

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Исследование операций

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

01.03.02 - Прикладная математика и информатика

---

Направленность образовательной программы

Прикладная математика и информатика (общий профиль)

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.16 Исследование операций относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2: Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности, осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний ОПК-1.3: Имеет практический опыт применения фундаментальных знаний, полученных в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знать базовые модели и принципы рационального выбора в условиях конфликта и неопределенности, включая основные математические утверждения об их свойствах. Понимать математическое единство моделей выбора решения, имеющих различную содержательную интерпретацию (например, задач планирования типа линейных программ и задач выбора при противоположных интересах типа матричных игр и др.), знать модели операций в нормальной и позиционной формах, принцип максимина, принцип Байеса, равновесие по Нэшу, оптимальность по Парето  ОПК-1.2: Уметь применять теоретические знания для решения типовых задач выбора, преобразовывать модели (редуцировать игры, приводить позиционную модель к нормальной форме), и применять соответствующий задаче принцип выбора	Задачи Тест	Экзамен: Задачи Контрольные вопросы

		ОПК-1.3: Владеть техникой доказательства математических утверждений и различными методами и способами отыскания решений стандартных задач выбора, аналитическими и графическими методами отыскания седловых точек, ситуаций равновесия, арбитражных решений, байесовских стратегий		
--	--	---	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>5</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>180</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>48</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>24</b>
- КСР	<b>2</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>70</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b> <b>Экзамен</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Модель операции в нормальной форме и принципы выбора	24	10	4	14	10
Принцип максимина в конечных играх двух лиц с нулевой суммой	24	10	4	14	10

Смешанные стратегии	40	10	10	20	20
Кооперативный подход	20	8	2	10	10
Матричные игры и линейное программирование	14	4	0	4	10
Элементы теории статистических решений	20	6	4	10	10
Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	180	48	24	74	70

### Содержание разделов и тем дисциплины

#### МОДЕЛЬ ОПЕРАЦИИ В НОРМАЛЬНОЙ ФОРМЕ И ПРИНЦИПЫ ВЫБОРА

Принятие решений как существенная сторона целенаправленной деятельности. Искусство и наука принятия решений. Математическая модель задачи выбора решения (операция). Оперирующая сторона и ее стратегии. Исход операции. Зависимость исхода от действий нескольких сторон и неуправляемых параметров (состояний природы). Интересы сторон. Бинарные отношения как средство описания предпочтительности исходов. Представление полного квазипорядка функцией полезности. Максимизация полезности как модель цели оперирующей стороны. Критерии эффективности сторон. Модель операции в нормальной форме. Классификация разделов теории исследования операций по моделям в нормальной форме. Терминология. Выбор стратегий в модели операции в нормальной форме. Связь возможности оценки стратегии с информированностью сторон. Оценка стратегий в условиях неопределенности по гарантированному результату. Зависимость интересов сторон от принципа оценки стратегий. Устойчивость и эффективность решений. Устойчивость решений в антагонистических играх. Связь существования устойчивых решений с существованием седловой точки ядра антагонистической игры с существованием и равенством минимакса и максимина ядра антагонистической игры. Принцип минимакса (максимина) для выбора стратегий. Оптимальные стратегии в антагонистической игре. Пример анализа антагонистической модели на основе принципа минимакса ("шумная дуэль"). Вероятностная модель для состояний природы и усреднение полезностей.

#### ПРИНЦИП МАКСИМИНА В КОНЕЧНЫХ ИГРАХ ДВУХ ЛИЦ С НУЛЕВОЙ СУММОЙ

Матричные игры. Седловая точка матрицы. Примеры игр с седловыми точками в матрицах и без седловых точек. Позиционная (развернутая) форма модели. Приведение позиционной модели к нормальной форме. Существование седловой точки матрицы в играх с полной информацией. СМЕШАННЫЕ СТРАТЕГИИ Роль информации о действиях другой стороны в антагонистической игре без устойчивых решений. Использование шаблона поведения другой стороны для прогнозирования ее решений. Случайный выбор (использование рулетки) как форма исключения шаблона поведения введением в модель неизвестных состояний природы. Введение случайного выбора как расширение понятия стратегии. Смешанные стратегии и усреднение ядра антагонистической игры. Биматричные игры. Метод графического определения всех устойчивых решений для смешанного расширения  $2 \times 2$  биматричной игры, существование устойчивых решений в смешанном расширении любой  $2 \times 2$  биматричной игры. Решение антагонистической  $2 \times 2$  игры в смешанных стратегиях. Природа устойчивости, обеспечиваемой смешанной стратегией (антагонизм поведения без антагонизма интересов) в биматричных  $2 \times 2$  играх. Смешанное расширение произвольной биматричной игры. КООПЕРАТИВНЫЙ ПОДХОД Внешняя стабилизация решения (арбитражные схемы). Модель формирования сделки. Аксиомы справедливого дележа (аксиомы Нэша). Существование для каждой сделки единственного дележа, удовлетворяющего аксиомам Нэша. Сравнение устойчивого и арбитражного решений. Модель с угрозами. Расширение понятия стратегии введением угроз. Аксиомы Нэша и отвечающий им дележ при заданных стратегиях угрозы. Выбор оптимальных стратегий угрозы для случая линейной с отрицательным единичным наклоном Паретовской границы множества допустимых дележей. Оптимальные угрозы как решение вспомогательной антагонистической игры.

