

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Физический факультет

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 12 от 09.11.2022 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Основы теории линейных операторов

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

09.03.02 - Информационные системы и технологии

---

Направленность образовательной программы

Информационные технологии в системах космической связи

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2022 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.1.ДВ.02.02 Основы теории линейных операторов относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-15: Способен применять современный математический аппарат при проведении, моделировании и анализе результатов компьютерного или натурального эксперимента	ПК-15.1: Знать современный математический аппарат, используемый при разработке компьютерных моделей и анализе результатов ПК-15.2: Уметь применять современный математический аппарат при проведении, моделировании и анализе результатов компьютерного или натурального эксперимента ПК-15.3: Владеть навыками применения современных аналитических и численных методов в решении профессиональных задач	ПК-15.1: Знать границы применимости теории линейных операторов  ПК-15.2: Уметь применять в рамках профессиональной деятельности методы и подходы теории линейных операторов в гильбертовом пространстве  ПК-15.3: Владеть навыками использования на практике методов теории линейных операторов в целях решения профессиональных задач	Задачи	Экзамен: Контрольные вопросы

## 3. Структура и содержание дисциплины

### Трудовое количество дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	5
Часов по учебному плану	180
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	2

самостоятельная работа	78
Промежуточная аттестация	36 Экзамен

### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Тема 1. Линейные векторные пространства	26	4	4	8	18
Тема 2. Линейные операторы	50	10	10	20	30
Тема 3. Оператор Лапласа в сферической и цилиндрической системах координат	66	18	18	36	30
Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	180	32	32	66	78

### Содержание разделов и тем дисциплины

#### 1. Линейные векторные пространства

Размерность, базис пространства.

Аксиомы

#### 2. Линейные операторы

Линейные и нелинейные операторы.

Коммутаторы.

Свойства коммутирующих операторов.

Собственные векторы и собственные значения операторов.

#### 3. Оператор Лапласа в сферической и цилиндрической системах координат

Оператор Лапласа в ССК.

Операторы квадрата момента импульса и проекции момента на ось z.

Общие собственные функции.

Полиномы Лежандра, рекуррентные соотношения и свойства.

Сферические гармоники.

Оператор Лапласа в ЦСК. Функции Бесселя и Неймана.

Общее решение уравнения Лапласа в ССК и ЦСК.

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Самостоятельная работа обучающегося проводится в форме выполнения домашних контрольных заданий и изучения лекционного материала. В качестве учебно-методического обеспечения самостоятельной работы используется литература, указанная в разделе 6. Примеры контрольных вопросов и заданий для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

## 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-15:

1. Функцию  $f(z, \varphi) = \sin z \cdot \cos \varphi$  разложить по общему собственному базису операторов  $\hat{\ell}_z$  и  $\hat{p}_z$ .
2. Вычислить интеграл  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\delta(x \cdot \cos x)}{x^2 + 1} dx$ .
3. Разложить по полиномам Лежандра функцию  $f(x) = x(x-1)^2$ .
4. Найти вид оператора  $\hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & -1 \end{pmatrix}$  в собственном представлении оператора  $\exp(i\hat{\sigma}_z)$ .
5. Используя метод функции Грина, найти частное решение уравнения  $\frac{df}{dx} + f = x^2$ .

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Решены все задачи
не зачтено	Задачи решены частично или не решены

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой

	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
<b>не зачтено</b>	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:**

**Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-15**

<b>№</b>	<b>Вопросы</b>	<b>Код формируемой компетенции</b>
1	Линейные векторные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Полный набор линейно независимых векторов	ПК-15
2	Скалярное произведение векторов. Сопряженное векторное пространство	ПК-15
3	Линейные операторы. Коммутатор. Коммутирующие операторы	ПК-15
4	Функции от оператора. Оператор сдвига	ПК-15
5	Эрмитовское сопряжение операторов. Самосопряженные операторы	ПК-15
6	Матричное представление оператора. След оператора	ПК-15
7	Интегральное ядро оператора. Унитарные операторы	ПК-15
8	Собственные векторы и спектр оператора	ПК-15
9	Собственный базис оператора. Функции от операторов в собственном базисе	ПК-15
10	Обратный оператор. Связь унитарных и эрмитовских операторов	ПК-15
11	Совместный спектр нескольких коммутирующих операторов. Полный набор	ПК-15

№	Вопросы	Код формируемой компетенции
	коммутирующих операторов	
12	Проекционные операторы	ПК-15
13	Условие полноты системы базисных векторов. - функция Дирака и ее свойства	ПК-15
14	Собственные функции и собственные значения оператора сдвига	ПК-15
15	- и - представления операторов	ПК-15
16	Функция Грина оператора	ПК-15
17	Оператор Лапласа в сферических координатах. Угловая часть оператора Лапласа и ее связь с оператором момента импульса	ПК-15
18	Собственные значения и собственные функции оператора квадрата момента импульса	ПК-15
19	Производящая функция для полиномов Лежандра. Полиномы Лежандра	ПК-15
20	Присоединенные полиномы Лежандра. Явный вид сферических функций	ПК-15
21	Оператор Лапласа в цилиндрических координатах. Общее решение уравнения Лапласа в цилиндрических координатах	ПК-15
22	Производящая функция для функций Бесселя. Рекуррентные соотношения для функций Бесселя. Асимптотическое поведение и нули функций Бесселя	ПК-15

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых

Оценка	Критерии оценивания
	ошибок.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Арфкен Г. Математические методы в физике / сокр. пер. с англ. В. В. Чепкунова. - М. : Атомиздат, 1970. - 712 с. - 3.42., 2 экз.
2. Будаков Б. М. Сборник задач по математической физике / Будаков Б. М., Самарский А. А., Тихонов А. Н. - 4-е, изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 688 с. - Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов университетов. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 5-9221-0311-3., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=700803&idb=0>.
3. Сборник задач по математической физике / Нижегород. гос. ун-т им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 1998. - 55 с., 13 экз.
4. Золотарев М. Л. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве : учебное пособие / Золотарев М. Л., Федоров И. А. - Кемерово : КемГУ, 2014. - 116 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции КемГУ - Математика. - ISBN 978-5-8353-1679-3., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=700416&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Ли Цзун-дао. Математические методы в физике / пер. с англ. Е. В. Захарова и А. В. Холопова ; под ред. С. В. Фомина. - М. : Мир, 1965. - 296 с. - 0.79., 3 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

- 1) Пакеты компьютерных аналитических и графических вычислений для персонального компьютера. Допускается применение сред Wolfram Mathematica, Matlab, MathCAD, Maple или любых иных компьютерных ресурсов аналогичного назначения.
- 2) Интернет-ресурсы справочной и математической литературы со свободным или условно-свободным доступом [www.eqworld.ipmnet.ru](http://www.eqworld.ipmnet.ru) , [www.twirpx.com](http://www.twirpx.com)

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.



Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 09.03.02 - Информационные системы и технологии.

Автор(ы): Перов Анатолий Александрович, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Морозов Олег Александрович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 20.01.2022, протокол № б/н.