

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им.
Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от
«30» ноября 2022 г. № 13

Рабочая программа дисциплины

Дискретная оптимизация

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы
Прикладная математика и информатика (общий профиль)

Форма обучения
очная

Нижегород

2023

1. Место и цели дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.
Код дисциплины Б1.В.ДВ.06.02.

№ вари-анта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.06.02 «Дискретная оптимизация» относится к части ООП направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», формируемой участниками образовательных отношений.

2. Планируемые результаты обучения

соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
ПК-13 Способен участвовать в исследовании математических моделей в естественных науках и технике	ПК-13.1. Знает методы создания, анализа и исследования математических моделей в естественных науках и технике	Знает основные методы решения задач дискретной оптимизации, о возможности применения задач дискретной оптимизации в научных и практических целях	контрольная работа
	ПК-13.3. Умеет корректно использовать методы создания, анализа и исследования математических моделей, умеет применять численные и аналитические методы решения базовых математических задач и классических задач естествознания в практической деятельности	Умеет использовать математический аппарат дискретной оптимизации при решении практических задач, применять методы дискретной оптимизации в практической сфере: экономике, производстве и др.	контрольная работа
	ПК-13.4. Владеет навыками использования математических методов обработки информации, полученной в результате эксперимен-	Владеет навыками поиска информации о новых технологических достижениях, необходимых для решения задач по оптимизации информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"	контрольная работа

	тальных исследований		
--	----------------------	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость	2 ЗЕТ
Часов по учебному плану	72
в том числе	
контактная работа:	33
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	16
- текущий контроль (КСР)	1
самостоятельная работа	39
Промежуточная аттестация – зачет	

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего, час.	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы, из них				Самостоятельная работа, час.
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Задача групповой минимизации	11	2	2		4	7
Методы отсечений	16	4	4		8	8
Выпуклая оболочка целочисленных решений системы линейных уравнений, неравенств и сравнений	16	4	4		8	8
Метод эллипсоидов	16	4	4		8	8
Приведенный базис целочисленной решетки	12	2	2		4	8
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация – зачет						
Итого	72	16	16		33	39

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет).

3.3. Содержание разделов дисциплины

- Задача групповой минимизации.** Асимптотическая (элементарная) задача целочисленного линейного программирования (прямая и двойственная). Их сведение к задаче групповой минимизации (ЗГМ). Решение ЗГМ методом динамического программирования. Построить ЗГМ в прямой и двойственной задачах. Провести сравнение отсечений. Решить методом динамического программирования. Контрольная работа №1.
- Методы отсечений.** Полностью целочисленные алгоритмы отсечений. 2-й и 3-й алгоритмы Гомори. Эффективные методы построения унимодулярной базы. Гибридные алгоритмы. Метод ветвей и границ. Контрольная работа №2.
- Выпуклая оболочка целочисленных решений системы линейных уравнений, неравенств и сравнений.** Строение выпуклой оболочки целочисленных решений системы линейных уравнений, неравенств и сравнений. Теорема Диксона. Полиэдральность множества

целочисленных решений системы линейных неравенств. Свойство разделенности и его использование для построения верхних оценок числа крайних точек. Крайние точки в задаче групповой минимизации. Свойства, оценка их числа. Оценка числа крайних точек выпуклой оболочки неотрицательных решений системы линейных уравнений. Алгоритм решения двумерной задачи групповой минимизации. Нахождение всех крайних точек. Задача о рюкзаке, связь с задачей групповой минимизации. Оценки числа крайних точек. Решение задачи о рюкзаке методом динамического программирования. Свойство периодичности. Контрольная работа №3.

4. **Метод эллипсоидов.** Метод эллипсоидов. Полиномиальный алгоритм нахождения рационального решения системы линейных неравенств.
5. **Приведенный базис целочисленной решетки.** Построение, свойства и применение приведенного базиса целочисленной решетки. Полиномиальный при фиксированной размерности алгоритм нахождения целочисленного решения системы линейных неравенств.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Ниже приводятся виды самостоятельной работы студентов, порядок их выполнения и контроля, приводится учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы по ее отдельным видам и разделам дисциплины.

4.1. Виды самостоятельной работы

- проработка теоретического материала лекционных занятий;
- подготовка домашних заданий к практическим занятиям;
- подготовка и выполнение письменных контрольных работ;
- подготовка к промежуточной аттестации в форме зачета.

4.2. Проработка теоретического материала лекционных занятий

Выполняется самостоятельно с использованием лекционных материалов и материалов, разобранных в литературе (список обязательной и дополнительной литературы приводится).

Контроль выполняется в форме проведения экспресс-опросов по понятиям, фактам, формулировкам, выполняемых на лекции. Экспресс-опрос оценивается оценками «Зачтено» / «Не зачтено».

4.3. Подготовка домашних заданий к научно-практическим занятиям

Домашние задания выдаются на практических занятиях.

