

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Избранные главы геометрии и алгебры

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

09.03.03 - Прикладная информатика

Направленность образовательной программы

Прикладная информатика в области обработки данных

Форма обучения

очно-заочная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.03 Избранные главы геометрии и алгебры относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-10: Способен осуществлять локальную модернизацию системы, адаптировать бизнес-процессы организации к возможностям ИС (ИИС)	<p>ПК-10.1: Демонстрирует знание методологических основ документирования бизнес-процессов</p> <p>ПК-10.2: Демонстрирует умение организовать и поддерживать репозиторий ИС, хранящий информацию о сопровождении системы в процессе ее жизненного цикла</p> <p>ПК-10.3: Имеет практический опыт документирования бизнес-процессов и адаптации их к возможностям конкретной ИС</p>	<p>ПК-10.1: Знать основные понятия и утверждения аналитической геометрии</p> <p>1) понятие геометрического вектора ;</p> <p>2) операции с геометрическими векторами;</p> <p>3) понятия коллинеарных и компланарных векторов;</p> <p>4) понятия базиса на плоскости и в пространстве;</p> <p>5) понятие системы координат;</p> <p>6) понятие скалярного произведения геометрических векторов;</p> <p>7) понятие векторного произведения;</p> <p>8) понятие смешанного произведения;</p> <p>9) геометрический смысл определителей 2-го и 3-го порядков;</p> <p>10) способы задания прямых и плоскостей;</p> <p>11) геометрический смысл коэффициентов в общем уравнении плоскости;</p> <p>12) геометрический смысл линейного неравенства;</p> <p>13) варианты взаимного расположения двух прямых в пространстве;</p> <p>14) понятие кривой и поверхности 2-го порядка;</p> <p>15) понятие аффинного</p>	<p>Задачи</p> <p>Контрольная работа</p> <p>Тест</p>	<p>Экзамен:</p> <p>Задачи</p> <p>Контрольные вопросы</p>

		<p>преобразования; 16) понятие ортогонального преобразования (изометрии); 17) аффинная классификация кривых на плоскости; 18) аффинная классификация поверхностей в пространстве; 19) понятие центра кривой и поверхности; 20) центральные и нецентральные кривые и поверхности 2-го порядка; 21) геометрические определения эллипса, гиперболы и параболы; 22) аффинные инварианты; 23) ортогональная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка; ортогональные инварианты.</p> <p>ПК-10.2: Уметь решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Находить площадь треугольника; 2) Находить объем параллелепипеда; 3) выполнять операции с геометрическими векторами; 4) находить скалярное, векторное и смешанное произведения векторов; 5) находить взаимное расположение прямых и плоскостей; 6) находить проекции точки на прямую и плоскость; 7) находить расстояния от точки до прямой и плоскости; 8) находить углы между прямыми и между прямой и плоскостью; 9) находить общий перпендикуляр к двум прямым; <p>приводить кривую и</p>		
--	--	---	--	--

		<p>поверхность 2-го порядка к каноническому виду аффинным и ортогональным преобразованием ;</p> <p>10) выяснить взаимное расположение прямой и поверхности 2-го порядка;</p> <p>11) вычислять аффинные и ортогональные инварианты кривых и поверхностей 2-го порядка.</p> <p>ПК-10.3: Владеть различными методами и алгоритмами аналитической геометрии (методы решения различных метрических задач аналитической геометрии, алгоритмы приведения кривых и поверхностей 2-го порядка к каноническому виду аффинным и ортогональным преобразованием).</p>		
--	--	--	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очно-заочная
Общая трудоемкость, з.е.	12
Часов по учебному плану	432
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	64
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	4
самостоятельная работа	260
Промежуточная аттестация	72 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе	
		Контактная работа (работа во	Самостоятельная

	взаимодействию с преподавателем), часы из них			Всего	работа обучающегося, часы
	Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора- торные работы), часы	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора- торные работы), часы		
Тема 1. Линейные преобразования	89	16	8	24	65
Тема 2. Евклидово (унитарное) пространство	89	16	8	24	65
Тема 3. Квадратичные формы	89	16	8	24	65
Тема 4. Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств.	89	16	8	24	65
Аттестация	72				
КСР	4			4	
Итого	432	64	32	100	260

Содержание разделов и тем дисциплины

Линейные преобразования векторного пространства, действия с ними, их матрицы, изменение матрицы линейного преобразования при изменении базиса, подобие матриц. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и числа. Характеристический многочлен линейного преобразования. Выражение его коэффициентов через элементы матрицы. Теорема о существовании собственного вектора над полем комплексных чисел и ее вещественный аналог. Диагонализуемые преобразования.

