

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Радиофизический факультет
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением президиума Ученого совета ННГУ
протокол от
«14» декабря 2021 г. № 4

Рабочая программа дисциплины

Векторный и тензорный анализ

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

Специалитет

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

11.05.02 «Специальные радиотехнические системы»

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

«Прием, анализ и обработка сигналов системами специального назначения»

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)

Специалист

(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2022

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Векторный и тензорный анализ» относится к базовой части Блока Б1 «Дисциплины (модули)» ОПОП по направлению 11.05.02 «Специальные радиотехнические системы». Дисциплина обязательна для освоения в 3 семестре.

Студенты к моменту освоения дисциплины «Векторный и тензорный анализ», согласно ФГОС ВО, ознакомлены с основными теоретическими понятиями и прикладными знаниями, полученными в рамках изучения дисциплин «Математический анализ», «Алгебра и геометрия».

К моменту изучения дисциплины у студентов присутствуют устойчивые представления, касающиеся понятийного аппарата в области теории множеств и математической логики, студенты владеют основами теории алгоритмов.

Целями освоения дисциплины являются:

- знать основные теоремы и алгоритмы решения задач векторного анализа, интегральные формулы Грина, Гаусса-Остроградского, Стокса; свойства и физический смысл операций градиента, дивергенции, ротора; основные свойства потенциальных и соленоидальных полей; основные свойства аффинных ортогональных тензоров второго ранга;
- уметь вычислять криволинейные и поверхностные интегралы; применять интегральные теоремы векторного анализа;
- освоить технику расчета градиента скалярных полей, дивергенции и ротора векторных полей с помощью оператора Гамильтона – вектора «набла»;
- иметь представление о роли векторного и тензорного анализа в теоретических и прикладных расчетах.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции (код компетенции, этап формирования)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-2 Способность использовать в профессиональной деятельности основные законы естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретических и экспериментальных исследований, приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии (Этап освоения – начальный)	З1 (ОПК-2): Знать и понимать современный математический аппарат, методы его совершенствования. У1 (ОПК-2): Уметь применять соответствующий математический аппарат для решения профессиональных задач. В1 (ОПК-2): Владеть опытом применения соответствующего математического аппарата для решения профессиональных задач.
ПК-14 – Способность проводить построение математических моделей объектов и процессов, выбирать методы их исследования и разрабатывать алгоритмы их реализации	З1 (ПК-14) - Знать новые методики инженерно-проектной деятельности У1 (ПК-14) – Уметь моделировать процессы и объекты в целях оптимизации их параметров В1 (ПК-14) – Владеть навыками использования современного оборудования и новейшего

(Этап освоения – начальный)	отечественного и зарубежного опыта
-----------------------------	------------------------------------

Окончательное завершение формирования компетенций, предусмотренных в рамках данной дисциплины, происходит после сдачи экзамена по этой дисциплине.

3. Структура и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 4 зачетные единицы, всего 144 часа, из которых 66 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем, 42 часа мероприятия промежуточной аттестации), 36 часа составляет самостоятельная работа обучающегося

Содержание дисциплины (модуля)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)			В том числе														
				Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них												Самостоятельная работа обучающегося часы		
				Занятия лекционного типа			Занятия семинарского типа			Занятия лабораторного типа			Всего					
Форма промежуточно й аттестации по дисциплине	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное
Тема 1. Векторные функции	8			2			0									6		
Тема 2. Криволинейные интегралы	22			6			6									10		
Тема 3. Поверхностные интегралы	26			6			8									12		
Тема 4. Теория поля	39			8			12									19		
Тема 5. Градиент, дивергенция, ротор и лапласиан в ортонормирован ных криволинейных координатах	16			4			2									10		
Тема 6. Тензоры	8			2			2									4		
Тема 7. Элементы дифференциальн ой геометрии	12			4			0									8		
В т.ч.текущий контроль	2						2									0		
Промежуточная аттестация - Экзамен																		

Текущий контроль успеваемости проходит в рамках занятий семинарского и практического типа. Итоговый контроль осуществляется на экзамене.

