

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Уравнения математической физики

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

01.03.03 - Механика и математическое моделирование

Направленность образовательной программы

Математическое моделирование и компьютерный инжиниринг

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.16 Уравнения математической физики относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции | | Наименование оценочного средства | |
|---|--|---|------------------------------------|---------------------------------|
| | Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора) | Результаты обучения по дисциплине | Для текущего контроля успеваемости | Для промежуточной аттестации |
| ОПК-1: Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности | ОПК-1.1: Знает основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук. ОПК-1.2: Умеет анализировать и решать стандартные профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук. ОПК-1.3: Владеет навыками применения фундаментальных разделов механики, базовых знаний естественно-научного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач. | ОПК-1.1: Знает основные понятия, математические модели уравнений математической физики. ОПК-1.2: Умеет анализировать и решать стандартные задачи с применением фундаментальных знаний математической физики. ОПК-1.3: Владеет навыками применения фундаментальных разделов матфизики при решении стандартных профессиональных задач. | Собеседование | Экзамен: Контрольная работа |
| ОПК-5: Способен использовать в педагогической деятельности научные основы знаний в сфере математики и механики | ОПК-5.1: Знает основы преподавания физико-математических дисциплин и информатики в средней школе и специальных учебных заведениях. ОПК-5.2: Умеет использовать полученные фундаментальные и специальные знания в области физико-математических наук в преподавательской деятельности. ОПК-5.3: Владеет навыками | ОПК-5.1: Знает основы преподавания физико-математических дисциплин в школе. ОПК-5.2: Умеет использовать полученные знания в преподавательской деятельности. ОПК-5.3: Владеет навыками планирования и подготовки | Собеседование | Экзамен: Контрольные вопросы |

| | | | | |
|--|---|-----------------|--|--|
| | планирования и под-готовки учебных занятий, а также представления научных знаний. | учебных занятий | | |
|--|---|-----------------|--|--|

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

| | |
|--|-----------------------------|
| | очная |
| Общая трудоемкость, з.е. | 8 |
| Часов по учебному плану | 288 |
| в том числе | |
| аудиторные занятия (контактная работа): | |
| - занятия лекционного типа | 64 |
| - занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы) | 64 |
| - КСР | 4 |
| самостоятельная работа | 84 |
| Промежуточная аттестация | 72 Экзамен |

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

| Наименование разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | в том числе | | | |
|--|--------------|--|--|-------|---|
| | | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них | | | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
| | | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы | Всего | |
| Ф | Ф | Ф | Ф | Ф | |
| Классификация уравнений с частными производными | 10 | 4 | 4 | 8 | 2 |
| Вывод основных уравнений гиперболического типа, изучаемых в матфизике | 6 | 2 | 2 | 4 | 2 |
| Метод характеристик для одномерного волнового уравнения | 30 | 4 | 12 | 16 | 14 |
| Задачи Коши и Гурса | 24 | 4 | 10 | 14 | 10 |
| Обобщенные функции и их применение в математической физике | 12 | 4 | 2 | 6 | 6 |
| Классификация уравнений с n независимыми переменными. Начальная задача для трехмерного волнового уравнения | 18 | 10 | | 10 | 8 |
| Задача Штурма-Лиувилля. Цилиндрические функции | 20 | 6 | 6 | 12 | 8 |
| Метод Фурье (метод разделения переменных) | 34 | 8 | 16 | 24 | 10 |
| Уравнения параболического типа | 24 | 8 | 6 | 14 | 10 |
| Уравнения эллиптического типа | 24 | 8 | 6 | 14 | 10 |

| | | | | | |
|--------------------|-----|----|----|-----|----|
| Теория потенциалов | 10 | 6 | | 6 | 4 |
| Аттестация | 72 | | | | |
| КСР | 4 | | | 4 | |
| Итого | 288 | 64 | 64 | 132 | 84 |

Содержание разделов и тем дисциплины

Раздел 1. Классификация уравнений с частными производными.

Понятие дифференциального уравнения с частными производными, его классического решения.

Нелинейные, квазилинейные, линейные уравнения. Классификация линейных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. Характеристики. Приведение уравнений к каноническому виду.

Раздел 2. Вывод основных уравнений гиперболического типа, изучаемых в матфизике.

Вывод уравнений малых поперечных колебаний струны, продольных колебаний стержня. Постановка начальной и начально-краевой задач. Условия согласования в начально-краевой задаче.

Раздел 3. Метод характеристик для одномерного волнового уравнения.

Решение начальной задачи для одномерного волнового уравнения. Формула Даламбера. Понятие области зависимости, области определенности, области влияния. Решение неоднородного уравнения.