Евклидово (унитарное) пространство. Неравенство Коши–Буняковского–Шварца. Неравенство треугольника. Теорема Пифагора. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов. Запись скалярного произведения через координаты в произвольном, ортогональном и ортонормированном базисах. Процесс ортогонализации

Грама–Шмидта. Изоморфизм унитарных пространств. Нахождение псевдорешения несовместных систем линейных уравнений (метод наименьших квадратов). Геометрический смысл определителя. Неравенство Адамара.

Квадратичные формы и их матрицы. Изменение матрицы квадратичной функции при изменении базиса. Теорема Лагранжа и Якоби о приведении квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции. Критерий Сильвестра положительной определенности, связь со скалярным произведением.

Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств. Связь линейных преобразований и билинейных функций в унитарном пространстве. Сопряженное преобразование, свойства операции сопряжения. Нормальное преобразование унитарного пространства, существование у него базиса из собственных векторов. Теорема о нормальном преобразовании евклидова пространства. Унитарные и ортогональные преобразования. Сопряженные и симметричные преобразования. Приведение квадратичной формы к главным осям.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

ОЗО АиГ1, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=4568>.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-10:

1. Является ли группой множество нечётных чисел с операцией сложения? Ответ обоснуйте.
2. Покажите, что в трёхмерном векторном вещественном пространстве совокупность элементов $e_1 = (0; -3; 0)$, $e_2 = (2; 0; 0)$, $e_3 = (0; 0; -1)$ образует базис, и найдите в указанном базисе координаты элемента $x = (-12; -15; -11)$.
3. Найдите канонический вид квадратичной формы $F(x) = x_1x_2 - x_2x_3 - x_3x_1$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	решена полностью без ошибок и замечаний
отлично	решена полностью с замечанием по оформлению
очень хорошо	решена полностью с вычислительной ошибкой, влияющей на ответ к задаче
хорошо	решена почти полностью, т.е. не оформлены последние шаги решения или оформлены с ошибкой
удовлетворительно	решена на половину
неудовлетворительно	есть только начало решения задачи
плохо	решение полностью отсутствует

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-10:

1. С помощью схемы Горнера разделите $f(x) = 4x^4 - 8x^3 + 2x^2 - 2x + 17$ на $g(x) = x - 3$.
2.
$$\begin{array}{r} -3 \ -1 \ 0 \end{array}$$

Найдите матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -7 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Решите систему линейных уравнений:

$$-2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0;$$

$$3x_1 + 4x_2 - x_3 = -2;$$

$$-x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 1.$$

4. Разложите $f(x) = x^4 - 5x^3 + 21x^2 - x + 7$ по степеням $g(x) = x + 2$.

5. Составьте матрицу M перехода от «старого» базиса $(0; 3), (-4; 0)$ к «новому» базису $(-5; 6), (7; -8)$ в двумерном векторном пространстве V_2 и матрицу N обратного перехода.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	решены все задачи правильно
отлично	решены все задачи с небольшими замечаниями по оформлению
очень хорошо	решены все задачи, некоторые с вычислительными ошибками, влияющими на решение
хорошо	решены 75% из всех задач
удовлетворительно	решены 60% из всех задач
неудовлетворительно	решены менее 60% из всех задач
плохо	не решена ни одна задача

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ПК-10:

1. Что получится, если квадратичную форму $x^2 - 2y^2 + z^2 + 2xy + 4xz + 2yz$ привести к каноническому виду:

а) матричным методом?

б) методом Лагранжа выделения полных квадратов?

в) с помощью теоремы Якоби?

2. Квадратичную форму $3x^2 + 4xy + 3y^2$ привести к главным осям.

Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	99-100%
отлично	91-98%
очень хорошо	86-90%
хорошо	71-85%
удовлетворительно	51-70%
неудовлетворительно	31-50%
плохо	0-30%

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

			объеме	некоторые с недочетами	недочетами	и, выполнены все задания в полном объеме	
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-10

1. 24 0 12

Найдите ранг матрицы $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Является ли абелевой группой $(Z, +)$? Ответ обоснуйте.