## МАТРИЧНЫЕ ИГРЫ И ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Прямая и двойственная задачи с ограничениями вида неравенств и теорема двойственности (формулировка и интерпретация). Задача выбора плана производства при возможной закупке недостающего сырья и продаже излишков сырья. Совпадение максимина и минимакса введенной задачи соответственно с прямой и двойственной задачами. Связь решения матричной игры с решением линейной программы, имеющей ту же матрицу, единичные затраты ресурсов и единичные цены на продукцию. Существование решения матричной игры с любой матрицей как следствие того, что соответствующая линейная программа всегда имеет решение. Физические смеси стратегий. Случай дробимости объекта применения чистых стратегий. Меры частей объекта как аналоги компонент смешанных стратегий. Определение максимального гарантированного результата в задаче с неопределенными условиями выбора и физическими смесями стратегий методами решения матричных игр.

## ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ СТАТИСТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

Выбор решений в условиях неопределенности. Оценка состояний природы. Априорное распределение вероятностей для состояний природы и априорный риск. Модель испытаний с единичной выборкой и апостериорный риск. Стратегия статистика. Принцип Байеса. Байесовские стратегии и байесовский риск. Проверка простой гипотезы относительно простой альтернативы. Статистические гипотезы, простые и сложные гипотезы и альтернативы. Испытуемые гипотезы, принятие и отвержение гипотез, выборочная точка и критическая область, ошибки первого и второго рода. Байесовский критерий как проверка по отношению правдоподобия. Вероятности ошибок первого и второго рода (значимость и мощность критерия). Байесовский риск как функция ошибок первого и второго рода. Случай неизвестного априорного распределения для состояний природы и минимаксные стратегии статистика.

## 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:  
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Исследование операций, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=344>.

Иные учебно-методические материалы:

Модели выбора решений в конфликтных ситуациях : учебно-методическое пособие / А. В. Баркалов, Н. В. Шестакова ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2021. - 47 с. - Текст : электронный.

Постоянная ссылка на документ: <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=794034&idb=0>

## 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

**5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

### 5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Установить, какие точки являются седловыми для функции области  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ .

$$M(x, y) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \geq y, \\ y^2, & x < y, \end{cases}$$

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Задача решена полностью, подробно описан процесс решения, выполнена проверка
отлично	Задача решена полностью, описан процесс решения, выполнена проверка
очень хорошо	Задача решена полностью, описан процесс решения
хорошо	Задача решена с недочетами, процесс решения описан не полностью
удовлетворительно	Задача решена с недочетами
неудовлетворительно	Задача решена с грубыми ошибками
плохо	Нет решения задачи

### 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Какое из утверждений справедливо для произвольной игры двух лиц ?

- Множество ситуаций равновесия по Нэшу всегда совпадает с множеством решений, оптимальных по Парето
- Множество ситуаций равновесия по Нэшу никогда не пересекается с множеством решений, оптимальных по Парето
- Множество ситуаций равновесия по Нэшу всегда включает в себя множество решений, оптимальных по Парето
- Множество ситуаций равновесия по Нэшу может не совпадать с множеством решений, оптимальных по Парето

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Более половины правильных ответов

Оценка	Критерии оценивания
не зачтено	Менее половины правильных ответов

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

	ответа		и недочетами	недочетами		недочетов	
--	--------	--	-----------------	------------	--	-----------	--

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Игрок 1 выбирает одно из чисел {1, 2, 3}, одновременно (т. е. не зная выбора игрока1 ) игрок 2 выбирает одно из двух чисел: {1, 2. Затем бросается симметричная монета. При выпадении герба выигравшим считается игрок 1, в противном случае – игрок 2. Выигрыш первого игрока составляет сумму выбранных чисел, выигрыш второго – абсолютное значение их разности. Найти оптимальные стратегии игроков, если сумма выигрышей равна нулю.

