

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория вейвлетов

Уровень высшего образования

Магистратура

Направление подготовки / специальность

01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы

Математическая робототехника

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.05 Теория вейвлетов относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции | | Наименование оценочного средства | |
|--|---|--|---|-------------------------------|
| | Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора) | Результаты обучения по дисциплине | Для текущего контроля успеваемости | Для промежуточной аттестации |
| ПК-12: Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач производственно-технологической деятельности | <p>ПК-12.1: Знает основные методы разработки математических методов, системного и прикладного программного обеспечения для решения задач производственно-технологической деятельности</p> <p>ПК-12.2: Умеет оценивать трудоемкость разработки программных средств для решения задач производственно-технологической деятельности</p> <p>ПК-12.3: Имеет навыки разработки системного программного обеспечения для решения задач производственно-технологической деятельности</p> | <p>ПК-12.1: Знать: -базовые структуры данных и алгоритмы; - методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач</p> <p>ПК-12.2: Уметь: -анализировать альтернативные варианты решения научных исследовательских математических задач и оценивать эти решения; - профессионально разрабатывать и использовать программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности.</p> <p>ПК-12.3: Владеть: -навыками сбора, обработки и интерпретации данных современных научных исследований, необходимых</p> | Задачи Контрольная работа Собеседование | Зачёт: Контрольные вопросы |

| | | | | |
|---|---|---|--|--|
| | | для формирования подходов, решений и выводов по соответствующим научным и профессиональным проблемам; -навыками работы самостоятельно и в составе научно-исследовательского коллектива по развитию алгоритмического аппарата/ | | |
| ПК-4: Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач | <p>ПК-4.1: Знает методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач</p> <p>ПК-4.2: Умеет применять методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач</p> <p>ПК-4.3: Имеет навыки применения методов разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач</p> | <p>ПК-4.1: Знать: понятия и утверждения дисциплины «Теория вейвлетов»: Преобразование сигнала линейной системой Преобразование Фурье Теорема Пэли-Винера Теорема Котельникова Вейвлет Хаара Вейвлеты Котельникова-Шеннона Вейвлет – преобразование ВейвлетДобеши Вейвлеты в MATLAB</p> <p>ПК-4.2: Уметь: использовать на практике знания, полученные при изучении дисциплины «Теория вейвлетов»</p> <p>ПК-4.3: Владеть: навыками разработки системного программного обеспечения для решения задач производственнотехнологической деятельности</p> | <p>Задачи</p> <p>Контрольная работа</p> <p>Сообщение на практических занятиях</p> <p>Собеседование</p> | <p>Зачёт:</p> <p>Контрольные вопросы</p> |

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

| | |
|--|--------------------------|
| | очная |
| Общая трудоемкость, з.е. | 2 |
| Часов по учебному плану | 72 |
| в том числе | |
| аудиторные занятия (контактная работа): | |
| - занятия лекционного типа | 16 |
| - занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы) | 16 |
| - КСР | 1 |
| самостоятельная работа | 39 |
| Промежуточная аттестация | 0 Зачёт |

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

| Наименование разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | в том числе | | | |
|--|-----------------|--|--|-------------|---|
| | | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них | | | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
| | | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы | Всего | |
| | 0 ф 0 | 0 ф 0 | 0 ф 0 | 0 ф 0 | 0 ф 0 |
| Тема 1. Преобразование сигнала линейной системой | 8 | 2 | 2 | 4 | 4 |
| Тема 2. Преобразование Фурье. | 8 | 2 | 2 | 4 | 4 |
| Тема 3. Теорема Пэли-Винера | 8 | 2 | 2 | 4 | 4 |
| Тема 4. Теорема Котельникова | 8 | 2 | 2 | 4 | 4 |
| Тема 5. Вейвлет Хаара | 8 | 2 | 2 | 4 | 4 |
| Тема 6. Вейвлеты КотельниковаШеннона | 8 | 2 | 2 | 4 | 4 |
| Тема 7. Вейвлет – преобразование | 8 | 2 | 2 | 4 | 4 |
| Тема 8. Вейвлет Добеши | 8 | 1 | 1 | 2 | 6 |
| Тема 9. Вейвлеты в MATLAB | 7 | 1 | 1 | 2 | 5 |
| Аттестация | 0 | | | | |
| КСР | 1 | | | 1 | |
| Итого | 72 | 16 | 16 | 33 | 39 |

Содержание разделов и тем дисциплины

Преобразование сигнала линейной системой
Преобразование Фурье. Теорема Пэли-Винера
Теорема Котельникова. Вейвлет Хаара

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

- электронный курс "Теория вейвлетов (ПМИИ Маг. пр "ММДСиПУ")"
(<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=6867>).

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-12:

1. Найти преобразование Фурье функции

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < 1, \\ 1, & 1 < x < 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

2. Найти функцию $f(x)$, преобразование Фурье которой есть

$$F(p) = \begin{cases} 1, & 0 < p < 1, \\ 0, & -\infty < p < 0, 1 < p < \infty. \end{cases}$$

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

1. Доказать, что множество $C[0, 1]$ действительных непрерывных на отрезке $[0, 1]$ функций становится метрическим пространством, если положить $\rho(x, y) = \max_t |x(t) - y(t)|$.