3. Определите, имеет ли данная поверхность второго порядка центр и, если «да», то укажите его: $2x^2 + y^2 - z^2 - 4xy + 4yz - 6xz - 2x + 2y + 4z - 9 = 0$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	решена полностью без ошибок и замечаний
отлично	решена полностью с замечанием по оформлению
очень хорошо	решена полностью с вычислительной ошибкой, влияющей на ответ к задаче
хорошо	решена почти полностью, т.е. не оформлены последние шаги решения или оформлены с ошибкой
удовлетворительно	решена на половину
неудовлетворительно	есть только начало решения задачи
плохо	решение полностью отсутствует

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-10

1. Евклидово пространство. Следствия из аксиом.
2. Матрица Грама. Выражение скалярного произведения векторов через координаты векторов.
3. Ортогональные и ортонормированные системы.
4. Неравенство Коши–Буняковского–Шварца.
5. Неравенство треугольника. Теорема Пифагора.
6. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов.
7. Запись скалярного произведения через координаты в произвольном, ортогональном и ортонормированном базисах.
8. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта.
9. Нормальное решение системы линейных уравнений.
10. Псевдорешения систем линейных уравнений.

11. Метод наименьших квадратов.
12. Ортогональное дополнение к множеству векторов евклидова пространства.
13. Разложение пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения.
14. Объем системы векторов. Геометрический смысл определителя. Неравенство Адамара.
15. Теорема о длине перпендикуляра.
16. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Изменение матрицы квадратичной формы при линейной замене переменных.
17. Теорема Лагранжа о приведении квадратичной формы к каноническому и нормальному видам
18. Теорема инерции квадратичных форм. 19. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичных форм.
20. Нормальные, ортогональные и симметричные преобразования. Критерий нормального преобразования.
21. Теорема о существовании ортонормированного базиса из собственных векторов у симметричной матрицы
22. Теорема о приведении квадратичной формы к главным осям.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	свободное владение основным материалом без ошибок и погрешностей
отлично	свободное владение основным и дополнительным материалом с незначительными ошибками и погрешностями
очень хорошо	достаточное владение основным материалом с незначительными погрешностями
хорошо	владение основным материалом с рядом заметных погрешностей
удовлетворительно	владение минимальным материалом, необходимым по данному предмету, с рядом ошибок
неудовлетворительно	владение материалом недостаточно, необходима дополнительная подготовка. Работа за время семестра можно оценить как неудовлетворительную
плохо	отсутствие владения материалом. Работа за время семестра была оценена на "плохо"

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Беклемишев Д. В. - 19-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 448 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-9223-7., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=782707&idb=0>.
2. Курош А. Г. Курс высшей алгебры : учебник для вузов / Курош А. Г. - 24-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 432 с. - Рекомендовано Министерством образования РФ в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальностям «Математика», «Прикладная математика». - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-46865-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=863501&idb=0>.
3. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре / Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. - Москва : Физматлит, 2006., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=639795&idb=0>.
4. Золотых Н. Ю. Группы, кольца, поля : электронное учебно-методическое пособие / Золотых Н. Ю., Сидоров С. В. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2012. - 52 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=730001&idb=0>.
5. Золотых Николай Юрьевич. Группы, кольца, ряды : задачник / Н. Ю. Золотых, С. В. Сидоров ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2022. - 75 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=849455&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Звонилон Виктор Иванович. Аналитическая геометрия. Вопросы : учебно-методическое пособие / В. И. Звонилон ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2024. - 17 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=891981&idb=0>.
2. Звонилон Виктор Иванович. Линейная алгебра. Вопросы : учебно-методическое пособие / В. И. Звонилон ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2024. - 23 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=891982&idb=0>.
3. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре / Проскуряков И. В. - 16-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 476 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-9039-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=781523&idb=0>.
4. Фаддеев Д. К. Задачи по высшей алгебре / Фаддеев Д. К., Соминский И. С. - 17-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 288 с. - Рекомендовано Министерством общего и профессионального образования Российской Федерации в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по математическим специальностям. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-0427-8., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=799585&idb=0>.
5. Икрамов Х. Д. Задачник по линейной алгебре / Икрамов Х. Д., Воеводина В. В. - 2-е изд. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 320 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 5-8114-0670-3.,

<https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=799567&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://www.unn.ru/books/resources.html>

<http://e-learning.unn.ru>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 09.03.03 - Прикладная информатика.

Автор(ы): Огурцова Ольга Константиновна, кандидат педагогических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.