

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования\_  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Туннельные явления в нанофизике

---

Уровень высшего образования

Магистратура

---

Направление подготовки / специальность

03.04.03 - Радиофизика

---

Направленность образовательной программы

Физическая электроника

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.03.01 Туннельные явления в нанофизике относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-1: Способен анализировать и обрабатывать научную информацию и результаты исследований в области радиофизики, микро- и нанoeлектроники, мощной электроники при решении задач своей профессиональной деятельности	<p>ПК-1.1: Применяет принципы сбора и анализа информации, рассматривает и оценивает современные научные достижения, а также генерирует новые идеи при решении исследовательских и практических задач</p> <p>ПК-1.2: Работает с большим объемом данных, систематизирует и анализирует информацию, полученную из различных источников, в том числе с использованием современных информационных и коммуникационных технологий</p>	<p>ПК-1.1:</p> <p>Студенты должны уметь анализировать и усваивать материал, опубликованный классических учебных пособиях на русском и английском языке, критически воспринимать получаемую на лекциях информацию и сопоставлять ее с информацией, ранее полученной на других курсах по квантовой механике, классической и квантовой статистике, физике твердого тела, физики сверхпроводимости и магнетизма, основам нанотехнологий, сканирующей зондовой микроскопии</p> <p>ПК-1.2:</p> <p>Студенты должны уметь пользоваться справочниками, базами электронных публикаций и препринтов для поиска нужной литературы, в том числе в сети Интернет, для поиска ответов на вопросы</p>	Собеседование	<p>Зачёт:</p> <p>Задачи</p> <p>Контрольные вопросы</p>
ПК-2: Способен выполнять теоретические и экспериментальные исследования и	ПК-2.1: Анализирует современное состояние исследований в области микро- и нанoeлектроники, мощной электроники,	ПК-2.1: Студенты должны уметь рассчитывать вольт-амперные характеристики туннельно-связанных систем,	Собеседование	<p>Зачёт:</p> <p>Задачи</p> <p>Контрольные</p>

разработки по отдельным разделам тем научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ в области радиофизики, микро- и наноэлектроники, мощной электроники и оформлять их результаты	<p>современные подходы к описанию и моделированию различных физических явлений и оценке полученных результатов</p> <p>ПК-2.2: Выбирает и применяет аналитические, аналитико-численные, экспериментальные методы исследования в соответствии с типом поставленной задачи</p> <p>ПК-2.3: Участвует в планировании, подготовке и проведении НИР</p> <p>ПК-2.4: Анализирует полученные данные, формулирует выводы и рекомендации по отдельным разделам тем в области микро- и наноэлектроники, мощной электроники</p>	<p>интерпретировать экспериментальные данные и предсказывать свойства новых соединений и твердотельных наноструктур</p> <p>ПК-2.2: Студенты должны уметь выбирать адекватные методы расчета (точные и приближенные) для решения квантово-механических задач рассеяния и туннелирования</p> <p>ПК-2.3: Студенты должны уметь выбирать адекватные экспериментальные методы и параметры исследования морфологических и электронных свойств твердотельных наноструктур (при условии, что их научная работа допускает применение методов сканирующей туннельной микроскопии и спектроскопии)</p> <p>ПК-2.4: Студенты должны уметь выбирать адекватные методы анализа экспериментальных данных (собственных или представленных в литературе) и их корректной интерпретации</p>		вопросы
ПК-3: Способен разрабатывать и подготавливать составные части документации, проектов планов и программ проведения отдельных этапов научно-исследовательских и опытно-конструкторских разработок	<p>ПК-3.1: Использует знание нормативных документов для составления заявок, грантов, проектов НИР, применяет заданные требования и правила при оформлении рукописей к публикации в рецензируемых научных изданиях</p> <p>ПК-3.2: Представляет результаты НИР академическому и бизнес-сообществу</p> <p>ПК-3.3: Участвует в</p>	<p>ПК-3.1: знать основные правила построения графиков зонной диаграммы и вольт-амперных характеристик</p> <p>ПК-3.2: владение навыками создания научной презентаций и представления результатов научной (учебной) деятельности</p>	Собеседование	<p>Зачёт: Доклад-презентация</p>

