

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Физический факультет
Кафедра теоретической физики

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол № 6 от «31» мая 2023 г.

Рабочая программа дисциплины
Основы теории линейных операторов

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки: 28.03.01 Нанотехнологии и микросистемная техника
Направленность (профиль): "Материалы микро- и наносистемной техники"

Форма обучения: очная

Нижний Новгород, 2023

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Основы теории линейных операторов» относится к дисциплинам по выбору формируемой участниками образовательных отношений части основной образовательной программы по направлению 28.03.01 Материалы микро- и наносистемной техники. Преподается на втором году обучения, в четвертом семестре. Освоению дисциплины предшествует освоение дисциплин (модулей) «Математика», «Общая физика».

Цели и задачи освоения дисциплины:

Целями освоения дисциплины «Основы теории линейных операторов»:

- овладение методами исследования математических и физических моделей объектов и процессов в окружающем мире, основанных на принципах теории линейных векторных пространств и теории линейных операторов в гильбертовом пространстве (ГПР);
- изучение фундаментальных законов и положений, определяющих свойства линейных операторов в ГПР;
- выработка у студентов практических навыков описания сложных процессов микромира и закономерностей физики на языке адекватных обобщенных операторных моделей.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

№ п/п	Код компетенции*	Содержание компетенции	Планируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства
1	ПК-2.	ПК-2. Способен проводить физико-математическое моделирование исследуемых процессов нанотехнологии и объектов нано- и микросистемной техники с использованием современных компьютерных технологий	Знать границы применимости математических методов в физике.	1. Индивидуальное собеседование. 2. Выполнение практических заданий.
			Уметь применять в рамках профессиональной деятельности методы и подходы теории линейных операторов в гильбертовом пространстве.	1. Индивидуальное собеседование. 2. Выполнение практических заданий.
			Владеть навыками использования на практике методов теории линейных операторов в целях решения профессиональных задач.	1. Индивидуальное собеседование. 2. Выполнение практических заданий.

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
--------------------	-------

Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия практического типа	32
самостоятельная работа	42 (работа в семестре) 36 (на подготовку к экзамену)
Промежуточная аттестация	4семестр – экзамен

3.2 Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В ТОМ ЧИСЛЕ				Самостоятельная работа в течение семестра, часы
		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) в течение семестра, часы, из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
1. Линейные векторные пространства. Размерность, базис пространства. Аксиомы.	41	4	4	—	8	33
2. Линейные операторы. Линейные и нелинейные операторы. Коммутаторы. Свойства коммутирующих операторов. Собственные векторы и собственные значения операторов.	72	16	16	—	32	40
3. Оператор Лапласа в сферической и цилиндрической системах координат. Оператор Лапласа в сферической системе координат. Операторы квадрата момента импульса и проекции момента на ось z . Общие собственные функции. Полиномы Лежандра, рекуррентные соотношения и свойства. Сферические гармоники. Оператор Лапласа в цилиндрической системе координат. Функции Бесселя и Неймана. Общее решение уравнения Лапласа в сферической и	64	12	12	—	24	40

цилиндрической системах координат.						
В т.ч. текущий контроль	2	2				—
Промежуточная аттестация – зачет и экзамен						

4. Образовательные технологии

- 1) Чтение лекций;
- 2) сопровождение лекций написанием и выводом формул, построением графиков, изображением рисунков на доске;
- 3) методика «вопросы и ответы»;
- 4) выполнение практического задания у доски;
- 5) индивидуальная работа над практическим заданием;
- 6) работа в парах над практическим заданием;
- 7) работа в малых группах над практическим заданием;
- 8) методика «мозговой штурм».

5. Учебно-методическое обеспечение, формы организации и контроля самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся предполагает изучение конспектов лекций, выделенных разделов основной литературы, а также дополнительной литературы, выполнение практических заданий, отвечающих изучаемым разделам дисциплины, подготовку к промежуточной аттестации.

Перечень основной и дополнительной литературы для самостоятельного изучения приведен настоящей Рабочей программы дисциплины.

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации, примеры практических заданий приведены настоящей Рабочей программы дисциплины.

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

6.1 Перечень компетенций выпускников образовательной программы, в формировании которых участвует дисциплина, с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений) приведён выше (раздел 2). Ниже приведена таблица образовательных дескрипторов (отличительных признаков уровней освоения компетенций)

Индикаторы компетенции	ОЦЕНКА СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИИ						
	Плохо	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Очень хорошо	Отлично	Превосходно
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала или невозможность оценить	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько	Уровень знаний в объеме, полностью соответствующем программе подготовки, допущены	Уровень знаний в объеме, полностью соответствующем программе подготовки, либо, возможно, превышающем ее. Без ошибок.

	полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа.	ошибки.		негрубых ошибок.	несущественных ошибок.	одна-две несущественных ошибки.	
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений или невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа.	При решении стандартных задач и/или выполнении стандартных практических заданий не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками и/или выполнены все практические задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками и/или выполнены все практические задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с некоторыми недочетами и/или выполнены все практические задания, в полном объеме, но некоторые с небольшими недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами и/или выполнены все практические задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи и/или выполнены все практические задания, в полном объеме без недочетов.
<u>Навыки (владения)</u>	Отсутствие владения материалом или невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.	При решении стандартных задач и/или выполнении стандартных практических заданий не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач и/или выполнения стандартных практических заданий с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач и/или выполнения практических заданий с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач и/или выполнения практических заданий без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач и/или выполнении нестандартных практических заданий без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач и/или выполнению нестандартных практических заданий.
Характеристика сформированности компетенции	Компетенция совершенно не сформирована. Отсутствуют знания, умения, навыки, необходимые для решения практических (профессиональных) задач.	Компетенция не сформирована. Имеющихся знаний, умений, навыков явно недостаточно для решения практических (профессиональных) задач.	Сформированность компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач.	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям, но есть недочеты. Имеющихся знаний, умений и навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач.	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения стандартных практических (профессиональных) задач.	Сформированность компетенции полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в полной мере достаточно для решения сложных практических (профессиональных) задач.	Сформированность компетенции превышает стандартные требования. Имеющихся знаний, умений, навыков в полной мере достаточно для применения творческого подхода к решению сложных практических

			но требуется дополнительная практика по большинству практических задач.	льных) задач, но требуется дополнительная практика по некоторым профессиональным задачам.			(профессиональных) задач.
--	--	--	---	---	--	--	---------------------------

6.2 Описание шкал оценивания

Промежуточной аттестацией для дисциплины «Основы теории линейных операторов» являются **зачет и экзамен**.

По итогам зачета выставляются оценки «Не зачтено» (означает отсутствие аттестации) или «Зачтено» (означает прохождение первого этапа промежуточной аттестации – зачета). В случае прохождения зачета обучающийся допускается ко второму этапу промежуточной аттестации – экзамену.

По итогам экзамена выставляется оценка по семибалльной шкале: оценки «Плохо» и «Неудовлетворительно» означают отсутствие аттестации, оценки «Удовлетворительно», «Хорошо», «Очень хорошо», «Отлично» и «Превосходно» выставляются при успешном прохождении аттестации.

6.3 Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- индивидуальное собеседование (промежуточная аттестация).

Контрольные вопросы для индивидуального собеседования представлены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и навыков используются следующие процедуры и технологии:

- выполнение практических заданий (текущий контроль, промежуточная аттестация).

Примеры практических заданий для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации представлены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Критериями оценивания на зачете являются наличие умений и владений (навыков), перечисленных в п. 5 настоящей Рабочей программы дисциплины. Критериями оценивания на экзамене являются полнота знаний, наличие умений и владений (навыков), перечисленных в п. 5 настоящей Рабочей программы дисциплины.

«Не зачтено» – обучающийся не показал минимально допустимый уровень умений и навыков выполнения практических заданий;

«Зачтено» – обучающийся успешно показал умения и навыки выполнения практических заданий базового уровня сложности;

«Плохо» – обучающийся не продемонстрировал никаких знаний об основных теоретических разделах курса, не показал никаких умений и навыков выполнения практических заданий;

«Неудовлетворительно» – обучающийся не продемонстрировал представления об основных теоретических разделах курса, не показал минимально допустимый уровень умений и навыков выполнения практических заданий;

«Удовлетворительно» – обучающийся продемонстрировал изложение формулировок основных теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения практических заданий базового уровня сложности;

«Хорошо» – обучающийся продемонстрировал связное изложение основных теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения стандартных практических заданий;

«Очень хорошо» – обучающийся продемонстрировал связное изложение практически всех теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения стандартных практических заданий;

«Отлично» – обучающийся продемонстрировал связное изложение всех теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения практических заданий повышенного уровня сложности;

«Превосходно» – обучающийся продемонстрировал уровень знаний в объеме, превышающем стандартную программу подготовки, и продемонстрировал творческий подход к выполнению практических заданий повышенного уровня сложности.