4. Образовательные технологии

В соответствии с рабочей программой и тематическим планом изучение дисциплины проходит в виде аудиторной и самостоятельной работы студентов. Учебный процесс в аудитории осуществляется в форме практических занятий.

Образовательные технологии, способствующие формированию компетенций используемые на занятиях лекционного типа:

- лекции с проблемным изложением учебного материала;
- лекции с детальным объяснением нового материала и его связи с уже пройденным материалом;

используемые на занятиях практического типа:

- регламентированная самостоятельная деятельность студентов;
- частично-поисковая деятельность при решении задач повышенной сложности,
- текущий контроль знаний студентов с помощью контрольной работы.

На лекциях раскрываются следующие основные темы изучаемого курса, которые входят в рабочую программу: непрерывность векторных функций, годограф непрерывной векторной функции, дифференцируемость скалярных и векторных функций одной и многих переменных, частные производные, многомерная формула Тейлора, остаточный член формулы Тейлора, пространственные кривые, длина гладкой кривой, криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода, их вычисление с помощью определенных интегралов, ориентации областей и их границ на плоскости, формула Грина для плоской замкнутой ограниченной области, независимость от пути интегрирования для односвязной области, способы задания поверхностей в пространстве, нормаль и касательная плоскость гладкой поверхности, ориентируемые и неориентируемые поверхности, двусторонние и односторонние поверхности, площадь гладкой поверхности, поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода, сведение поверхностных интегралов к двойным интегралам, физические приложения поверхностных интегралов. простые цилиндрические области, формула Гаусса-Остроградского и её физический смысл, формула Стокса её физический смысл, скалярные поля и поверхности уровня скалярного поля, векторные поля и их векторные линии, дифференциальные уравнения векторных линий, функции множеств и их производные, инвариантное определение градиента, его вычисление в ортогональных координатах и его свойства, производная по направлению, сфера производных по направлению, оператор Гамильтона, поток векторного поля через ориентированную поверхность, инвариантное определение дивергенции, ее вычисление в ортогональных координатах и ее свойства, инвариантная форма формулы Гаусса-Остроградского, вращение векторного поля вдоль ориентированной поверхности, инвариантное определение ротора, его вычисление в ортогональных координатах и его свойства, дифференциальные операторы первого и второго порядка, оператор Лапласа, потенциальные поля, критерий потенциальности, циркуляция векторного поля вдоль кривой, инвариантная форма формулы Стокса, соленоидальные поля, критерий соленоидальности, инвариантность потока ротора соленоидального поля через поверхности, натянутые на фиксированный контур, векторная трубка и её физический смысл, инвариантность потока соленоидального поля через сечения векторной трубки, лапласовы поля, основная теорема векторного анализа, основной и взаимный базисы, определение криволинейных координат, локальный базис криволинейной системы координат, координатные линии и координатные поверхности, ортогональные

криволинейные координаты, коэффициенты Ламэ, вычисление градиента, дивергенции, ротора и лапласиана в ортонормированных криволинейных координатах, сферические и цилиндрические координаты, преобразование векторов, линейных и билинейных форм при переходе к новому базису, определение тензора типа $\langle p, q \rangle$ и ранга $p+q$, линейное пространство тензоров одного типа, тензорное произведение, свертка тензора, перестановка индексов, симметричные и антисимметричные тензоры по двум и по совокупности индексов, тензоры в евклидовом пространстве, ко- и контравариантные метрические тензоры, ко- и контравариантные координаты вектора, подъём и опускание индексов, равносильные тензорные уравнения, тензорные поля, дивергенция тензорного поля, пространственные кривые, натуральный параметр, три формулы Френе-Серре, кривизна и кручение и их вычисление, трехгранник Френе-Серре и локальные уравнения проекций кривой на нормальную, спрямляющую и соприкасающуюся плоскости, первая квадратичная форма поверхности, вычисление длины кривой и площади на поверхности и вычисление угла между двумя кривыми на поверхности, вторая квадратичная форма поверхности, кривизна кривой на поверхности, теорема Менье, главные кривизны поверхности в точке, гауссова и средняя кривизна поверхности.

