

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

---

Институт информационных технологий, математики и механики  
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
решением президиума  
Ученого совета ННГУ  
от 14.12.2021 г.  
протокол № 4

**Рабочая программа дисциплины**

Вероятностные модели в естествознании /  
Probabilistic models in natural science

---

*(наименование дисциплины (модуля))*

Уровень высшего образования

бакалавриат / bachelor

---

*(бакалавриат / магистратура / специалитет)*

Направление подготовки / специальность

02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии /

Fundamental informatics and information technology

---

*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы

общий / general

---

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения

очная

---

*(очная / очно-заочная / заочная)*

Нижний Новгород

2022 год

## 21. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина Б1.В.ДВ.02.02 «Вероятностные модели в естествознании» относится к дисциплинам по выбору Б1.В.ДВ.02 части ООП по направлению подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», формируемой участниками образовательных отношений. Дисциплина читается студентам 3 курса в 6 семестре, 2 зачетных единицы, 72 часа, зачет.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.02.02 «Вероятностные модели в естествознании» относится к дисциплинам по выбору Б1.В.ДВ.02 части ООП направления подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-1 Способность осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ПК-1.1: Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации	<i>Знать основные приемы и методы управления марковскими случайными процессами и область их практического применения. Знать классификацию пространства состояний марковских цепей и основные классы состояний. Знать рекуррентный метод исследования процессов последовательных решений для систем, описываемых управляемым марковским процессом.</i>	<i>Собеседование, доклад по заданной теме,</i>
	ПК-1-2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности	<i>Уметь обосновать выбранный метод решения и доказать его эффективность. Уметь применять итерационный метод выбора стратегии поведения для достижения максимально возможной прибыли управляемого процесса с доходами.</i>	<i>практическое задание</i>
	ПК-1-3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.	<i>Владеть приемами анализа марковских процессов с доходами и нахождения полного ожидаемого дохода в случае длительного функционирования системы. Владеть методами управления процессами разгрузки и загрузки с помощью функционалов достижения с запретами..</i>	<i>практическое задание</i>

### 3. Структура и содержание дисциплины

3

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>2 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>72</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	–
- занятия семинарского типа	–
- занятия лабораторного типа	32
- текущий контроль (КСР)	1
<b>самостоятельная работа</b>	<b>39</b>
<b>Промежуточная аттестация –зачет</b>	

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы) Очная	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы Очная
		Занятия лекционного типа Очная	Занятия семинарского типа Очная	Занятия лабораторного типа Очная	Всего Очная	
<b>Марковские случайные процессы с дискретным временем и конечным числом состояний</b> Матрица вероятностей перехода за один шаг, рекуррентное соотношение для вероятностей состояний системы. Пример с игрушечных дел мастером. Классификация состояний марковской цепи, основные классы состояний и их связь. / Markov random processes with discrete time and a finite number of states A transition probability matrix for one step, a recurrent relation for the probabilities of the states of the system. An example of toy-maker. Classification of states of the Markov chain, the main classes of states and their connection.				8	8	9
<b>Марковские процессы с доходами</b> Рекуррентное соотношение для доходов. Анализ марковских процессов с доходами с помощью z-преобразования. Поведение полного ожидаемого дохода в случае длительного функционирования системы. Markov processes with incomes Recurrence relations for income. Analysis of Markov processes with incomes using z-transformation. The behavior of the full expected income incase of a long-term functioning of the system.				8	8	10

<b>Рекуррентный и итерационный методы для изучения процессов последовательных решений</b> Этапы рекуррентного метода и его применение на примерах. Итерационный метод для марковских процессов с одним эргодическим классом, доказательство его эффективности. Итерационный метод для процессов с несколькими эргодическими классами, примеры. Recursive and iterative methods for studying the processes of successive solutions Stages of the recursive method and its application examples. Iterative method for Markov processes with one ergodic class, proof of its effectiveness. Iterative method for processes with several ergodic classes, examples.				8	8	10
<b>Функционалы Чжуна и их применение для управления процессами разгрузки и загрузки</b> Основные свойства функционалов Чжуна, метод нахождения их условных математических ожиданий. Применение функционалов Чжуна при решении задачи оптимизации в некоторой управляемой системе массового обслуживания Zhong functional groups and their application for managing unloading and loading processes The main properties of the Zhong functionals, the method of finding their conditional expectations. The use of the Zhong functionals in solving the optimization problem in a certain controlled queuing system				8	8	10
Текущий контроль (КСР)					1	
Промежуточная аттестация – зачет						
<b>Итого</b>	<b>72</b>			<b>32</b>	<b>33</b>	<b>39</b>