6.4 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции

6.4.1. При проведении промежуточной аттестации обучающимся предлагаются следующие контрольные вопросы, охватывающие программу дисциплины «Основы теории линейных операторов»:

1. Линейные векторные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Полный набор линейно независимых векторов.
2. Скалярное произведение векторов. Сопряженное векторное пространство.
3. Линейные операторы. Коммутатор. Коммутирующие операторы.
4. Функции от оператора. Оператор сдвига.
5. Эрмитовское сопряжение операторов. Самосопряженные операторы.
6. Матричное представление оператора. След оператора.
7. Интегральное ядро оператора. Унитарные операторы.
8. Собственные векторы и спектр оператора.
9. Собственный базис оператора. Функции от операторов в собственном базисе.
10. Обратный оператор. Связь унитарных и эрмитовских операторов.
11. Совместный спектр нескольких коммутирующих операторов. Полный набор коммутирующих операторов.
12. Проекционные операторы.
13. Условие полноты системы базисных векторов. - функция Дирака и ее свойства.
14. Собственные функции и собственные значения оператора сдвига.

15. δ - и ϵ - представления операторов.
16. Функция Грина оператора.
17. Оператор Лапласа в сферических координатах. Угловая часть оператора Лапласа и ее связь с оператором момента импульса.
18. Собственные значения и собственные функции оператора квадрата момента импульса.
19. Производящая функция для полиномов Лежандра. Полиномы Лежандра.
20. Присоединенные полиномы Лежандра. Явный вид сферических функций.
21. Оператор Лапласа в цилиндрических координатах. Общее решение уравнения Лапласа в цилиндрических координатах.
22. Производящая функция для функций Бесселя. Рекуррентные соотношения для функций Бесселя. Асимптотическое поведение и нули функций Бесселя.

6.4.2. Примеры практических заданий для практических занятий, самостоятельной работы обучающихся, проведения текущего контроля и промежуточной аттестации:

1. Функцию разложить по общему собственному базису операторов L^2 и M^2 .
2. Вычислить интеграл $\int_0^\pi \sin^2 \theta \sin^2 \phi \sin^2 \psi d\theta d\phi d\psi$.
3. Разложить по полиномам Лежандра функцию $P_n(\cos \theta)$.
4. Найти вид оператора L^2 в собственном представлении оператора M^2 .
5. Используя метод функции Грина, найти частное решение уравнения $\Delta u = f$.

6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

1. Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утвержденное приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 №55-ОД.
2. Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

Дж. Мэттьюз, Р. Уокер «Математические методы в физике», М.: Атомиздат, 1972. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 20 экз.
<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=66339>.

б) дополнительная литература:

1) Ли Цзун Дао «Математические методы в физике», М.: Мир, 1965. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 4 экз.

<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=66797>.

2) А.И. Ахиезер, И.М. Глазман «Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве»

(В 2 т. Т. 1. – Харьков: Высшая школа, 1977. – 315 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 2 экз.

<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=94339>;

В 2 т. Т. 2. – Харьков: Высшая школа, 1978. – 288 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 1 экз.

<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=94340>;

М.: Наука, Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1966. – 544 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 6 экз.

<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=94875>;

М.; Л.: Гостехиздат, 1950. – 483 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 11 экз.

[http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=94356\)](http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=94356)

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Интернет-ресурсы Фундаментальной библиотеки ННГУ <http://www.lib.unn.ru/>.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение дисциплины обусловлено наличием учебных аудиторий для проведения занятий, оборудованных специализированной мебелью, меловыми или магнитно-маркерными досками для представления учебной информации большой аудитории. Ресурс мела и маркеров для доски в учебных аудиториях регулярно возобновляется.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся (на базе Фундаментальной библиотеки ННГУ) оснащены компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями установленного ННГУ образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 28.03.01 – «Нанотехнологии и микросистемная техника».

Автор, доцент кафедры теоретической физики к.ф.-м.н., доцент Д.В. Хомицкий

Рецензент:
заведующий кафедрой
физики полупроводников, электроники и наноэлектроники
д.ф.-м.н., профессор Д.А. Павлов

Заведующий кафедрой
теоретической физики
д.ф.-м.н., доцент В.А. Бурдов

Программа одобрена на заседании Учебно-методической комиссии физического факультета ННГУ, протокол б/н от «20» мая 2023 г.

Председатель
Учебно-методической комиссии
физического факультета ННГУ А.А. Перов