Устойчивость решения к входным данным. Понятие о корректно поставленной задаче. Начально-краевая задача для полуограниченной и ограниченной струны. Решение задач методом продолжений.

Отражение на закрепленных и свободных концах. Решение задач о распространении краевого режима.

Раздел 4. Задачи Коши и Гурса.

Задача Коши для уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. Теорема Коши-Ковалевской. (без док-ва) Задача Коши для уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Существования и единственность классического решения. Постановка задачи Гурса для уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными.

Раздел 5. Обобщенные функции и их применение в математической физике.

Определение обобщенной функции. Примеры. Действия с обобщенными функциями. Понятие обобщенного решения дифференциального уравнения.

Раздел 6. Классификация уравнений с n независимыми переменными. Начальная задача для трехмерного волнового уравнения.

Получение решения методом сферического среднего. Физическая интерпретация формулы Пуассона, принцип Гюйгенса. Решение начальной задачи методом Дюамеля. Запаздывающий потенциал. Метод спуска. Постановка начально-краевой задачи для трехмерного и двумерного волнового уравнения.

Раздел 7. Задача Штурма-Лиувилля. Цилиндрические функции.

Свойства собственных значений и собственных функций. Теорема Стеклова (без док-ва). Уравнение Бесселя. Отыскание решения уравнения Бесселя в виде обобщенного степенного ряда. Функция Неймана.

Раздел 8. Метод Фурье (метод разделения переменных).

Реализация метода на примере решения начально-краевой задачи для уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Интеграл энергии. Теоремы единственности и непрерывной зависимости от начальных данных. Обоснование метода разделения переменных для смешанной задачи для волнового уравнения. Цилиндрические функции, их использование при решении задач с осевой симметрией.

Раздел 9. Уравнения параболического типа.

Задача о распространении тепла. Постановки начальной и начально-краевой задач. Решение начальной задачи методом преобразования Фурье. Фундаментальное решение, его свойства. Решение начальной задачи в трехмерном пространстве. Принцип максимума и минимума. Теоремы единственности и

непрерывной зависимости от входных данных. Решение начально-краевых задач методом разделения переменных. Понятие функции Грина.

Раздел 10. Уравнения эллиптического типа.

Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Интегральное представление дважды дифференцируемых функций. Свойства гармонических функций. Принцип максимума и минимума для гармонических функций. Основные постановки задач для уравнения Пуассона. Теоремы единственности и непрерывной зависимости от входных данных. Метод функции Грина для решения задачи Дирихле. Построение функции Грина методом конформных отображений. Построение функции Грина методом отражений.

Раздел 11. Теория потенциалов.

Объемный потенциал, потенциалы простого и двойного слоя. Применение потенциалов к решению краевых задач.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (1 раз в семестр, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к занятиям семинарского типа, решение задач по списку, представленному преподавателем (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (экзамены).

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Дайте классификацию дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными.
2. Приведите с доказательствами схему преобразования к каноническому виду уравнения гиперболического типа.
3. Приведите с доказательствами схему преобразования к каноническому виду уравнения параболического типа.
4. Приведите с доказательствами схему преобразования к каноническому виду уравнения эллиптического типа.
5. Выведите уравнение малых поперечных колебаний струны. Сформулируйте начальную и начально-краевую задачи.
6. Дайте определение обобщенной функции. Какие возможны действия с обобщенными функциями.