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях лабораторного типа

Промежуточная аттестация проходит в традиционных форма (зачет)

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа заключается в изучении источников из списка литературы. Самостоятельная работа может осуществляться как в читальном зале библиотеки, так и в домашних условиях.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

**5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:**

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения)	Шкала оценивания сформированности компетенций					
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично
	Не зачтено		Зачтено			

компетенций)							
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.	Уровень знаний ниже минимальных требований.	Минимально допустимый уровень знаний.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
	Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Имели место грубые ошибки.	Допущено много негрубых ошибок.	Допущено несколько негрубых ошибок	Допущено несколько несущественных ошибок		
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений.	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.	Продemonстрированы основные умения.	Продemonстрированы все основные умения.	Продemonстрированы все основные умения.	Продemonстрированы все основные умения.	Продemonстрированы все основные умения.
	Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	Имели место грубые ошибки.	Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом.	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
	Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	Имели место грубые ошибки.					

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»

	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы

Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
1. Описать свойства марковского случайного процесса с дискретным временем и конечным числом состояний. Describe properties of a Markov random process with discrete time and finite state-space.	ПК-1
2. Привести классификацию состояний марковского процесса и указать основные классы состояний. Give classification of states of a Markov process and describe main kinds of classes of states	ПК-1
3. Дать определение z-преобразования и найти его для указанных функций. Demonstrate the definition of a z-transform and compute it for given functions.	ПК-1
4. Описать метод z-преобразования для вектора вероятностей состояний системы и привести пример. Describe the method of z-transform for vector of state probabilities and give an example	ПК-1
5. Указать особенности z-преобразования для марковских цепей, имеющих невозвратные и периодические состояния. Talk on features of the z-transform for Markov chains with transient and periodic states.	ПК-1
6. Указать особенности z-преобразования для марковских цепей, имеющих несколько эргодических классов. Talk on features of the z-transform for Markov chains with several ergodic classes.	ПК-1
7. Привести рекуррентное соотношение для доходов. Demonstrate the recurrence relations for incomes.	ПК-1
8. Описать метод анализа марковских процессов с доходами с помощью z-преобразования. Describe the method of analysis of Markov processes with incomes by means of z-transform.	ПК-1

9. Указать особенности поведения полного ожидаемого дохода в случае длительного функционирования системы. Talk on features of the behavior of the total expected income in case of a long-term system operation	ПК-5
10. Описать этапы рекуррентного метода и привести пример его применения. Describe the steps in recurrent method and give usage examples.	ПК-1
11. Описать суть итерационного метода для марковских процессов с одним эргодическим классом и привести пример его применения. Describe the essence of the iterative method for Markov processes with single ergodic class and give usage examples.	ПК-1
12. Привести доказательство эффективности итерационного метода. Prove the efficiency of the iterative method	ПК-1
13. Указать особенности итерационного метода для марковских процессов с несколькими эргодическими классами и привести пример применения этого метода. Talk on features of the iterative method for Markov processes with several ergodic classes and give usage examples.	ПК-1
14. Привести основные свойства функционалов Чжуна и описать метод вычисления их условных математических ожиданий. Give main properties of Chung functionals and describe the computational method for the conditional mathematical expectations	ПК-1
15. Показать возможность применения функционалов Чжуна при решении задач оптимизации управления в системах массового обслуживания. Demonstrate the possibility of application of Chung functionals to solve control optimization problems in queueing systems.	ПК-1
1. Описать свойства марковского случайного процесса с дискретным временем и конечным числом состояний. Describe properties of a Markov random process with discrete time and finite state-space.	ПК-1

### 5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-1

#### 2.1.1. Задачи для оценки компетенции «ПК-5»:

1. Найти z-преобразование для функции  $f(n) = \alpha^n$  при  $|\alpha| < 1$ .  
Compute the z-transform for  $f(n) = \alpha^n$  with  $|\alpha| < 1$ .
2. Найти z-преобразование для функции  $f(n+1)$ , зная z-преобразование для функции  $f(n)$ .  
Find the z-transform for the function  $f(n+1)$  when the z-transform of  $f(n)$  is known.
3. Задана матрица вероятностей перехода за один шаг марковской цепи  
A transition probability matrix is given  

$$\begin{pmatrix} 0.3 & 0.7 \\ 0.4 & 0.5 \end{pmatrix}$$
С помощью z-преобразования найти вероятности состояний системы на любом шаге  $n$ , начиная с первого.  
Find the state probabilities for arbitrary  $n$  by means of z-transform

#### 2.1.1. Вопросы для коллоквиумов, собеседования

Вопросы для оценки компетенции «ПК-5»:

81. Дайте определение управляемого марковского процесса. Укажите свойства матрицы вероятностей перехода за один шаг.