На практических занятиях более подробно изучается программный материал в плоскости отработки практических умений и навыков и усвоения следующих тем:

1. Криволинейные интегралы 1-го типа.
2. Криволинейные интегралы 2-го типа.
3. Формула Грина.
4. Поверхностные интегралы 1-го рода.
5. Приложения поверхностного интеграла 1-го рода.
6. Поверхностные интегралы 2-го рода.
7. Вычисление объемов тел с помощью поверхностного интеграла 2-го рода.
8. Контрольная работа по теме «Криволинейные и поверхностные интегралы».
9. Основные понятия теории поля.
10. Действия с вектором «набла».
11. Применение «набла» для сложных операций второго порядка.
12. Формула Гаусса-Остроградского.
13. Формула Стокса.
14. Задачи теории поля.
15. Контрольная работа по теме «Задачи теории поля».
16. Действия с тензорами.

Формой **итогового контроля** знаний студентов по дисциплине является **экзамен**, в ходе которого оценивается уровень теоретических знаний и навыки решения практических задач.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов направлена на выполнение домашних заданий по темам практических занятий, подготовку к контрольным работам по темам «Криволинейные и поверхностные интегралы» и «Задачи теории поля», а также подготовку к экзамену по указанной дисциплине. При подготовке к практическому занятию необходимо помнить, что данная дисциплина тесно связана с ранее изучаемыми дисциплинами «Математический анализ», «Алгебра и геометрия».

Цель самостоятельной работы - подготовка современного компетентного специалиста и формирование способностей и навыков к непрерывному самообразованию и профессиональному совершенствованию.

На семинарских занятиях студент должен уметь последовательно излагать свои мысли и аргументировано их отстаивать.

Для достижения этой цели необходимо:

- 1) ознакомиться с соответствующей темой программы изучаемой дисциплины;
- 2) осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;
- 3) изучить рекомендованную учебно-методическим комплексом литературу по данной теме;
- 4) тщательно изучить лекционный материал.

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине,
включающий:

6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

ОПК-2: Способность использовать в профессиональной деятельности основные законы естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретических и экспериментальных исследований, приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
<u>Знания</u> Знать и понимать современный математический аппарат, методы его совершенствования.	Полное отсутствие знаний и понимания аппарата дискретной математики	Знание основного аппарата дискретной математики и с рядом грубых ошибок, отсутствие понимания этого аппарата	Знание и понимание основного аппарата дискретной математики с рядом негрубых ошибок	Знание и понимание основного аппарата дискретной математики с рядом заметных погрешностей	Знание и понимание основного аппарата дискретной математики и с незначительными погрешностями	Знание и понимание основного аппарата дискретной математики и без ошибок и погрешностей	Знание и понимание основного и дополнительного аппарата дискретной математики без ошибок и погрешностей
<u>Умения</u> Уметь применять соответствующий математический аппарат для решения профессиональных задач	Полное отсутствие умения применять аппарат дискретной математики.	Отсутствие умения применять аппарат дискретной математики.	Умение применять отдельные элементы аппарата дискретной математики, но с существенными	Умение применять отдельные элементы аппарата дискретной математики при наличии незначительных	Умение применять аппарат дискретной математики для решения поставленных задач	Умение безошибочно применять аппарат дискретной математики для решения	Умение выбирать оптимальный аппарат дискретной математики и применять

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
задач.			ошибками.	ных ошибок.	при наличии незначительных ошибок.	профессиональных задач.	ь его для решения профессиональных задач.
<u>Навыки</u> <i>Владеть</i> опытом применения соответствующего математического аппарата для решения профессиональных задач.	Полное отсутствие навыков применения аппарата дискретной математики.	Отсутствие навыков применения аппарата дискретной математики.	Наличие минимальных навыков применения аппарата дискретной математики.	Посредственное владение навыками применения аппарата дискретной математики.	Достаточное владение навыками применения аппарата дискретной математики.	Хорошее владение навыками применения аппарата дискретной математики.	Всестороннее владение навыками применения аппарата дискретной математики.
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

ПК-14: Способность проводить построение математических моделей объектов и процессов, выбирать методы их исследования и разрабатывать алгоритмы их реализации

