

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Вещественная алгебраическая геометрия

Уровень высшего образования

Магистратура

Направление подготовки / специальность

01.04.01 - Математика

Направленность образовательной программы

Фундаментальная математика и приложения

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.02.01 Вещественная алгебраическая геометрия относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-5: Способен составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию	<p>ПК-5.1: Знает специфику научных обзоров</p> <p>ПК-5.2: Умеет составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию</p> <p>ПК-5.3: Владеет способностью по составлению научных обзоров, рефератов и отчетов по тематике проводимых исследований</p>	<p>ПК-5.1: Знает необходимую литературу по вещественной алгебраической геометрии.</p> <p>ПК-5.2: Умеет корректно формулировать задачи вещественной алгебраической геометрии.</p> <p>ПК-5.3: Владеет опытом применения методов и принципов самостоятельной научно-исследовательской работы в области вещественной алгебраической геометрии.</p>	Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы
ПК-6: Обладает навыками преподавания математики и информатики в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования	<p>ПК-6.1: Знает уровень подготовки и психологию обучающихся при организации учебного процесса</p> <p>ПК-6.2: Умеет учитывать уровень подготовки и психологию обучающихся</p> <p>ПК-6.3: Владеет навыками преподавания математики и информатики в средней школе, средних специальных и высших учебных заведениях</p>	<p>ПК-6.1: Знает терминологию и основные результаты теории вещественных алгебраических многообразий.</p> <p>ПК-6.2: Умеет применять основные понятия вещественной алгебраической геометрии для решения типовых задач.</p> <p>ПК-6.3: Владеет методами теории вещественной алгебраической</p>	Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы

		геометрии.		
--	--	------------	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	2
самостоятельная работа	38
Промежуточная аттестация	36 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
Ф Ф Ф	Ф Ф Ф	Ф Ф Ф	Ф Ф Ф	Ф Ф Ф	
Тема 1	51	10	12	22	29
Тема 2	19	6	4	10	9
Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	108	16	16	34	38

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Плоские кривые. Теорема Безу. Коники. Кубики.

Тема 2. Вещественные алгебраические кривые.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Вещественная алгебраическая геометрия(Математика)1курс маг.сем.2,
<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=5079>.

Иные учебно-методические материалы:

1. Теоретический материал лекционных занятий и литературные источники (список обязательной и дополнительной литературы приводится).

Для подготовки к экзамену рекомендуется использовать собственные конспекты лекций, а также источники, рекомендованные в списке литературы.

2. Домашние задания к научно-практическим занятиям.

Проверка выполнения домашних заданий проводится в начале каждого практического занятия. Основная форма контроля: проверка выполнения отдельных заданий в форме коллективного обсуждения у доски.

3. Письменная контрольная работа.

В течение учебного семестра проводится 1 контрольная работа по материалам всех разделов курса. Для подготовки к контрольной работе рекомендуется просмотреть полезные разделы в соответствующих источниках из списка рекомендованной литературы.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-5:

1.1. Параметризируйте конику $C: (x^2 + y^2 = 5)$ с помощью пучка прямых, проходящих через точку $(2, 1)$, и как следствие найдите все рациональные решения уравнения $x^2 + y^2 = 5$.

1.2. Пусть p — некоторое простое число. Поэкспериментируйте с разными p и угадайте необходимое и достаточное условие того, чтобы уравнение $x^2 + y^2 = p$ имело рациональные решения.

2.1. Пусть $C: (y^2 = x^3 + x^2) \subset \mathbb{R}^2$. Покажите, что любая прямая, проходящая через точку $(0, 0)$, пересекает C еще в одной точке, и получите в качестве следствия рассмотренную в разд. (2.1) параметризацию кривой C . Прделайте то же самое для $(y^2 = x^3)$ и $(x^3 = y^3 - y^4)$.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-6:

0.1. (a) Покажите, что x при фиксированных значениях (y, z) является кратным корнем уравнения $x^3 + xy + z = 0$ тогда и только тогда, когда $x = -3z/2y$ и $4y^3 + 27z^2 = 0$;

(b) это уравнение имеет 3 простых корня по x тогда и только тогда, когда $4y^3 + 27z^2 < 0$;

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задача решена полностью.
не зачтено	Задача не решалась или решена не полностью.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнен	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

				недочетами		ы все задания в полном объеме	
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-5

1. Проективная классификация коник.
2. Параметризация невырожденной коники и пифагоровы треугольники.
3. Теорема Безу о пересечении кривой и прямой.
4. Теорема Безу о пересечении кривой и коники.
5. Теорема о единственности коники, проходящей через 5 точек.
6. Теорема о размерности пространства коник, проходящих через $n \leq 5$ точек.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-6

1. Критерий вырожденности коники.
2. Число вырожденных коник в пучке.
3. Решение уравнения степени 4 с помощью пучка коник.
4. Топология неособой кубики.
5. Неравенство Харнака.
6. Изотопическая классификация неособых вещественных квартик.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Рид Майлз. Алгебраическая геометрия для всех / пер. с англ. Б. З. Шапиро. - М. : Мир, 1991. - 149 с. : ил. - (Современная математика. Вводные курсы). - ISBN 5-03-001792-5 : 3.50., 2 экз.

Дополнительная литература:

1. Шафаревич Игорь Ростиславович. Основы алгебраической геометрии. - Изд. 3-е, доп. - М. : МЦНМО, 2007. - 589 с. - (Классические направления в математике). - ISBN 978-5-94057-085-1 : 180.00., 2 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=5079>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.04.01 - Математика.

Автор(ы): Звонилов Виктор Иванович, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.