	составлении и подаче конкурсных заявок на выполнение научно-исследовательских и проектных работ по направленности Радиофизика	ПК-3.3: Владеть навыками интерпретации экспериментальных данных с помощью теоретических подходов, освоенных в курсе		
--	---	--	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>2</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>72</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>32</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>0</b>
- КСР	<b>1</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>39</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>0</b> <b>Зачёт</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Тема 1: Задача рассеяния в квантовой механике. Точные решения	12	6	0	6	6
Тема 2: Квазиклассическое описание туннелирования	8	4	0	4	4
Тема 3: Квазистационарные состояния в квантовой механике	8	2	0	2	6
Тема 4: Метод туннельного гамильтониана	4	2	0	2	2
Тема 5: Особенности туннельного эффекта в системе нормальных металлов	14	6	0	6	8
Тема 6: Особенности туннельного эффекта в системе сверхпроводящих металлов	15	7	0	7	8
Тема 7: Особенности туннельного эффекта в системе ферромагнитных металлов	8	3	0	3	5

Тема 8: Особенности туннельного эффекта в полупроводниках	2	2	0	2	0
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	72	32	0	33	39

### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1: Задача рассеяния в квантовой механике. Точные решения

Матрица рассеяния и трансфер-матрица. Коэффициенты отражения и прохождения. Размерное квантование. Резонансное туннелирование. Связанные потенциальные ямы. Представление о скорости туннелирования

Тема 2: Квазиклассическое описание туннелирования

Квазиклассическое приближение Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна (ВКБ). Метод Миллера и Гуда. Коэффициент прохождения через барьер. Формула Кембла. Формула квантования Бора-Зоммерфельда.

Тема 3: Квазистационарные состояния в квантовой механике

Квазистационарные состояния в квантовой механике. Связь скорости распада квазистационарных состояний и прозрачности туннельного барьера. Альфа-распад.

Тема 4: Метод туннельного гамильтониана

Золотое правило Ферми и скорость квантовых переходов. Матричный элемент туннельного перехода. Метод туннельного матричного элемента и задача Бардина о прозрачности туннельного барьера.

Тема 5: Особенности туннельного эффекта в системе нормальных металлов

Туннельный ток в плоскостистой структуре в приближении свободного электронного газа. Туннельная проводимость и закон Ома. Холодная полевая эмиссия и формула Фаулера-Нордхейма. Размерное квантование. Резонансно-туннельный диод. Туннельная интерферометрия. Эмиссионные резонансы и осцилляции Гундлаха. Оценка работы выхода. Кулоновская блокада туннелирования. Сканирующая туннельная микроскопия и спектроскопия. Задача Терсоффа-Хаманна. Локальная плотность состояний.

Тема 6: Особенности туннельного эффекта в системе сверхпроводящих металлов

Спектр возбуждений в однородном сверхпроводнике. Энергетическая щель. Квазичастичное туннелирование. Стационарный эффект Джозефсона. Нестационарный эффект Джозефсона. Ступени Шапиро. Джозефсоновская магнитометрия. Макроскопическое квантовое туннелирование.

Тема 7: Особенности туннельного эффекта в системе ферромагнитных металлов

Квазичастицы в однородно намагниченном ферромагнетике. Туннельное магнитосопротивление и эффект спинового вентили. Спин-поляризованная сканирующая туннельная микроскопия.

Тема 8: Особенности туннельного эффекта в полупроводниках

Туннельный диод Есаки и генерация электромагнитного излучения. Межзонное туннелирование. Межзонное туннелирование с участием фотонов (эффект Франца-Келдыша).

Практические занятия /лабораторные работы организуются, в том числе, в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

На проведение практических занятий / лабораторных работ в форме практической подготовки отводится: очная форма обучения - 4 ч.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

А. Ю. Аладышкин, Туннельные явления в нанофизике // Электронное методическое пособие. Фонд образовательных электронных ресурсов Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского, <http://www.unn.ru/books/resources.html>, регистр. номер 334.11.04.

А. Ю. Аладышкин, А. А. Фраерман, Лекции по физике поверхности. Введение в физику поверхностных и интерфейсных явлений: Учебное пособие. — Нижний Новгород: Издательство Нижегородского госуниверситета, 2024. — 286 с. — ISBN 978-5-91326-861-7.

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

**5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

**5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-1:**

Применение формализма матриц рассеяния и трансфер-матриц для решения квантовомеханических задач рассеяния.

Представление о скорости туннелирования.

Вольт-амперная характеристика туннельного перехода, состоящего из двух нормальных металлов. Случай малых напряжений.

Холодная полевая эмиссия в электрическом поле.

Резонансное когерентное туннелирование в плоскостной структуре.

Принцип работы сканирующего туннельного микроскопа.

