

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 15 от 24.12.2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Компьютерная алгебра

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы
Математическое моделирование и искусственный интеллект

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.12.02 Компьютерная алгебра относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-13: Способен участвовать в исследовании математических моделей в естественных науках и технике	<p>ПК-13.1: Знает методы создания, анализа и исследования математических моделей в естественных науках и технике</p> <p>ПК-13.2: Знает математические методы обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований</p> <p>ПК-13.3: Умеет корректно использовать методы создания, анализа и исследования математических моделей, умеет применять численные и аналитические методы решения базовых математических задач и классических задач естествознания в практической деятельности</p> <p>ПК-13.4: Владеет навыками использования математических методов обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований</p>	<p>ПК-13.1: Знает фундаментальные алгебраические алгоритмы компьютерной алгебры. Знает основные методы и приемы, применяемых при анализе алгоритмов компьютерной алгебры.</p> <p>ПК-13.2: Знает основные приемы и подходы построения быстрых алгебраических алгоритмов</p> <p>ПК-13.3: Умеет использовать фундаментальные алгебраические алгоритмы компьютерной алгебры при решении практических задач. Умеет проводить анализ работы алгоритмов компьютерной алгебры. Умеет применять приемы и подходы, позволяющие строить быстрые алгебраические алгоритмы решения теоретических и прикладных</p>	Задачи	Зачёт: Задания

		задач. ПК-13.4: Имеет практический опыт использования фундаментальных алгебраических алгоритмов компьютерной алгебры при решении практических задач		
--	--	---	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	2
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	24
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	24
- КСР	1
самостоятельная работа	23
Промежуточная аттестация	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
Ф Ф Ф	Ф Ф Ф	Ф Ф Ф	Ф Ф Ф	Ф Ф Ф	
Тема 1. Введение. Основные структуры данных компьютерной алгебры. Классические алгоритмы алгебраических операций. Их анализ	11	4	4	8	3
Тема 2 Прием «разделяй и властвуй» (алгоритмы умножения Карацубы и Тоома, деления Бурникеля-Циглера)	19	8	8	16	3
Тема 3. Субквадратичные алгоритмы (деление, НОД, восстановление целых и рациональных чисел)	25	6	6	12	13

Тема 4. Вычисления с гомоморфными образами	16	6	6	12	4
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	72	24	24	49	23

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Введение. Связь с алгеброй, теорией алгоритмов, численными методами, мат. логикой. Основные структуры данных компьютерной алгебры. Классические алгоритмы алгебраических операций. Их анализ.

Тема 2 Прием «разделяй и властвуй с замещением операций» на примере алгоритмов умножения Карацубы, Тоома, Тоома-Кука, и алгоритма деления Бурникеля-Циглера. Анализ их трудоемкости.

Тема 3. Субквадратичные алгоритмы (деление, НОД, восстановление целых и рациональных чисел). Методы их построения и анализ трудоемкости.

Тема 4. Вычисления с гомоморфными образами. Теоремы об однозначном восстановлении. Классические алгоритмы и субквадратичные алгоритмы восстановления по гомоморфным образам.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Изучение литературы и проработка теоретического материала лекционных занятий.

Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

1. Кнут Дональд Эрвин. Искусство программирования, том 2. Получисленные алгоритмы, 3-е издание.: Перевод с английского: Учебное пособие. - М.:Издательский дом «Вильямс», 2001. - 832 с.: ил. - Парал. тит. англ. ISBN 5-8459-0081-6 (рус.) 18экз.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-13:

1. Продемонстрировать работу алгоритма Карацубы на следующих входных данных: $a=1234$, $b=2341$
2. Продемонстрировать работу алгоритма Тоома на следующих входных данных: $a=123$, $b=234$, с параметром 3.
3. Продемонстрировать работу алгоритма Бурникеля-Циглера на следующих входных данных: $a=4321$, $b=23$

4. Решить сравнение $17x=1(43)$ бинарным алгоритмом
5. Продемонстрировать работу алгоритма быстрого деления в 3-адической арифметике на следующих входных данных: $a=221$, $b=33$
6. Расширенным алгоритмом Евклида решить сравнение $17x=1(43)$.
7. Продемонстрировать работу алгоритмов восстановления целого числа по остаткам на следующих входных данных: остатки (2,3,4,5), модули (3,4,5,7).
8. Продемонстрировать работу субквадратичного алгоритма восстановления целого числа по остаткам на следующих входных данных: остатки (2,3,4,5), модули (3,4,5,7).
9. Продемонстрировать работу алгоритмов восстановления рационального числа по остаткам на следующих входных данных: остатки (2,2,1,7), модули (3,4,5,11)

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задача решена.
не зачтено	Задача не решена.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без

			задания, но не в полном объеме	все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	объеме, но некоторые с недочетами	несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ПК-13

1.Опишите требования, предъявляемые к структурам данных, используемых в алгебраических алгоритмах. Приведите примеры структур данных.

2. Опишите классические алгебраические алгоритмы, реализующие арифметические операции с целыми числами. Оцените их трудоемкость.
3. Опишите алгоритм Карацубы, оцените его трудоемкость.
4. Опишите алгоритм Тоома, оцените его трудоемкость.
5. Опишите алгоритм Бурникеля-Циглера, оцените его трудоемкость.
6. Быстрое деление чисел с остатком. Трудоемкость.
7. Классический алгоритм Евклида. Его трудоемкость.
8. Бинарный алгоритм, матричная форма. Его трудоемкость.
9. Быстрый вариант алгоритма Евклида. Его трудоемкость.
10. Алгоритмы восстановления целых чисел по остаткам. Трудоемкость.
11. Алгоритмы восстановления рациональных чисел по остаткам. Трудоемкость.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задание выполнено
не зачтено	Задание не выполнено

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Кнут Д. Э. Искусство программирования : пер. с англ. Т. 2. Получисленные алгоритмы / под ред. Ю. В. Козаченко. - 3-е изд., испр. и доп. - М. : Вильямс, 2000. - 832 с. - ISBN 0-201-89684-2 (англ.) : 335.00., 1 экз.
2. Компьютерная алгебра : учеб. для студентов, обучающихся по направлению и специальности "Прикладная математика и информатика" / ННГУ. - Н. Новгород : Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 2002. - 223 с. - ISBN 5-85746-708-X : 60.00., 68 экз.

Дополнительная литература:

1. Грегори Роберт Тодд. Безошибочные вычисления : методы и прил. / пер. с англ. Х. Д. Икрамова, А. В. Князева ; под ред. Х. Д. Икрамова. - М. : Мир, 1988. - 207, [1] с. - ISBN 5-03-001145-5 : 1.60., 4 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

source.unn.ru

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной

программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Чирков Александр Юрьевич, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 17.12.2025, протокол № №6.