионный однофакторный анализ.

10. Регрессионный анализ. Метод наименьших квадратов. Оценка коэффициента линейной корреляции. Непараметрическая линейная регрессия. Статистика и коэффициент корреляции Кенделла.

План практических занятий.

1. Расчеты частот случайных событий.
2. Операции над случайными событиями. Классический метод вычисления вероятностей.
3. Расчеты вероятностей случайных событий на основе данных распределений случайных величин. Вычисление математических ожиданий, дисперсий, среднеквадратичных отклонений и квантилей.
4. Использование теорем Пуассона и Муавра-Лапласа для вычисления вероятностей в рамках схемы Бернулли. Применение формул полной вероятности и Байеса.
5. Расчеты коэффициентов линейной корреляции.
6. Вычисления оценок генеральных параметров по заданной выборке.
7. Расчеты доверительных интервалов для генерального среднего и генеральной дисперсии.
8. Проверка статистической гипотезы о распределении генеральной совокупности. Проверка статистических гипотез о совпадении генеральных средних и генеральных дисперсий.
9. Применение однофакторного дисперсионного анализа с помощью критерия Фишера-Снедекора. Применение однофакторного рангового анализа с помощью критерия Краскела-Уоллиса.
10. Расчеты эмпирического коэффициента линейной корреляции. Линейная регрессия методом наименьших квадратов. Расчеты коэффициента корреляции Кенделла.

4. Образовательные технологии.

Занятия по дисциплине проходят в лекционной форме и в форме практических занятий, на которых закрепляются полученные знания. Самостоятельная работа включает в себя выполнение домашних заданий и теоретическую подготовку к занятиям по материалам лекций и рекомендованной литературе, приведенной в конце данной программы.

Лекционный материал снабжен презентациями в формате Power Point. Презентации содержат графики сложных распределений вероятностей, таблицы данных, громоздкие уравнения и формулы, а также необходимые комментарии. Демонстрация презентаций проводится на плазменной панели большого формата.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Самостоятельная работа студентов предусматривает выполнение домашних заданий, решение задач, изучение рекомендованной литературы и подготовку к экзамену.

Оценочные средства для контроля текущей успеваемости включают в себя устный опрос на занятиях и в процессе лекций, активность в обсуждении качественных вопросов.

Для контроля промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» используются задачи и нижеприведенные вопросы.

Вопросы для контроля

1. Что такое случайное событие?
2. Дать определение вероятности.
3. Сформулировать теоремы сложения и умножения вероятностей.
4. Записать формулы классического способа вычисления вероятности.
5. Что такое случайная величина?
6. Дать определение дискретной случайной величины.
7. Перечислить свойства плотности вероятности.

8. Записать формулы математического ожидания для дискретной и непрерывной случайных величин.
9. Записать формулы дисперсии для дискретной и непрерывной случайных величин.
10. теоремы о свойствах математического ожидания и дисперсии.
11. Записать формулу коэффициента линейной корреляции.
12. Сформулировать теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа.
13. Что такое центральная предельная ?
14. Записать закон больших чисел в форме Чебышева.
15. Что такое генеральная совокупность и выборка?
16. Перечислить основные свойства точечных оценок.
17. Записать формулы среднего статистического и несмещенной оценки дисперсии.
18. Что такое статистическая гипотеза?
19. Сформулировать критерий Пирсона.
20. Сформулировать критерий Уилкоксона.
21. Что такое факторный анализ?
22. Что такое дисперсионный анализ?
23. Объяснить принцип Ч регрессионного анализа на основе метода наименьших квадратов.
24. Записать формулу эмпирического коэффициента линейной корреляции.
25. Объяснить принцип непараметрической линейной регрессии.

Задачи для контроля.

1. Задачи по теории вероятности в соответствии с вышеприведенным «Планом практических занятий» предлагаются из книги 4) в списке основной литературы и из книги 10) в списке дополнительной литературы.
2. Задачи по математической статистике (также в соответствии с вышеприведенным «Планом практических занятий») базируются на модельных и эмпирических выборках, предлагаемых в качестве исходных данных.
3. В качестве самостоятельной работы обучающихся практикуется разработка расчетных и моделирующих программ (по темам практических занятий), выполняемых с помощью пакета “Mathematica”.

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине.

6.1 Критерии и шкала для интегрированной оценки уровня сформированности компетенций на зачете

Индикаторы компетенции	ОЦЕНКИ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ	
	не зачтено	зачтено
Полнота знаний	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний и выше. Может быть допущено много негрубых ошибки.
Наличие умений	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи, возможно, с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, возможно, не в полном объеме.
Наличие навыков (владение опытом)	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется набор навыков для решения стандартных задач, возможно, с некоторыми недочетами
Характеристика сформированности компетенции	Компетенция в полной мере не сформирована. Имеющихся знаний, умений, навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач. Требуется повторное обучение	Сформированность компетенции не ниже минимальных требований. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, возможно, требуется дополнительная практика по большинству практических задач.
Уровень сформированности компетенций	Не сформированы	Выше низкого

6.2 Примерные вопросы для оценки сформированности компетенции

Практические задания

Задача 1.