Низкотемпературная сканирующая туннельная спектроскопия.

Кулоновская блокада туннелирования в одноэлектронном транзисторе с затвором.

Квазиклассическое приближение (Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна). Прохождение частицы через квазиклассический потенциальный барьер.

Связь туннельной проводимости и локальной плотности состояний

Квазичастичное туннелирование в сверхпроводниках.

Критический ток короткого джозефсоновского перехода.

Стационарный эффект Джозефсона.

Нестационарный эффект Джозефсона.

Низкотемпературная сканирующая туннельная спектроскопия и проблема визуализации вихрей (включений нормального металла в сверхпроводящих пленках).

Принцип работ двухконтактного квантового интерферометра постоянного тока (dc-SQUID)

### **5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-2:**

Записать матрицу распространения для случая наклонного падения частицы на одномерный потенциальный барьер. Рассчитать вероятность отражения и прохождения в этом случае.

Используя метод матрицы распространения рассчитать энергетический спектр частицы в одномерной потенциальной яме конечной высоты. Рассмотреть симметричный и несимметричный случаи.

Используя метод матрицы распространения рассчитать спектр частицы в двух связанных потенциальных ямах.

Используя метод матрицы распространения рассчитать спектр разрешенных состояний для электрона в периодическом потенциале  $U(x)$ :  $U(x)=0$  при  $0 < x < a$  и  $U(x)=U_0$  при  $a < x < b$ , где  $a+b$  – период структуры (модель Кронига-Пенни).

Используя ВКБ-метод рассчитать уровни энергии частицы в потенциальной яме.

Используя ВКБ-метод рассчитать уровни энергии частицы в двух связанных потенциальных ямах.

Рассчитать вольт-амперную характеристику туннельного перехода, состоящего из двух нормальных металлов, при  $T=0$ .

Рассчитать вольт-амперную характеристику туннельного перехода, состоящего из двух нормальных металлов и квантовой ямы с дискретным энергетическим спектром (резонансно-туннельный диод), при  $T=0$ .

Рассчитать вольт-амперную характеристику туннельного перехода, состоящего из сверхпроводника и нормального металла, при  $T=0$ .

Рассчитать квазичастичную ветку вольт-амперной характеристики туннельного перехода, состоящего из двух одинаковых сверхпроводников, при  $T=0$ .

Рассчитать зависимость полного джозефсоновского тока через короткий джозефсоновский контакт от внешнего магнитного поля.

Решить задачу о структуре джозефсоновского вихря в широком джозефсоновском переходе.

В рамках модели резистивно-шунтированного перехода рассчитать вольт-амперную характеристику джозефсоновского перехода для заданного стороннего тока (задача о стационарном эффекте Джозефсона).

В рамках модели резистивно-шунтированного перехода рассчитать вольт-амперную характеристику джозефсоновского перехода для заданного переменного напряжения (задача о нестационарном эффекте Джозефсона).

### 5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-3:

Представление короткой презентации (на 10-15 мин) по одному из вопросов программы курса

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»

### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

#### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несуществе	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.



	ответа			ошибок	нных ошибок		
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-1

**Задача 1.1.** Используя явный вид волновых функций состояний рассеяния

$$\psi_E(z) = \begin{cases} \frac{a_1}{\sqrt{2\pi\hbar v_1}} e^{ik_1 z} + \frac{b_1}{\sqrt{2\pi\hbar v_1}} e^{-ik_1 z} & (z \rightarrow -\infty) \\ \frac{a_2}{\sqrt{2\pi\hbar v_2}} e^{ik_2 z} + \frac{b_2}{\sqrt{2\pi\hbar v_2}} e^{-ik_2 z} & (z \rightarrow +\infty) \end{cases},$$

покажите, что слева от барьера плотность потока вероятности есть  $\Pi = (a_1^2 - b_1^2)/(2\pi\hbar v_1)$ , а справа от барьера  $\Pi = (a_2^2 - b_2^2)/(2\pi\hbar v_2)$ .

**Задача 1.2.** Используя общий вид матрицы рассеяния для случая одноканального рассеяния

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix},$$

покажите, что трансфер-матрица в этом случае может быть записана в следующем виде

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} t^{-1} & -t^{-1}r' \\ rt^{-1} & t' - rt^{-1}r' \end{pmatrix}.$$

**Задача 1.3.** Вычислите амплитуды отражения  $r$  и прохождения  $t$  при падении частицы на одномерный потенциальный барьер вида

$$U(z) = D\delta(z - z_1) + \begin{cases} U_1 & (z < z_1) \\ U_2 & (z > z_1) \end{cases}.$$

слева.