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
<u>Знания</u> <i>Знать</i> новые методики построения математических моделей объектов и процессов.	Полное отсутствие знаний и понимания аппарата дискретной математики	Знание основного аппарата дискретной математики и с рядом грубых ошибок, отсутствие понимания этого аппарата	Знание и понимание основного аппарата дискретной математики с рядом негрубых ошибок	Знание и понимание основного аппарата дискретной математики с рядом заметных погрешностей	Знание и понимание основного аппарата дискретной математики и с незначительными погрешностями	Знание и понимание основного аппарата дискретной математики и без ошибок и погрешностей	Знание и понимание основного и дополнительного аппарата дискретной математики без ошибок и погрешностей
<u>Умения</u> Уметь моделировать	Полное отсутствие умения	Отсутствие умения применять	Умение применять отдельные	Умение применять отдельные	Умение применять аппарат	Умение безошибочно	Умение выбирать оптималь

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
процессы и объекты в целях оптимизации и их параметров	применять аппарат дискретной математики.	аппарат дискретной математики.	элементы аппарата дискретной математики, но с существенными ошибками.	элементы аппарата дискретной математики при наличии незначительных ошибок.	дискретной математик и для решения поставленных задач при наличии незначительных ошибок.	применять аппарат дискретной математики и для решения профессиональных задач.	ный аппарат дискретной математики и применять его для решения профессиональных задач.
<u>Навыки</u> Владеть навыками использования современного оборудования и новейшего отечественного и зарубежного опыта.	Полное отсутствие навыков применения аппарата дискретной математики.	Отсутствие навыков применения аппарата дискретной математики.	Наличие минимальных навыков применения аппарата дискретной математики.	Посредственное владение навыками применения аппарата дискретной математики.	Достаточное владение навыками применения аппарата дискретной математики.	Хорошее владение навыками применения аппарата дискретной математики.	Всестороннее владение навыками применения аппарата дискретной математики.
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

6.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Итоговый контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде экзамена, на котором определяется:

- уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;
- уровень понимания студентами изученного материала;
- способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач.

Экзамен проводится в устной форме и заключается в ответе студента, после предварительной подготовки, на теоретические вопросы по курсу и представлении решения практических задач с последующим их обоснованием.

Превосходно	Превосходная подготовка с очень незначительными погрешностями
Отлично	Подготовка с некоторыми ошибками, уровень которой существенно выше среднего
Очень хорошо	В целом хорошая подготовка с рядом заметных ошибок, принципиально не искажающих суть излагаемой на экзамене задачи (проблемы)

Хорошо	Хорошая подготовка с заметными ошибками, частично искажающими суть излагаемой на экзамене задачи (проблемы)
Удовлетворительно	Подготовка, удовлетворяющая минимальным требованиям
Не удовлетворительно	Необходима дополнительная подготовка для успешного прохождения испытания.
Плохо	Подготовка, совершенно недостаточная для понимания сути задачи (проблемы)

6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих сформированность компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- устные и письменные опросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- практические контрольные задания, включающих одну или несколько задач (вопросов).

Для проведения итогового контроля сформированности компетенции используются: - письменные и устные ответы на теоретические вопросы, - решение практических задач.

6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих сформированность компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

Список вопросов по теории к экзамену (для оценки сформированности знаний компетенции ОПК-1)

1. Определение векторной функции одного и многих переменных.
2. Определение предела векторной функции по Коши и по Гейне. Свойства пределов векторных функций.
3. Непрерывность векторной функции. Действие с непрерывными функциями.
4. Дифференцируемые функции (4 случая).
5. Дифференцирование векторной функции одной переменной (определение и две теоремы). Геометрический смысл производной от векторной функции.
6. Определение частной производной векторной функции многих переменных. Теорема о существовании частных производных у дифференцируемой функции.
7. Определение производной по направлению. Теоремы о вычислении производных по направлению.
8. Интегрирование векторных функций.
9. Основной трехгранник кривой.
10. Система координат связанная с основным трехгранником. Координатные линии и координатные плоскости. Уравнение касательной, нормами, бинормали, нормальной плоскости, спрямляемой плоскости и соприкасающейся плоскости.
11. Формулы Френе. Понятие кривизны и кручения кривой.
12. Вычисление величины кривизны и кручения.
13. Вид кривой вблизи произвольной ее точки.
14. Определение поверхности. Способы задания поверхности. Простая

поверхность, гладкая поверхность.