7. Сформулируйте задачу Штурма-Лиувилля. Докажите свойства собственных функций и собственных значений.
8. Дайте определение обобщенного решения дифференциального уравнения.
9. Сформулируйте задачу Коши для уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными. Определите вторые производные от решения на начальной кривой.
10. Сформулируйте теорему Коши-Ковалевской.
11. Сформулируйте теорему существования решения задачи Коши для уравнения гиперболического типа.
12. Сформулируйте теорему единственности решения задачи Коши для уравнения гиперболического типа.
13. В чем заключается задача Гурса для уравнения гиперболического типа.
14. Выведите формулу Даламбера.
15. Решите начальную задачу для неоднородного волнового уравнения.
16. Дайте определение функции Бесселя.
17. Дайте определение функции Бесселя.
18. Дайте классификацию линейных уравнений с частными производными с n независимыми переменными.
19. Дайте определение сферического среднего. Перечислите его свойства.
20. Решите начальную задачу для трехмерного волнового уравнения методом сферических средних.
21. Дайте физическую интерпретацию формулы Пуассона.
22. Рассмотрите метод разделения переменных на примере решения начально-краевой задачи для одномерного волнового уравнения. Приведите обоснование полученного решения.
23. Докажите теорему единственности решения начально-краевой задачи для уравнения гиперболического типа.
24. Докажите теорему о непрерывной зависимости решения смешанной задачи для уравнения гиперболического типа от начальных данных.
25. Определите фундаментальное решение уравнения теплопроводности. Перечислите его свойства.
26. Выведите уравнение распространения тепла в изотропном твердом теле. Сформулируйте начальную и начально-краевую задачи для уравнения теплопроводности.
27. Докажите основные свойства гармонических функций.
28. Выведите интегральное представление для гармонических функций.
29. Определите функцию Грина задачи Дирихле. Докажите ее свойства.
30. Дайте определение потенциала двойного слоя. Перечислите его свойства. Как используется потенциал двойного слоя для решения задачи Дирихле.
31. Сведите решение задачи Неймана к решению интегрального уравнения, используя потенциал простого слоя.
32. Дайте определение объемного потенциала. Докажите его свойства.
33. Решите задачу Дирихле для шара.
34. Решите начальную задачу для уравнения теплопроводности методом интегрального преобразования Фурье.
35. Сформулируйте и докажите принцип максимума для уравнения параболического типа.
36. Сформулируйте и докажите теорему единственности решения начальной задачи для уравнения теплопроводности.
37. Докажите теоремы единственности и непрерывной зависимости от входных данных первой начально-краевой задачи для уравнения параболического типа.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-5:

1. Дайте классификацию дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными.

2. Приведите с доказательствами схему преобразования к каноническому виду уравнения гиперболического типа.
3. Приведите с доказательствами схему преобразования к каноническому виду уравнения параболического типа.
4. Приведите с доказательствами схему преобразования к каноническому виду уравнения эллиптического типа.
5. Выведите уравнение малых поперечных колебаний струны. Сформулируйте начальную и начально-краевую задачи.
6. Дайте определение обобщенной функции. Какие возможны действия с обобщенными функциями.
7. Сформулируйте задачу Штурма-Лиувилля. Докажите свойства собственных функций и собственных значений.
8. Дайте определение обобщенного решения дифференциального уравнения.
9. Сформулируйте задачу Коши для уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными. Определите вторые производные от решения на начальной кривой.
10. Сформулируйте теорему Коши-Ковалевской.
11. Сформулируйте теорему существования решения задачи Коши для уравнения гиперболического типа.
12. Сформулируйте теорему единственности решения задачи Коши для уравнения гиперболического типа.
13. В чем заключается задача Гурса для уравнения гиперболического типа.
14. Выведите формулу Даламбера.
15. Решите начальную задачу для неоднородного волнового уравнения.
16. Дайте определение функции Бесселя.
17. Дайте определение функции Бесселя.
18. Дайте классификацию линейных уравнений с частными производными с n независимыми переменными.
19. Дайте определение сферического среднего. Перечислите его свойства.
20. Решите начальную задачу для трехмерного волнового уравнения методом сферических средних.
21. Дайте физическую интерпретацию формулы Пуассона.
22. Рассмотрите метод разделения переменных на примере решения начально-краевой задачи для одномерного волнового уравнения. Приведите обоснование полученного решения.
23. Докажите теорему единственности решения начально-краевой задачи для уравнения гиперболического типа.
24. Докажите теорему о непрерывной зависимости решения смешанной задачи для уравнения гиперболического типа от начальных данных.
25. Определите фундаментальное решение уравнения теплопроводности. Перечислите его свойства.
26. Выведите уравнение распространения тепла в изотропном твердом теле. Сформулируйте начальную и начально-краевую задачи для уравнения теплопроводности.
27. Докажите основные свойства гармонических функций.
28. Выведите интегральное представление для гармонических функций.
29. Определите функцию Грина задачи Дирихле. Докажите ее свойства.
30. Дайте определение потенциала двойного слоя. Перечислите его свойства. Как используется потенциал двойного слоя для решения задачи Дирихле.
31. Сведите решение задачи Неймана к решению интегрального уравнения, используя потенциал простого слоя.
32. Дайте определение объемного потенциала. Докажите его свойства.
33. Решите задачу Дирихле для шара.
34. Решите начальную задачу для уравнения теплопроводности методом интегрального преобразования Фурье.

35. Сформулируйте и докажите принцип максимума для уравнения параболического типа.
36. Сформулируйте и докажите теорему единственности решения начальной задачи для уравнения теплопроводности.
37. Докажите теоремы единственности и непрерывной зависимости от входных данных первой начально-краевой задачи для уравнения параболического типа.

Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|--|
| зачтено | Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя. |
| не зачтено | Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя. |

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

| Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций) | плохо | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | очень хорошо | отлично | превосходно |
|---|---|--|---|--|---|---|--|
| | не зачтено | | | зачтено | | | |
| <u>Знания</u> | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| <u>Умения</u> | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущест | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |

| | | | | | | | |
|---------------|--|---|--|--|--|--|---|
| | | | не в полном объеме | в полном объеме, но некоторые с недочетами | некоторые с недочетами | енными недочетами, выполнены все задания в полном объеме | |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач |

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

| Оценка | | Уровень подготовки |
|------------|----------------------------|--|
| зачтено | превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой |
| | отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично». |
| | очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо» |
| | хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо». |
| | удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно». |
| | плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции **ОПК-1**

Вариант №1 домашней контрольной работы в 5 семестре:

- Используя формулу Даламбера, найти решение задачи:

$$U_{tt} = U_{xx} + \sin x, \quad U|_{t=0} = x, \quad U_t|_{t=0} = x$$
- Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке $x=\pi/2$. Начальные функции имеют вид:

$$\varphi(x) = \begin{cases} \sin x, & |x| < \pi \\ 0, & |x| > \pi \end{cases}, \quad \psi(x) = \begin{cases} V_0, & |x| < \pi \\ 0, & |x| > \pi \end{cases}$$
- Построить профиль полограниченной струны с жестко закрепленным концом $x=0$ в момент времени $t=5c/2a$, если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале $(c, 4c)$ и имеет форму ломаной с вершинами в точках $(c,0), (2c,2h), (3c,h), (4c,0)$. Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки $x=5c/2$.
- Полограниценной струне со свободным концом $x=0$ в начальный момент времени $t=0$ с помощью поперечного удара передается импульс I в точках $x = x_0, x = 4x_0$. Найти отклонения точек струны в момент времени $t = \frac{3x_0}{2a}$.
- Найти решение начально-краевой задачи:

$$U_{tt} - 4U_{xx} = 0, \quad x > 0, t > 0$$

$$U|_{t=0} = 2 - x, \quad U_t|_{t=0} = 2,$$

$$(U_t + 3U_x)|_{x=0} = 3t - e^t$$
- Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ($x=0$) свободен, а другой ($x=l$) закреплен жестко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$U|_{t=0} = \cos \frac{x}{2}, \quad U_t|_{t=0} = \cos \frac{x}{2}$$
- Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, закрепленной на конце $x=0$ и подверженной на конце $x=l$ действию силы $A \sin \omega t$. Начальные условия нулевые. Найти решение при всех $0 < t < \frac{2l}{2a}$.

Вариант №1 домашней контрольной работы в 6 семестре

- К струне, один конец которой ($x=0$) свободен, а другой ($x=l$) закреплен жестко, с момента времени $t=0$ приложена непрерывно распределенная сила с линейной плотностью $f(x,t)=A \sin \omega t$. Найти колебания струны в среде без сопротивления, исследовать возможность резонанса и найти решение в случае резонанса.
- Найти стационарную температуру в круглом цилиндре с радиусом основания r_0 и высотой h , если температуры нижнего и верхнего оснований равны соответственно T_0 и $T_0(1 - \frac{r}{r_0})$, а боковая поверхность цилиндра теплоизолирована.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

| Оценка | Критерии оценивания |
|---------------------|--|
| превосходно | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| отлично | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. |
| очень хорошо | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. |
| хорошо | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. |
| удовлетворительно | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок. |
| неудовлетворительно | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. |
| плохо | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. |

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-5

- Дайте классификацию дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными.