**Задача 1.4.** Вычислите амплитуды отражения  $r'$  и прохождения  $t'$  при падении частицы на одномерный потенциальный барьер вида

$$U(z) = D\delta(z - z_1) + \begin{cases} U_1 & (z < z_1) \\ U_2 & (z > z_1) \end{cases}.$$

справа.

**Задача 1.5.** Вычислите амплитуды отражения и прохождения для потенциала с двумя локализованными рассеивателями для случая многоканального рассеивания по теории возмущений, предполагая, что коэффициент прохождения для каждого барьера близок к единице.

**Задача 1.6.** Вычислите амплитуды отражения и прохождения для потенциала с двумя локализованными рассеивателями для случая многоканального рассеивания без привлечения аппарата теории возмущений.

**Задача 1.7.** Вычислить амплитуды отражения и прохождения для потенциала с двумя локализованными рассеивателями для случая одноканального рассеивания, используя формализм трансфер-матрицы.

**Задача 1.8.** Используя выражение для трансфер-матрицы, соответствующей скачку потенциала (см. задачу 1.3)

$$\hat{M} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{pmatrix} (k_1 + k_2 + im^* D/\hbar^2) e^{i(-\tilde{k}_1 + \tilde{k}_2)z_1} & (k_1 - k_2 + im^* D/\hbar^2) e^{i(-\tilde{k}_1 - \tilde{k}_2)z_1} \\ (k_1 - k_2 - im^* D/\hbar^2) e^{i(\tilde{k}_1 + \tilde{k}_2)z_1} & (k_1 + k_2 - im^* D/\hbar^2) e^{i(\tilde{k}_1 - \tilde{k}_2)z_1} \end{pmatrix}.$$

вычислить компоненты трансфер-матрицы для одномерного прямоугольного потенциального барьера.

**Задача 1.10.** Используя выражение для трансфер-матрицы, соответствующей одномерному прямоугольному потенциальному барьеру

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}.$$

где

$$M_{11} = \frac{e^{-i\tilde{k}_1 z_1 + i\tilde{k}_3 z_2}}{4\sqrt{k_1 k_2} \sqrt{k_2 k_3}} \cdot \{ (k_1 + k_2)(k_2 + k_3) e^{-i\tilde{k}_2 w_2} + (k_1 - k_2)(k_2 - k_3) e^{i\tilde{k}_2 w_2} \}$$

$$M_{12} = \frac{e^{-i\tilde{k}_1 z_1 - i\tilde{k}_3 z_2}}{4\sqrt{k_1 k_2} \sqrt{k_2 k_3}} \cdot \{ (k_1 + k_2)(k_2 - k_3) e^{-i\tilde{k}_2 w_2} + (k_1 - k_2)(k_2 + k_3) e^{i\tilde{k}_2 w_2} \}$$

$$M_{21} = \frac{e^{i\tilde{k}_1 z_1 + i\tilde{k}_3 z_2}}{4\sqrt{k_1 k_2} \sqrt{k_2 k_3}} \cdot \{ (k_1 - k_2)(k_2 + k_3) e^{-i\tilde{k}_2 w_2} + (k_1 + k_2)(k_2 - k_3) e^{i\tilde{k}_2 w_2} \}$$

$$M_{22} = \frac{e^{i\tilde{k}_1 z_1 - i\tilde{k}_3 z_2}}{4\sqrt{k_1 k_2} \sqrt{k_2 k_3}} \cdot \{ (k_1 - k_2)(k_2 - k_3) e^{-i\tilde{k}_2 w_2} + (k_1 + k_2)(k_2 + k_3) e^{i\tilde{k}_2 w_2} \}$$

вычислите коэффициент прохождения  $T(E_1)$  через такой барьер. Рассмотрите частные случаи: симметричный барьер, «слабый» барьер и малопрозрачный барьер.

**Задача 1.11.** Получите выражение для трансфер-матрицы для случая наклонного падения частицы на скачок потенциала

$$U(z) = \begin{cases} U_1 & (z < z_1) \\ U_2 & (z > z_1) \end{cases}.$$

**Задача 1.12.** Исследуйте зависимость коэффициентов отражения и прохождения при рассеянии частицы на скачке потенциала

$$U(z) = \begin{cases} U_1 & (z < z_1) \\ U_2 & (z > z_1) \end{cases}$$

от энергии налетающей волны  $E$  и угла падения  $\theta_1$  для случая наклонного падения частицы на барьер.