15. Нахождение нормали и касательной плоскости к поверхности.
16. Вычисление направляющих косинусов нормали к поверхности.
17. Длина кривой на поверхности. Первая квадратичная форма поверхности.
18. Определение площади гладкой поверхности. Теорема о вычислении площади гладкой поверхности. Следствия.
19. Нормальные сечения поверхности и их кривизна. Вторая квадратичная форма.
20. Определение поверхностного интеграла 1-го типа. Теорема о вычислении.
21. Вывод формулы Остроградского.
22. Вывод формулы Стокса.
23. Односторонние и двусторонние поверхности. Сторона поверхности.
24. Определение поверхностного интеграла 2-го типа. Теорема о вычислении.
25. Определения: скалярное поле, поверхность уровня (ее свойства), предел функции от области, производная по объему (ее физический смысл).
26. Определение градиента скалярного поля. Теорема о вычислении. Следствие.
27. Свойства градиента.
28. Определение векторного поля. Векторная линия. Задача о нахождении векторной линии. Векторная трубка. Поток векторного поля. Векторный поток.
29. Дивергенция векторного поля. Теорема о вычислении. Инвариантный вид формулы Остроградского. Физический смысл дивергенции и формулы Остроградского.
30. Определение ротора векторного поля. Теорема о вычислении. Следствие.
31. Физический смысл ротора.
32. Оператор Гамильтона. Действия с вектором “набла”. Дифференциальные операторы, порожденные вектором “набла”.
33. Общая теорема Гаусса-Остроградского.
34. Потенциальное поле. Теорема о вычислении потенциала. Критерий потенциальности поля.
35. Циркуляция векторного поля. Инвариантный вид формулы Стокса.
36. Соленоидальное поле. Критерий соленоидальности поля. Свойства соленоидального поля.
37. Лапласово поле. Основная теорема векторного анализа (без доказательства). Дифференциальные операции второго порядка.
38. Основной и взаимный базисы. Ковариантные и контравариантные координаты вектора.
39. Определение криволинейных координат в пространстве. Координатные линии и координатные поверхности. Теорема о нахождении локальных базисов (основного и взаимного).
40. Определение ортогональных криволинейных координат. Критерий ортогональности. Элемент длины. Коэффициенты Ламе.
41. Вывести формулы в ортогональных криволинейных координатах для градиента и оператора Лапласа.
42. Дивергенция в ортогональных криволинейных координатах.
43. Ротор в ортогональных криволинейных координатах.
44. Дифференциальные операции теории поля в сферических координатах
45. Дифференциальные операции теории поля в цилиндрических координатах.
46. Преобразования ортонормированных базисов.
47. Определение аффинного ортогонального тензора. Примеры: вектор, поверхность.
48. Линейный оператор в векторном пространстве как аффинный ортогональный тензор.
49. Тензорная символика.

50. Преобразование косоугольных базисов.
51. Общее определение тензора. Примеры.
52. Метрический тензор.
53. Тензорная алгебра. Сложение. Умножение. Свертка. Перестановка индексов. Симметрирование. Альтернация. Подъем и опускание индексов.

Примеры практических заданий для экзамена (для оценки сформированности умений и навыков компетенции ОПК-1)