2. Приведите с доказательствами схему преобразования к каноническому виду уравнения гиперболического типа.
3. Приведите с доказательствами схему преобразования к каноническому виду уравнения параболического типа.
4. Приведите с доказательствами схему преобразования к каноническому виду уравнения эллиптического типа.
5. Выведите уравнение малых поперечных колебаний струны. Сформулируйте начальную и начально-краевую задачи.
6. Дайте определение обобщенной функции. Какие возможны действия с обобщенными функциями.
7. Сформулируйте задачу Штурма-Лиувилля. Докажите свойства собственных функций и собственных значений.
8. Дайте определение обобщенного решения дифференциального уравнения.
9. Сформулируйте задачу Коши для уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными. Определите вторые производные от решения на начальной кривой.
10. Сформулируйте теорему Коши-Ковалевской.
11. Сформулируйте теорему существования решения задачи Коши для уравнения гиперболического типа.
12. Сформулируйте теорему единственности решения задачи Коши для уравнения гиперболического типа.
13. В чем заключается задача Гурса для уравнения гиперболического типа.
14. Выведите формулу Даламбера.
15. Решите начальную задачу для неоднородного волнового уравнения.
16. Дайте определение функции Бесселя.
17. Дайте определение функции Бесселя.
18. Дайте классификацию линейных уравнений с частными производными с n независимыми переменными.
19. Дайте определение сферического среднего. Перечислите его свойства.
20. Решите начальную задачу для трехмерного волнового уравнения методом сферических средних.
21. Дайте физическую интерпретацию формулы Пуассона.
22. Рассмотрите метод разделения переменных на примере решения начально-краевой задачи для одномерного волнового уравнения. Приведите обоснование полученного решения.
23. Докажите теорему единственности решения начально-краевой задачи для уравнения гиперболического типа.
24. Докажите теорему о непрерывной зависимости решения смешанной задачи для уравнения гиперболического типа от начальных данных.
25. Определите фундаментальное решение уравнения теплопроводности. Перечислите его свойства.
26. Выведите уравнение распространения тепла в изотропном твердом теле. Сформулируйте начальную и начально-краевую задачи для уравнения теплопроводности.
27. Докажите основные свойства гармонических функций.
28. Выведите интегральное представление для гармонических функций.
29. Определите функцию Грина задачи Дирихле. Докажите ее свойства.
30. Дайте определение потенциала двойного слоя. Перечислите его свойства. Как используется потенциал двойного слоя для решения задачи Дирихле.
31. Сведите решение задачи Неймана к решению интегрального уравнения, используя потенциал простого слоя.
32. Дайте определение объемного потенциала. Докажите его свойства.
33. Решите задачу Дирихле для шара.
34. Решите начальную задачу для уравнения теплопроводности методом интегрального преобразования Фурье.

35. Сформулируйте и докажите принцип максимума для уравнения параболического типа.
36. Сформулируйте и докажите теорему единственности решения начальной задачи для уравнения теплопроводности.
37. Докажите теоремы единственности и непрерывной зависимости от входных данных первой начально-краевой задачи для уравнения параболического типа.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

| Оценка | Критерии оценивания |
|---------------------|--|
| превосходно | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| отлично | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. |
| очень хорошо | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. |
| хорошо | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. |
| удовлетворительно | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок. |
| неудовлетворительно | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. |
| плохо | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. |

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Арсенин В. Я. Методы математической физики и специальные функции : [учеб. пособие для втузов]. - М. : Наука, 1974. - 431 с. : с черт. - 1.02., 29 экз.
2. Тихонов Андрей Николаевич. Уравнения математической физики : учеб. пособие для вузов. - 3-е изд., испр. и доп. - М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1966. - 724 с. - 22.00., 179 экз.
3. Сборник задач по уравнениям математической физики / под ред. В. С. Владимирова. - 4-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2003. - 288 с. - ISBN 5-9221-0309-1 : 123.00., 1 экз.
4. Гаврилов В. С. Метод характеристик для одномерного волнового уравнения : учебно-методическое пособие / Гаврилов В. С., Денисова Н. А. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2014. - 72 с. - Рекомендовано методической комиссией механико-математического факультета для студентов ННГУ, обучающихся по специальностям «Математика», «Прикладная математика и информатика», «Механика и математическое моделирование». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского -

Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=730151&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Олейник Ольга Арсеньевна. Лекции об уравнениях с частными производными. Ч. 1 / МГУ им. М. В. Ломоносова, Мех.-мат. фак., Каф. дифференц. уравнений. - М. : Изд-во МГУ, 1976. - 110 с. - бц., 1 экз.
2. Владимиров Василий Сергеевич. Уравнения математической физики : [учеб. для физ.-техн. специальностей вузов]. - 5-е изд., доп. - М. : Наука, 1988. - 512 с. : ил. - 1.30., 81 экз.
3. Смирнов Модест Михайлович. Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка : [учеб. пособие для мех.-мат. и физ.-мат. фак. ун-тов]. - 2-е изд., испр. и доп. - Минск : Изд-во БГУ, 1974. - 232 с. : с черт. - 0.56., 4 экз.
4. Будаков Борис Михайлович. Сборник задач по математической физике : учеб. пособие для вузов. - 4-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2003. - 688 с. - ISBN 5-9221-0311-3 : 232.30., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. <http://www.unn.ru/books/resources.html>, Регистрационный номер 671.14.06
2. <http://www.unn.ru/books/resources.html>, Регистрационный номер 987.15.06

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: Мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 01.03.03 - Механика и математическое моделирование.

Автор(ы): Денисова Наталья Андреевна, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Игумнов Леонид Александрович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.