Проверка выполнения домашних заданий проводится в начале каждого практического занятия. Используется две формы контроля:

- выборочная проверка выполнения заданий у двух-трех человек из группы;
- проверка в форме коллективного обсуждения у доски результатов выполнения отдельных заданий одним или двумя студентами.

4.4. Подготовка к выполнению письменных контрольных работ

В течение учебного семестра проводится три домашних контрольные работы по материалам всех разделов дисциплины.

Для подготовки к контрольным работам рекомендуется повторить теоретических материал, просмотреть полезные разделы в соответствующих источниках из списка рекомендованной литературы, а также самостоятельно решать несколько задач по теме контрольной работы.

4.5. Подготовка к промежуточной аттестации в форме зачета

В качестве методических материалов при подготовке к зачету рекомендуется использовать собственные конспекты лекций и источники, рекомендованные в списке литературы.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Индикаторы компетенции	Оценка сформированности компетенций						
	не зачтено		зачтено				
Знания	отсутствие знаний материала	наличие грубых ошибок в основном материале	знание основного материала с рядом негрубых ошибок	знание основного материала с рядом заметных погрешностей	знание основного материала с незначительными погрешностями	знание основного материала без ошибок и погрешностей	знание основного и дополнительного материала без ошибок
Умения	полное отсутствие умений	недостаточно умений	умение использовать отдельные приемы при наличии существенных ошибок	умение использовать отдельные приемы при наличии незначительных ошибок	умение использовать отдельные приемы	умение использовать приемы	умение использовать приемы и способность принимать решение на этой основе
Навыки	полное отсутствие навыков	отсутствие навыков	наличие минимальных навыков	посредственное владение навыками	достаточное владение навыками	хорошее владение навыками	всестороннее владение навыками

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
Зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
Не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Контрольные вопросы

Вопрос	Код формируемой компетенции
1. Задача групповой минимизации. Асимптотическая (элементарная) задача целочисленного линейного программирования (прямая и двойственная). Их сведение к задаче групповой минимизации (ЗГМ).	ПК-13
2. Решение ЗГМ методом динамического программирования.	ПК-13

3.	2-й и 3-й алгоритмы Гомори. Эффективные методы построения унимодулярной базы.	ПК-13
4.	Гибридные алгоритмы.	ПК-13
5.	Метод ветвей и границ.	ПК-13
6.	Выпуклая оболочка целочисленных решений системы линейных уравнений, неравенств и сравнений. Строение выпуклой оболочки целочисленных решений системы линейных уравнений, неравенств и сравнений.	ПК-13
7.	Полиэдральность множества целочисленных решений системы линейных неравенств.	ПК-13
8.	Свойство разделенности и его использование для построения верхних оценок числа крайних точек.	ПК-13
9.	Крайние точки в задаче групповой минимизации. Свойства, оценка их числа. Оценка числа крайних точек выпуклой оболочки неотрицательных решений системы линейных уравнений.	ПК-13
10.	Алгоритм решения двумерной задачи групповой минимизации. Нахождение всех крайних точек.	ПК-13
11.	Задача о рюкзаке, связь с задачей групповой минимизации. Оценки числа крайних точек.	ПК-13
12.	Решение задачи о рюкзаке методом динамического программирования. Свойство периодичности.	ПК-13
13.	Полиномиальный алгоритм нахождения рационального решения системы линейных неравенств (метод эллипсоидов).	ПК-13
14.	Приведенный базис целочисленной решетки. Полиномиальный при фиксированной размерности алгоритм нахождения целочисленного решения системы линейных неравенств.	ПК-13

5.2.2. Типовые контрольные задания для оценки сформированности компетенции ПК-13

Типовые задания для контрольных работ (ПК-13)

Каждый студент получает свой комплект данных (например, это могут быть данные, полученные при прохождении дисциплины «Целочисленное программирование»).

$$c = (0, -2, 5, -2, -1), \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 & 1 & -2 \\ -3 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

Контрольная работа № 1. Для ЗЦЛП $\max cx$ при ограничениях $Ax = b, x \geq 0, x \in \mathbf{Z}$ построить элементарные прямую и двойственную задачи и решить их методом динамического программирования.

Контрольная работа № 2. Методами, разобранными на лекциях, решить ЗЦЛП $\max cx$ при ограничениях $Ax = b, x \in \mathbf{Z}$.

Контрольная работа № 3. Найти все вершины полиэдра ограничений прямой и двойственной задач линейного и целочисленного линейного программирования.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Шевченко В. Н. Качественные вопросы целочисленного программирования. - М.: Наука, 1995. 192 с. (62 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Алексеев В. М., Галеев Э. М., Тихомиров В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи М.: Физматлит. 2011. <https://e.lanbook.com/book/2097>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Изд-во Лань (<https://e.lanbook.com/book>)

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор: д.ф.-м.н., профессор кафедры АГиДМ Шевченко В.Н.

Рецензент: д.т.н., профессор НГТУ им. Р.Е. Алексеева Ломакина Л.С.

Зав. кафедрой алгебры, геометрии и дискретной математики: д.ф.-м.н. Золотых Н.Ю.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.