1. Вычислить криволинейный интеграл 2-го типа $\int_L (x^2 + y^2)dx + (x^2 - y^2)dy$, где L – кривая, заданная уравнением: $y = 1 - |1 - x|$ ($0 \leq x \leq 2$).
2. Не прибегая к формуле Остроградского, вычислить поверхностный интеграл 2-го типа $\iint_S x dydz + y dzdx + z dx dy$, где S – внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.
3. С помощью формулы Остроградского вычислить поверхностный интеграл $\iint_S x^2 dydz + y^2 dzdx + z^2 dx dy$, где S – внешняя сторона границы куба $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq a$, $0 \leq z \leq a$.
4. Вычислить массу M сферы, если поверхностная плотность в каждой ее точке равна квадрату расстояния этой точки до некоторой большой окружности сферы.
5. Вычислить поверхностный интеграл 1-го типа $\iint_S \frac{ds}{r^n}$, где S – сфера $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, а r – расстояние от точки сферы до фиксированной точки P , отстоящей от центра сферы на расстояние l ($l > R$).
6. Найти производную поля $u = \ln(x^2 + y^2)$ в точке $M(x_0, y_0)$ по направлению, перпендикулярному к линии уровня поля u , проходящей через данную точку $M(x_0, y_0)$.
7. Показать, что напряженность поля $\vec{F}(M)$ поля сил тяготения в точке $M(x, y, z)$, создаваемой массой m , сосредоточенной в точке $O(0, 0, 0)$, является градиентом скалярного поля.
8. В установившемся потоке несжимаемой идеальной жидкости скорость каждой частицы направлена к началу координат и по величине равна $1/r^2$ (\vec{r} – радиус-вектор частицы). Вычислить количество жидкости, вытекающей из области V за единицу времени.
9. Доказать, что $\Delta(uv) = u\Delta v + v\Delta u + 2(\vec{\nabla}u \cdot \vec{\nabla}v)$.
10. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a} = -y^2\vec{i} + x^2\vec{j} + (x+y)\vec{k}$ вдоль окружности C , полученной пересечением цилиндра $x^2 + y^2 = x + y$ плоскостью $z = 1$.
11. Найти векторные линии поля $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} - z\vec{k}$.
12. Показать, что центральное векторное поле $\vec{A} = \frac{f(r)}{r}\vec{r}$ является потенциальным и найти его потенциал.
13. Привлекая формулу Стокса, вычислить поток ротора поля $\vec{A} = y\vec{i} + z\vec{j} + x\vec{k}$ через часть поверхности $z^2 = 4(1 - x^2 - y^2)^4$, “накрывающей” начало координат плоскости xOy .

14. Доказать, что $[\vec{\nabla} \times [\vec{\nabla} \times \vec{A}]] = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$. Во что трансформируется данное соотношение в случае, если поле \vec{A} - соленоидальное, потенциальное?

15. Найти поток векторного поля $\vec{A} = x^2 y \vec{i} - xy^2 \vec{j} + z(x^2 + y^2) \vec{k}$ из области V , ограниченной поверхностями $x^2 + y^2 = 2z$, $z = 2$.

6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утвержденное приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. № 55-ОД,

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 г. № 247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература:

1. Будак Б.М., Фомин С.В. Кратные интегралы и ряды. - М.: Наука, 1965, 1967; Физматлит, 2002 (25 экз. Ссылка в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/showsel.php?ViewType=2&DB=1>).

2. Кочин Н.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. – М.: Наука, 1965 (9 экз. Ссылка в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/searchext.php?Type=2&Action=1>).

3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. - М.: Наука, 1972 (350 экз. Ссылка в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/searchext.php?Type=2&Action=1>).

б) дополнительная литература:

1. Арфкен Г. Математические методы в физике. - М.: Атомиздат, 1970 (4 экз. Ссылка в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/searchext.php?Type=2&Action=1>).

2. Гольдфайн И.А. Векторный анализ и теория поля. - М.: Наука, 1968 (2 экз. Ссылка в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/searchext.php?Type=2&Action=1>).

3. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. - М.: Наука, 1967 (33 экз. Ссылка в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/searchext.php?Type=2&Action=1>).

4. Джеффрис Г., Свирлс Б. Методы математической физики. Вып.1. - М.: Мир, 1969 (2 экз. Ссылка в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/searchext.php?Type=2&Action=1>).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

http://www.unn.ru/books/met_files/OVTA.pdf

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Для обучения студентов названной дисциплины имеются в наличии: специальные кабинеты, оборудованные мультимедийными средствами обучения; компьютерные классы, где имеется возможность выхода в Интернет; присутствует полный комплект лицензионного обеспечения, необходимый для работы компьютерных программ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций ОПОП ВО по направлению 11.05.02 «Специальные радиотехнические системы».

Автор _____ Корчагин А.Б.

Рецензент _____ Матросов В.В.

Заведующий кафедрой _____ Дубков А.А.

Программа одобрена на заседании методической комиссии Радиофизического факультета. Протокол № ____ от «____» _____ 2022 года.