Из карточной перетасованной колоды (36 карт) вынимаются 4 карты. Вычислить вероятность того, что среди них будут 3 короля?

Задача 2.

Игральный кубик подбрасывается 2 раза. Вычислить вероятность того, что произведение выпавших очков равно 12.

Задача 3.

Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,1. Стрельба производится до первого попадания. Найти вероятность того, что придется стрелять пятый раз.

Задача 4.

8 студентов собрались на воскресную загородную прогулку. Каждый прибегает на вокзал в последнюю минуту и выбирает вагон случайным образом. Полагая, что число вагонов 10 вычислить вероятность того, что

- а) все студенты окажутся в различных вагонах
- б) все студенты окажутся в одном вагоне.

Задача 5.

Найти вероятность, что у 30 случайно отобранных людей совпадут дни рождения.

Задача 6.

Спортсмен может улучшить свой результат за одну попытку с вероятностью 0,4. С какой вероятностью он улучшит свой результат за три попытки ?

Задача 7.

Вероятность попадания одним выстрелом в десятку равна 0,7, а в девятку: 0,3. Найти вероятность того, что данный стрелок при трех выстрелах наберет не менее 29 очков.

Задача 8.

Найти математическое ожидание и дисперсию числа выпавших очков при двух подбрасываниях игрального кубика.

Задача 9.

Изготавливается серия из 10-и деталей. Вероятность брака при изготовлении одной детали равна 0,12. Найти математическое ожидание количества бракованных деталей.

Задача 10.

Случайная величина равномерно распределена в интервале $[-1, 4]$. Вычислить плотность вероятности этой случайной величины, ее математическое ожидание и дисперсию.

Вопросы для опроса

1. Расчеты частот случайных событий.
2. Операции над случайными событиями. Классический метод вычисления вероятностей.
3. Расчеты вероятностей случайных событий на основе данных распределений случайных величин. Вычисление математических ожиданий, дисперсий, среднеквадратичных отклонений и квантилей.
4. Использование теорем Пуассона и Муавра-Лапласа для вычисления вероятностей в рамках схемы Бернулли. Применение формул полной вероятности и Байеса.
5. Расчеты коэффициентов линейной корреляции.
6. Вычисления оценок генеральных параметров по заданной выборке.
7. Расчеты доверительных интервалов для генерального среднего и генеральной дисперсии.
8. Проверка статистической гипотезы о распределении генеральной совокупности. Проверка статистических гипотез о совпадении генеральных средних и генеральных дисперсий.
9. Применение однофакторного дисперсионного анализа с помощью критерия Фишера-Снедекора. Применение однофакторного рангового анализа с помощью критерия Краскела-Уоллиса.
10. Расчеты эмпирического коэффициента линейной корреляции. Линейная регрессия методом наименьших квадратов.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»

а) основная литература:

- 1) Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. М.: Наука. 1982.
- 2) Пустыльник Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. М.: Наука. 1983.

- 3) Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Анализ данных на компьютере. М.: Финансы и статистика. 1995.
- 4) Севастьянов Б.А., Чистяков В.П., Зубков А.М. Сборник задач по теории вероятностей. М.: Наука. 1973.

б) дополнительная литература:

- 1) Худсон Д. Статистика для физиков. М.: Мир. 1970.
- 2) Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Наука. 1979.
- 3) Ширяев А.Н. Вероятность. М.: Наука. 1980.
- 4) Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир. 1975.
- 5) Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Наука. 1969.
- 6) Кендал М., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. М.: Наука. 1973.
- 7) Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Математическая статистика. М.: Высшая школа. 1984.
- 8) Мостеллер Ф. и др. Вероятность. М.: Мир. 1969.
- 9) Ликеш И., Ляга Й. Основные таблицы математической статистики. М.: Финансы и статистика. 1985.
- 10) Венцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей. М.: Наука. 1973.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы.

Авторские учебные презентации в формате Power Point.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»

Материально-техническое обеспечение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» обусловлено наличием необходимого количества учебников в библиотеке, некоторые из них представлены на сайте физического факультета в электронном виде. Кроме того, при необходимости выполнения некоторых математических расчетов студенты могут воспользоваться техническими возможностями терминал-класса с установленным лицензионным программным обеспечением.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению 03.03.02 – Физика

Автор: доцент каф. КЭФ, к.ф.-м.н. Фаддеев М.А.

Рецензент

Зам. декана по учебной работе О.В. Белова

Программа одобрена на заседании Учебно-методической комиссии физического факультета ННГУ от «___» _____ 2022 года, протокол № б/н

Председатель

Учебно-методической комиссии

физического факультета ННГУ _____ / Перов А.А. /