**Задача 1.13.** Получите выражение для трансфер-матрицы для случая наклонного падения частицы на скачок потенциала с дельта-функцией

$$U(z) = D\delta(z - z_1) + \begin{cases} U_1 & (z < z_1) \\ U_2 & (z > z_1) \end{cases}$$

**Задача 1.14.** Вычислить коэффициент отражения и прохождения для дельта-образного потенциального барьера  $U(z) = D\delta(z - z_1)$  для случая нормального падения частицы на барьер.

**Задача 1.15.** Используя выражение для трансфер-матрицы, описывающей прохождение частицы через прямоугольный потенциальный барьер, из задачи 1.10, получить трансфер-матрицу для дельта-функционального барьера предельным переходом  $w_2 = x_2 - x_1 \rightarrow 0$  и  $U_2 \rightarrow \infty$  при условии  $w_2 U_2 = D$ .

**Задача 1.16.** Рассчитать положение максимумов и минимумов коэффициента пропускания для прямоугольного потенциального барьера, рассматривая синфазное и противофазное сложение волн на стенках барьера. Сравнить с результатами задачи 1.10.

**Задача 1.17.** Для потенциального барьера следующего вида

$$U(z) = D_1\delta(z - z_1) + D_2\delta(z - z_2)$$

исследовать зависимость коэффициентов отражения и прохождения от энергии налетающей волны  $E$  для случая нормального падения. Обсудить эффективность резонансного прохождения от отношения  $D_1/D_2$ .

**Задача 1.18.** Вычислите коэффициент прохождения через двойной прямоугольный потенциальный барьер для случая подбарьерного прохождения.

**Задача 1.19.** Используя метод трансфер-матрицы рассчитать спектр разрешенных состояний (зонный спектр) для электрона в потенциале, представляющем собой последовательность прямоугольных потенциальных барьеров (\$L\$ -- период структуры).

**Задача 1.20.** Используя метод трансфер-матрицы рассчитать спектр разрешенных состояний (зонный спектр) для электрона в периодическом потенциале дельта-образного вида

$$U(z) = \sum_n D\delta(z - Ln)$$

где  $L$  -- период структуры.

**Задача 1.21.** В квазиклассическом приближении рассчитать вероятность отражения и прохождения частицы от потенциального барьера  $U(z)$ .

**Задача 1.22.** В квазиклассическом приближении рассчитать вероятность отражения и прохождения частицы от треугольного потенциального барьера.

**Задача 1.23.** В квазиклассическом приближении рассчитать коэффициент прохождения частицы через потенциальный барьер вида  $U(r) = -U_0$  при  $r < r_0$  и  $U(r) = -A/r$  при  $r > r_0$  (в предположении о малой туннельной прозрачности барьера).

**Задача 1.24.** Рассчитайте энергетический спектр частицы в дельта-образной потенциальной яме  $U(z) = D\delta(z - z_1)$ , где  $D < 0$ .

**Задача 1.25.** Рассчитайте энергетический спектр частицы в прямоугольной потенциальной яме конечной высоты, используя соотношение  $\arg r_1' + \arg r_2' = 2\pi l$ , где  $r_1'$  и  $r_2'$  есть амплитуды отражения от левой и правой стенок потенциальной ямы.

**Задача 1.26.** Рассчитайте энергетический спектр частицы в прямоугольной потенциальной яме конечной высоты, используя формализм трансфер-матрицы.

**Задача 1.27.** Используя общее выражение для спектра частицы в прямоугольной потенциальной яме конечной высоты  $k_2(z_2 - z_1) = \pi l - \arctg k_2/\kappa_1 - \arctg k_2/\kappa_2$ , получите энергетический спектр для глубокой и мелкой потенциальных ям.

**Задача 1.28.** Рассчитайте расщепление уровней в симметричных связанных прямоугольных ямах в предположении о малой прозрачности туннельного барьера

**Задача 1.29.** Оцените период осцилляций электронной плотности в туннельно-связанных потенциальных ямах.

**Задача 1.30.** Получить формулу Бора--Зоммерфельда, используя формулу связи затухающих и осциллирующих квазиклассических решений вблизи классической точки поворота  $z = z_0$

$$\frac{1}{2\sqrt{|p(z)|}} \exp\left(-\frac{1}{\hbar} \int_{z_0}^z |p(z)| dz\right) \text{ при } E < U(z) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{p(z)}} \cos\left(\frac{1}{\hbar} \int_{z_0}^z p(z) dz\right) \text{ при } E > U(z)$$

**Задача 1.31.** Получить выражение для нормированной квазиклассической волновой функции частицы в потенциальной яме.

**Задача 1.32.** Применяя формулу квантования Бора—Зоммерфельда

$$\frac{1}{\pi\hbar} \int_{z_1}^{z_2} |p(z)| dz = n + \frac{1}{2}$$

получите спектр состояний частицы в прямоугольной потенциальной яме в бесконечно высокими стенками. Сравните полученный результат с точным решением.