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Задача решена полностью, подробно описан процесс решения, выполнена проверка
отлично	Задача решена полностью, описан процесс решения, выполнена проверка
очень хорошо	Задача решена полностью, описан процесс решения



Оценка	Критерии оценивания
хорошо	Задача решена с недочетами, процесс решения описан не полностью
удовлетворительно	Задача решена с недочетами
неудовлетворительно	Задача решена с грубыми ошибками
плохо	Нет решения задачи

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Построение функции полезности, представляющей отношение нестрогого предпочтения, на конечном множестве исходов.
Модель операции в нормальной форме.
Классификация моделей операций.
Оценка решений по гарантированному результату.
Устойчивость (равновесие по Нэшу) и эффективность (оптимальность по Парето) решений.
Совместимость устойчивости и эффективности.
Связь устойчивости с седловыми точками.
Устойчивые и эффективные решения в дуополии Курно.
Игра с фиксированной последовательностью шагов. Равновесие по Штакельбергу.
Рынок одного товара. Баланс спроса и предложения.
Роль посредников в стабилизации баланса.
Верхняя и нижняя цена антагонистической игры. Связь между ними.
Условия совпадения верхней и нижней цены игры.
Борьба за рынок сбыта скоропортящейся продукции как шумная дуэль. Оптимальные стратегии участников.
Принцип максимина в конечных играх двух лиц с нулевой суммой
Позиционная форма игры и переход к нормальной форме.

Устойчивые решения в играх с полной информацией.
Смешанные стратегии
Смешанное расширение матричной игры.
Смешанное расширение биматричной игры.
Упрощение условий устойчивости в конечных играх (сужение множества проверяемых неравенств).
Решение матричных 2x2 игр.
Решение биматричных 2x2 игр.
Графический метод решения матричных 2xN игр.
Кооперативный подход к биматричным играм. Модель совместных действий.
Сделки без побочных платежей и с побочными платежами.
Аксиомы справедливого дележа.
Единственность решения оптимизационной задачи, определяющей арбитражное решение.
Существование опорной гиперплоскости, проходящей через точку арбитражного решения.
Выполнение аксиом справедливого дележа для решения оптимизационной задачи, определяющей арбитражное решение.
Единственность арбитражного решения (дележа, удовлетворяющего аксиомам Нэша).
Арбитражное решение с угрозами сделки без побочных платежей. Оптимальные стратегии угроз.
Решение двойственных задач линейного программирования как седловая точка игры «производитель-поставщик».
Сведение задачи решения антагонистической игры к решению задачи линейного программирования.
Разрешимость задачи линейного программирования, соответствующей матричной игре (существование решения матричной игры).
Выбор решений в условиях неопределенности. Статистическая игра с единичным испытанием.
Принцип Байеса.
Система неравенств, определяющая байесовскую решающую функцию через апостериорное распределение вероятностей.
Байесовская решающая функция в задаче проверки простой гипотезы относительно простой альтернативы.
Ошибки I и II рода в задаче проверки простой гипотезы относительно простой альтернативы. Байесовский риск как

функция вероятностей ошибок.
Функция байесовского риска в задаче проверки простой гипотезы относительно простой альтернативы и ее свойства.
Минимаксная стратегия для задач с неизвестным априорным распределением. Наименее выгодное распределение вероятностей на состояниях природы.
Задание байесовских стратегий разбиением пространства распределений вероятностей для состояний природы.
Выбор простой гипотезы из конечного множества гипотез.
Байесовская решающая функция в задаче с двумя состояниями природы и тремя решениями статистика.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Не-возможность оценить полно-ту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Стронгин Роман Григорьевич. Исследование операций : Модели экономического поведения : учеб. для студентов, обучающихся по направлению 510200 - Прикладная математика и информатика и по специальности 010200 - Прикладная математика и информатика / Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 2002. - 244 с. : ил., табл. - В надзаг.: Нац. фонд подгот. кадров. - ISBN 5-85746-682-2 : 100.00., 108 экз.

Дополнительная литература:

1. Баркалов Александр Валентинович. Модели выбора решений в конфликтных ситуациях : учебно-методическое пособие / А. В. Баркалов, Н. В. Шестакова ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2021. - 47 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=794034&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Стронгин Р.Г. Исследование операций. Модели экономического поведения. Электр. ресурс. Режим доступа свободный, <http://www.intuit.ru/studies/courses/1056/161/info>.

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Стронгин Роман Григорьевич, доктор физико-математических наук, профессор  
Шестакова Наталья Валерьевна.

Заведующий кафедрой: Баркалов Константин Александрович, доктор технических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.