Give the definition of a controlled Markov process. Show the properties of the one-step transition probability matrix.

2. Запишите рекуррентное соотношение для вероятностей состояний системы.

Write down the recurrence relation for the state probabilities.

3. Приведите пример с игрушечным дел мастером.

Describe the toy-maker example

4. Укажите классификацию состояний марковской цепи и основные классы состояний.

Demonstrate the classification of the states of a Markov chain and main types of states classes

5. Приведите примеры реальных систем, математической моделью которых может служить управляемый марковский процесс.

Give examples of real systems whose mathematical models are controlled Markov processes.

6. Какие состояния марковской цепи называются возвратными и невозвратными?

What states of a Markov chain are called essential recurrent and transient?

7. Какие состояния марковской цепи называются существенными и несущественными?

What states of a Markov chain are called essential and non-essential?

8. Что такое эргодический класс?

What's an ergodic class?

9. Дайте определение марковского процесса с доходами.

Give the definition of a Markov process with incomes.

10. Опишите этапы рекуррентного метода и проиллюстрируйте их на примере.

Talk on the steps in the recurrent method and give an example

11. Какие основные блоки содержит итерационный метод для марковских процессов с одним эргодическим классом?

What are the main blocks in the iterative method for a Markov process with a single ergodic class?

12. Докажите эффективность итерационного метода с точки зрения скорости сходимости и обязательного достижения оптимального результата.

Prove the efficiency of the iterative method from the point of view of the convergence speed and guaranteed convergence to the optimal result.

13. Укажите особенности итерационного метода для марковских процессов с несколькими эргодическими классами.

Talk on features of the iterative method for Markov processes with several ergodic classes.

14. Опишите основные свойства функционалов достижения с запретами.

Describe the main properties of functionals of visit with prohibition

15. Приведите примеры задач оптимизации, которые можно решить с использованием функционалов Чжуна.

Give examples of optimization problems that can be solved by means of Chung functionals.

#### **Темы докладов:**

1. Конструктивное задание полумарковского процесса. Примеры. Основные характеристики полумарковского процесса.

Constructive definition of a semi-Markov process. Examples. Basic characteristics of a semi-Markov process.

2. Вложенная цепь Маркова. Предельные свойства полумарковских процессов.

Embedded Markov chain. Limit properties of semi-Markov processes.

3. Свойства аддитивных функционалов от полумарковских процессов.

Properties of additive functionals of semi-Markov processes.

4. Управление полумарковским процессом и задачи оптимального управления.

Control of semi-Markov process and optimal control problems

5. Марковские моменты. Мартингалы и полумартингалы.

Markov moments. Martingales and semimartingales



6. Марковские процессы. Постановка задачи об оптимальной остановке. Оптимальные правила остановки в классе ограниченных марковских моментов. 9

Markov processes. Optimal stopping problem. Optimal stopping rules in the class of bounded Markov moments

7. Задача о выборе наилучшего объекта.

The best item selection problem

8. Эксцессивные функции и наименьшие эксцессивные мажоранты. Эксцессивная характеристика цены.

Ecessive functions and least excessive majorants. Excessive cost characterization.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

Qiyong HuWuyi Yue. Markov Decision Processes With Their Applications. Springer, 2008. 305 p. Адрес: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-0-387-36951-8>

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Интернет-ресурсы электронного портала ИИТММ <http://www.itmm.unn.ru/studentam/uchebno-metodicheskie-materialy/>

Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ им. Лобачевского <http://www.unn.ru/books/resources.html>

Общероссийский математический интернет-портал <http://mathnet.ru>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: компьютерный класс, проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО /ОС ННГУ \_\_\_\_\_.

Автор д.ф.-м.н., доцент \_\_\_\_\_ Н.М.Голышева

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 01.12.2021 года, протокол № 2.