**Задача 1.33.** Применяя формулу квантования Бора—Зоммерфельда

$$\frac{1}{\pi\hbar} \int_{z_1}^{z_2} |p(z)| dz = n + \frac{1}{2}$$

получите спектр состояний частицы в параболической потенциальной яме. Сравните полученный результат с точным решением.

**Задача 1.34.** Исследуйте энергетический спектр  $E_{\alpha}$  частицы в сферически-симметричном  $s$ -состоянии, локализованной в сферической потенциальной яме

$$U(r) = \begin{cases} U_1 & \text{при } r < r_1 \\ U_2 & \text{при } r > r_1 \end{cases}$$

**Задача 1.35.** Исследуйте энергетический спектр  $E_{\alpha}$  частицы в сферически-симметричном  $s$ -состоянии, локализованной внутри сферического потенциального барьера

$$U(r) = \begin{cases} U_1 & \text{при } r < r_1 \\ U_2 & \text{при } r_1 < r < r_2 \\ U_3 & \text{при } r > r_2 \end{cases}$$

и оцените скорость распада такого квазистационарного состояния.

**Задача 1.36.** Используя решение задачи 1.23, оцените вероятность альфа-распада атома в основном  $s$ -состоянии.

**Задача 1.37.** Используя соотношения для вольт-амперной характеристики туннельного перехода, состоящего из двух массивных нормальных металлов в приближении свободного электронного газа

$$j = \frac{2e}{2\pi\hbar} \int T(E_{\parallel}) N(E_{\parallel}) dE_{\parallel}$$

где

$$N(E_{\parallel}) = \frac{m^*}{2\pi\hbar^2} \int_{E_{\parallel}}^{\infty} (f_0(E - e\varphi_L) - f_0(E - e\varphi_R)) dE$$

получите формулу Тцу-Есаки (задача 1.38).

**Задача 1.38.** Используя формулу Тцу-Есаки

$$j = \frac{2e}{2\pi\hbar} \int_0^{\infty} T(E_{\parallel}) \cdot \frac{m^*}{2\pi\hbar^2} \cdot kT \cdot \ln \frac{(1 + e^{-(E_{\parallel} - \mu - e\varphi_L)/kT})}{(1 + e^{-(E_{\parallel} - \mu - e\varphi_R)/kT})} dE_{\parallel}$$

оцените туннельную проводимость перехода, состоящего из двух массивных нормальных металлов, при  $T=0$  и при малых смещения.

**Задача 1.39.** Используя формулу Тцу-Есаки (задача 1.38), рассчитайте вольт-амперную характеристику перехода, состоящего из двух массивных нормальных металлов, при  $T=0$  и при больших смещения.

**Задача 1.40.** Рассчитайте вольт-амперную характеристику туннельного перехода, состоящего из двух массивных нормальных металлов и квантовой ямы с дискретным энергетическим спектром (резонансно-туннельный диод), при  $T=0$ .

**Задача 1.41.** Оцените число распространяющихся мод, анализируя площадь сечений сферы Ферми для заданного импульса, для туннельно-связанных металлов в приближении свободного электронного газа

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-2



**Задача 2.1.** Используя выражение для средней свободной энергии системы попарно-коррелированных электронов

$$E = \sum_{\vec{k}} 2\varepsilon_{\vec{k}} |v_{\vec{k}}|^2 + \sum_{\vec{k}} V_{\vec{k},\vec{k}} u_{\vec{k}} v_{\vec{k}}^* u_{\vec{k}}^* v_{\vec{k}}$$

определите зависимости факторов когерентности  $u_{\vec{k}}$  и  $v_{\vec{k}}$  от волнового вектора в состоянии термодинамического равновесия.

**Задача 2.2.** Используя выражение для спектра квазичастичных возбуждений  $E_{\vec{k}} = \sqrt{\varepsilon_{\vec{k}}^2 + \Delta_{\vec{k}}^2}$ , рассчитайте плотность состояний квазичастичных возбуждений.

