

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол от «30» ноября 2022 г. № 13

Рабочая программа дисциплины

**Современный анализ и динамические
системы**

Уровень высшего образования
магистратура

Направление подготовки

01.04.01 Математика

Направленность образовательной программы
Фундаментальная математика и приложения

Квалификация (степень)
магистр

Форма обучения
очная

Нижегород
2023

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

Дисциплина **Б1.О.18** «Современный анализ и динамические системы» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» ОПОП магистратуры по направлению 01.04.01 – Математика, является обязательной для изучения в 3 семестре.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-1. Способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики	ПК-1.1. Знать математические и численные методы решения базовых математических задач и классических задач естествознания.	<u>Знать</u> основные понятия дисциплины «Современный анализ и динамические системы», определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений	Собеседование
	ПК-1.2. Уметь строить логические последовательные цепочки рассуждений, формулировать промежуточные и окончательные результаты, находить эквивалентные формулировки математических утверждений, понимать полноту математического доказательства.	<u>Уметь</u> исследовать основные типы состояний равновесия и периодических траекторий, находить основные величины, которые определяют типы и их изменения при вариации параметров системы, самостоятельно разбирать и осваивать новые разделы математики, необходимые в работе.	Собеседование
	ПК-1.3. Владеть навыками использования математических методов обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований или производственной деятельности.	<u>Владеть</u> математическим аппаратом дифференциальных уравнений, дифференциальной топологии, анализа, методами решения задач и доказательств утверждений в этой области, численными алгоритмами и пакетами для численных исследований.	Собеседование

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
--	----------------------

Общая трудоемкость	5 ЗЕТ
Часов по учебному плану	180
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	32
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	0
- занятия лабораторного типа	2
- текущий контроль (КСР)	
самостоятельная работа	114
Промежуточная аттестация	экзамен

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
1.Основные понятия теории динамических систем (фазовое пространство, траектория, предельное множество траектории, пр.)	20	4	4		8	12
2.Понятие эквивалентности векторных полей и диффеоморфизмов, бифуркация, локальные и нелокальные задачи теории бифуркаций	20	4	4		8	12
3.Обзор результатов теории бифуркаций для систем на плоскости	20	4	4		8	12
4.Классификация состояний равновесия в трехмерном пространстве, грубые и негрубые с.р., локальные бифуркации с.р. Теорема о центральном многообразии.	22	4	4		8	14
5.Классификация периодических траекторий в трехмерном случае, грубые и негрубые с.р., локальные бифуркации п.т.	24	4	4		8	16
6.Основные нелокальные бифуркации коразмерности 1 с гомоклиническими траекториями	24	4	4		8	16
7.Понятие аттрактора, примеры гиперболических аттракторов.	24	4	4		8	16
8.Бифуркации и аттрактор в системе Лоренца	24	4	4		8	16
Текущий контроль (КСР)	2					
Промежуточная аттестация		экзамен				
Итого	180	32	32		64	114

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

Выполнение домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением. Обсуждение итогов контрольных работ.

Изучение литературы и проработка теоретического материала лекционных занятий;

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

				недочетами.		объеме.	
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы

вопросы	Код формируемой компетенции
1. Дифференциальные уравнения и динамические системы, фазовое пространство, траектория, предельные множества, фазовый портрет, отображение Пуанкаре и итерации отображений.	ПК-1
2. Понятие эквивалентности динамических систем в случае потоков и диффеоморфизмов. Грубость и структурная	ПК-1

устойчивость, понятие бифуркации, локальные и нелокальные бифуркации	
3. Системы автономных ДУ на плоскости, грубые состояния равновесия и периодические траектории, негрубые с.р. и п.т. коразмерности один. Рождение предельных циклов из сложного фокуса (Андронова-Хопф), из петли седла, из петли седло-узла.	ПК-1
4. Грубые и негрубые состояния равновесия и периодические траектории в пространстве, теорема Гробмана-Хартмана, локальная структура потока в окрестности, локальные бифуркации.	ПК-1
5. Теорема о центральном многообразии в случае потоков и диффеоморфизмов в окрестности состояний равновесия и периодических траекторий, принцип сведения.	ПК-1
6. Основные локальные бифуркации: Андронова-Хопфа, седло-узла, седло-седла	ПК-1
7. Гомоклинические траектории и рождение циклов при разрушении гомоклинических траекторий: простые случаи.	ПК-1
8. Гомоклиническая траектория к седло-фокусу с положительной седловой величиной: существование сложной динамики	ПК-1
9. Гиперболические множества, ановские диффеоморфизмы тора, примеры: соленоид Смейла-Вильямса, хирургия на торе, гиперболические аттракторы.	ПК-1
10. Уравнения Лоренца, основные бифуркации, рождение аттрактора, геометрическая модель АБШ.	ПК-1

5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-1

Типы состояний равновесия и периодических траекторий в R^3 , неподвижные точки отображение Пуанкаре для периодической траектории.