**Задача 2.3.** Рассчитайте вольт-амперную характеристику перехода сверхпроводник – изолятор – нормальный металл при  $T=0$ .

**Задача 2.4.** Рассчитайте вольт-амперную характеристику перехода сверхпроводник – изолятор – сверхпроводник при  $T=0$ .

**Задача 2.5.** Рассчитать зависимость полного джозефсоновского тока через короткий джозефсоновский контакт от внешнего магнитного поля.

**Задача 2.6.** Решить задачу о структуре джозефсоновского вихря в широком джозефсоновском переходе в модели Феррела-Прейджа.

**Задача 2.7.** В рамках модели резистивно-шунтированного перехода рассчитать вольт-амперную характеристику короткого джозефсоновского перехода для заданного стороннего тока (задача о нестационарном эффекте Джозефсона).

**Задача 2.8.** В рамках модели резистивно-шунтированного перехода рассчитать вольт-амперную характеристику точечного джозефсоновского перехода для заданного переменного напряжения (задача о ступеньках Шапиро).

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»

### 5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-1

Физический смысл коэффициентов матрицы рассеяния и трансфер-матрицы

Решение задач отражения и туннелирования матричным методом

Туннельно-связанные потенциальные ямы. Расщепление уровней

Представление о скорости туннелирования

Область применимости квазиклассических выражений

Формулы связи 1 и 2 (качественная интерпретация)

Квазистационарные состояния в квантовой механике

Плотность туннельного тока в плоскостойкой системе

Формула Ландауэра

Формула Тцу-Есаки

Холодная полевая эмиссия. Формула Фаулера-Нордгейма

Туннелирование через квантово-размерные состояния. Резонансно-туннельный диод

Критерии важности зарядовых эффектов

Одноэлектронный транзистор в состоянии равновесия. Понятие кулоновской блокады туннелирования

Туннельные переходы в одноэлектронном транзисторе. Условие энергетической выгоды

Фазовая диаграмма  $V-V_0$  и «кулоновские ромбы»

Сканирующая туннельная микроскопия: основные режимы

Сканирующая туннельная спектроскопия: основные режимы

Задача Бардина о туннелировании в системе слабо взаимодействующих электронных резервуаров.  
Матричный элемент туннельного перехода

Задача Терсоффа-Хаманна. Связь туннельной проводимости и локальной плотности состояний

Квазичастичная интерференция. Восстановление спектра поверхностных состояний

Эффект спинового вентиля: качественные соображения

Рассеяние спин-поляризованного электрона в туннельном контакте

Проводимость туннельного перехода с ферромагнитными берегами



Спин-поляризованная туннельная микроскопия

«Полупроводниковая» модель сверхпроводника. Плотность квазичастичных состояний

Визуализация сверхпроводящих вихрей: качественные соображения

Квантовый стандарт напряжения

Квантовые СКВИД-магнитометры

### **5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-2**

Поток вероятности для нормированных волновых функций (с выводом)

Матрица рассеяния. Основные свойства (с выводом)

Трансфер-матрица. Основные свойства (с выводом)

Рассеяние на скачке потенциала (с выводом)

Рассеяние на прямоугольном барьере (с выводом)

Рассеяние на потенциале с двумя локализованными неоднородностями (с выводом)

Спектр локализованных состояний в потенциальной яме произвольной формы (с выводом)

Спектр локализованных состояний в прямоугольной яме конечной высоты (с выводом)

Резонансное туннелирование (с выводом)

Форма линии резонансного прохождения (с выводом)

Квазиклассическое приближение. Модель Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна (с выводом)

Формула квантования Бора-Зоммерфельда (с выводом)

Прохождение через одномерный барьер (с выводом)

Скорость распада квазистационарных состояний в двухбарьерном потенциале (с выводом)

Скорость распада квазистационарных состояний в сферическом потенциале (с выводом)

Альфа-распад (с выводом)

Потенциал изображения (с выводом)

Проводимость туннельного перехода при малых напряжениях: закон Ома (с выводом)

Эквивалентная схема одноэлектронного транзистора (с выводом). Внутренняя и свободная энергия

s-d модель. Электронные волны в однородном ферромагнетике (с выводом)

Квазичастичное туннелирование в системе норм. металл – изолятор – сверхпроводник при заданном напряжении (с выводом)

Квазичастичное туннелирование в системе сверхпроводник – изолятор – сверхпроводник при заданном напряжении (с выводом)

50. Визуализация сверхпроводящих вихрей: качественные соображения

Калибровочная инвариантность уравнений квантовой механики (с выводом)

Первое соотношение Джозефсона (с выводом)

Второе соотношение Джозефсона (с выводом)

Нестационарный эффект Джозефсона: RSJ модель. Осцилляции напряжения при заданном токе (с выводом)

Ступени Шапиро (с выводом).

Осцилляции критического тока точечного джозефсоновского перехода (с выводом)

Осцилляции критического тока параллельно-подключенных точечных джозефсоновских переходов (с выводом)

### **Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»

### **5.3.5 Типовые задания (оценочное средство - Доклад-презентация) для оценки сформированности компетенции ПК-3**

Представление короткой презентации (на 10-15 мин) по одному из вопросов программы курса

### **Критерии оценивания (оценочное средство - Доклад-презентация)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна

Оценка	Критерии оценивания
	компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

### Основная литература:

1. Туннельные явления в твердых телах : [лекции] / под ред. Э. Бурштейна и С. Лундквиста ; пер. с англ. И. П. Ипатовой и А. В. Субашиева ; под ред. Б. И. Переля. - М. : Мир, 1973. - 421 с. : черт. - 2.63., 3 экз.
2. Ландау Лев Давидович. Теоретическая физика : учеб. пособие для студентов физ. специальностей ун-тов : в 10 т. Т. 3. Квантовая механика. Нерелятивистская теория / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. - Изд. 6-е, испр. - Москва : Физматлит, 2019. - 800 с. - ISBN 978-5-9221-0530-9 (т. 3). - ISBN 978-5-9221-1508-7 : 2600.00., 1 экз.
3. Демиховский Валерий Яковлевич. Физика квантовых низкоразмерных структур / В. Я. Демиховский, Г. А. Вугальтер. - М. : Логос, 2000. - 248 с. : ил. - ISBN 5-88439-045-9 : 25.00., 3 экз.
4. Шмидт Вадим Васильевич. Введение в физику сверхпроводников. - 2-е изд., испр. и доп. В. В. Рязановым, М. В. Фейгельманом. - М. : МЦНМО, 2000. - 402 с. : ил. - (Современные лекционные курсы). - ISBN 5-900916-68-5 : 40.00., 1 экз.
5. Вольф Е. Л. Принципы электронной туннельной спектроскопии / пер. с англ. М. А. Белоголовского [и др.] ; под ред. В. М. Свистунова. - Киев : Наукова думка, 1990. - 543 с. : ил. - 7.10., 2 экз.
6. Солимар Л. Туннельный эффект в сверхпроводниках и его применение / пер. с англ. А. Ф. Волкова и Э. М. Эпштейна. - М. : Мир, 1974. - 428 с. : с черт. - 2.74., 4 экз.
7. Аладышкин Алексей Юрьевич. Лекции по физике поверхности. Введение в физику поверхностных и интерфейсных явлений : учебное пособие / А. Ю. Аладышкин, А. А. Фраерман ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2024. - 287 с. - ISBN 978-5-91326-861-7. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=892179&idb=0>.

### Дополнительная литература:

1. Блохинцев Дмитрий Иванович. Основы квантовой механики : [учеб. пособие для вузов]. - 6-е изд., стер. - М. : Наука, 1983. - 664 с. : ил. - 1.60., 15 экз.
2. Бом Давид. Квантовая теория / пер. с англ. Л. А. Шубиной ; под ред. С. В. Вонсовского. - Изд. 2-е, испр. - М. : Наука, 1965. - 727 с. : черт. - 2.48., 4 экз.
3. Галицкий Виктор Михайлович. Задачи по квантовой механике : [учеб. пособие для физ. специальностей вузов]. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1992. - 878, [2] с. : ил. - ISBN 5-02-014365-0 (в пер.) : 62.50., 6 экз.
4. Фреман Н. ВКБ-приближение / пер. с англ. Б. А. Лысова ; под ред. А. А. Соколова. - М. : Мир,

1967. - 168 с. : черт. - 0.57., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

курс "Туннельные явления в твёрдых телах" на англ. языке, материалы летней школы Пекинского политехнического университета (июль 2024), <https://mezo-mipt.ru/conferences/9>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки/специальности 03.04.03 - Радиофизика.

Автор(ы): Аладышкин Алексей Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Красильник Захарий Фишелевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 18.12.2023, протокол № 09/23.