- Теорема об устойчивом многообразии в случае потоков и диффеоморфизмов.
- Теорема о центральном многообразии в случае потоков и диффеоморфизмов.
- Локальные бифуркации потоков в окрестности негиперболических состояний равновесия (случай седло-узла, седло-седло, сложный седло-фокус).
- Локальные бифуркации потоков в окрестности негиперболических состояний равновесия (случай седло-седла)
- Локальные бифуркации потоков в окрестности негиперболических состояний равновесия (случай сложного седло-фокуса)
- Некоторые локальные бифуркации коразмерности 2 для состояний равновесия в R^3 .
- Бифуркации в окрестности петли сепаратрисы седло-узла, рождение устойчивого (неустойчивого) цикла из петли.
- Бифуркация петли сепаратрисы седла и седло-фокуса, случай отрицательной седловой величины.

10. Бифуркация петли сепаратрисы седла, случай положительной седловой величины.
11. Рождение седлового цикла и гиперболического множества при бифуркации петель сепаратрисы седло-седла.
12. Гиперболические подмножества в окрестности петли сепаратрисы седло-фокуса в случае положительной седловой величины.
13. Локальные бифуркации двумерных диффеоморфизмов в окрестности неподвижной точки (седло-узел, пара мультипликаторов на единичной окружности), бифуркация Неймарка-Сакера.
14. Рождение инвариантной кривой и сложного предельного множества при бифуркации петли сепаратрисы неподвижной точки типа седло-узел в пространстве.
15. Гиперболические множества диффеоморфизмов и потоков. Примеры гиперболических множеств. Локальная максимальность.
16. Понятие аттрактора, изолирующая окрестность. Аттрактор Смейла-Вильямса.
17. Гиперболический автоморфизм тора.
18. Гиперболический аттрактор на торе, хирургия, бифуркация, приводящая к рождению аттрактора.
19. Система Лоренца и понятие аттрактора Лоренца. Геометрическая модель системы.
20. Бифуркации в модели Лоренца, приводящие к рождению аттрактора.

5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-1

Динамические системы на плоскости и двумерном многообразии. Геометрическая интерпретация, понятие векторного поля. Траектории, типы траекторий. Понятие динамической системы.

1. Грубые векторные поля на двумерных многообразиях. Теорема Майера о грубости диффеоморфизма окружности. Понятие о схеме динамической системы.
2. Показать, что в логистическом отображении

$$X_1 = \alpha X(1-X)$$

при $\alpha = 3$ происходит бифуркация удвоения.

1. Устойчивость по Лагранжу, омега- и альфа-предельные точки траектории, омега- и альфа-предельные множества, их непустота и инвариантность. Теоремы об омега- и альфа-предельных множествах траекторий.
2. Понятие грубой системы, грубые состояния равновесия и предельные циклы. Формулировка теоремы Андронова-Понтрягина.

Рассмотрим отображение Эно $X_1 = Y$, $Y_1 = \mu - \varepsilon X - Y^2$. На плоскости параметров (ε, μ) построить бифуркационную кривую, соответствующую бифуркации удвоения

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Андронов А.А., Леонтович Е.В., Гордон И.И., Майер А.Г. Качественная теория динамических систем второго порядка. М.: Наука, 1966
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/AndronovLeontovichGordonMajer1966ru.djvu>

2. Хартман, Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М: Наука, 1964
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Hartman1970ru.djvu>

б) дополнительная литература:

1. Федорюк М.В. Асимптотические методы для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1977 .

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Fedoryuk_ODE_1977ru.djvu

2.Коддингтон Э.А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: ИЛ, 1958

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/KoddingtonLevinson1958ru.djvu>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: компьютер, проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ - магистратура по направлению подготовки 01.04.01 Математика.

Автор (ы)

Рецензент (ы)

Заведующий кафедрой

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.