2. Доказать, что $\rho_2(x, y) = (\int_0^1 (x(t) - y(t))^2 dt)^{\frac{1}{2}}$ – метрика на множестве $C[0, 1]$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|--|
| зачтено | Задачи решены верно или с незначительными ошибками |
| не зачтено | Задачи не решены или допущены грубые ошибки |

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-12:

Контрольная работа для оценки компетенции «ПК-12»

Вариант 1

Доказать, что $(C[0, 1], \rho_2)$ – неполное метрическое пространство, где

$$\rho_2(x, y) = \left(\int_0^1 (x(t) - y(t))^2 dt \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Вариант 2

Доказать, что $(C[0, 1], \rho)$ – полное метрическое пространство, где

$$\rho(x, y) = \max_t |x(t) - y(t)|.$$

5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

3.2.3. Контрольная работа для оценки компетенции «ПК-4» :

Вариант 1

Доказать, что для функции Хаара $X_n(t)$: $X_1(t) \equiv 1, t \in [0, 1]$;

если $n = 2^m + k, k = 1, 2, m = 0, 1, \dots$, то

$$X_n(t) = \begin{cases} \sqrt{2^m}, t \in \left(\frac{2k-2}{2^{m+1}}, \frac{2k-1}{2^{m+1}} \right) \\ -\sqrt{2^m}, t \in \left(\frac{2k-1}{2^{m+1}}, \frac{2k}{2^{m+1}} \right) / \\ 0, t \notin \left[\frac{k-1}{2^m}, \frac{k}{2^m} \right] \end{cases}$$

образуют ортонормированную систему на $[0, 1]$.

Вариант 2

Доказать, что ряд Фурье по системе Хаара для любой непрерывной на $[0, 1]$ функции сходится к этой функции равномерно.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|--|
| зачтено | Контрольная работа решена верно или с незначительными ошибками |
| не зачтено | Контрольная работа не решена или допущены грубые ошибки |

5.1.5 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-12:

3.2.5. Вопросы для собеседования

Вопросы для оценки компетенции «ПК-4»:

1. Преобразование сигнала линейной системой
2. Преобразование Фурье
3. Теорема Цэдзи-Винера
4. Теорема Котельникова

Вопросы для оценки компетенции «ПК-12»:

5. Вейвлет Хаара
6. Вейвлеты Котельникова-Шеннона
7. Вейвлет – преобразование
8. Вейвлет Добеши

4

9. Вейвлеты в MATLAB

5.1.6 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

3.2.5. Вопросы для собеседования

Вопросы для оценки компетенции «ПК-4»:

1. Преобразование сигнала линейной системой
2. Преобразование Фурье
3. Теорема Цэдзи-Винера
4. Теорема Котельникова

Вопросы для оценки компетенции «ПК-12»:

5. Вейвлет Хаара
6. Вейвлеты Котельникова-Шеннона
7. Вейвлет – преобразование
8. Вейвлет Добеши

4

9. Вейвлеты в MATLAB

Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|---|
| зачтено | Ответы на вопросы верны или есть незначительные ошибки. |
| не зачтено | Ответов нет или в них есть грубые ошибки. |

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | плохо | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | очень хорошо | отлично | превосходно |
|--|---|--|--|---|---|--|--|
| | не зачтено | | зачтено | | | | |
| <u>Знания</u> | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| <u>Умения</u> | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки | Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов | Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов | Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач |

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

| Оценка | Уровень подготовки |
|--------|--------------------|
|--------|--------------------|

| | | |
|------------|---------------------|--|
| | | |
| зачтено | превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой |
| | отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично». |
| | очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо» |
| | хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо». |
| | удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно». |
| | плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-12

| Вопрос | Код компетенции (согласно РПД) |
|--|--------------------------------|
| 1. Мера Лебега на прямой и в \mathbb{R}^n . Измеримые множества. | ПК-4 |
| 2. Измерительные функции на прямой. Интеграл Лебега. | ПК-4 |
| 3. Связь интеграла Римана и интеграла Лебега. | ПК-4 |
| 4. Тригонометрический ряд Фурье. | ПК-4 |
| 5. Теорема Котельникова. | ПК-4 |
| 6. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье. | ПК-12 |
| 7. Пространство: векторное, метрическое, топологическое. | ПК-4 |
| 8. Векторное пространство: нормированное, банахово, гильбертово. | ПК-4 |
| 9. Пространство L_1 . Пространство L_2 . | ПК-4 |
| 10. Вейвлеты Хаара. | ПК-12 |
| 11. Вейвлет-преобразование. | ПК-12 |
| 12. Вейвлеты Добеши. | ПК-12 |

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-4

| Вопрос | Код компетенции (согласно РПД) |
|--|-----------------------------------|
| 1. Мера Лебега на прямой и в \mathbb{R}^n . Измеримые множества. | ПК-4 |
| 2. Измерительные функции на прямой. Интеграл Лебега. | ПК-4 |
| 3. Связь интеграла Римана и интеграла Лебега. | ПК-4 |
| 4. Тригонометрический ряд Фурье. | ПК-4 |
| 5. Теорема Котельникова. | ПК-4 |
| 6. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье. | ПК-12 |
| 7. Пространство: векторное, метрическое, топологическое. | ПК-4 |
| 8. Векторное пространство: нормированное, банахово, гильбертово. | ПК-4 |
| 9. Пространство L_1 . Пространство L_2 . | ПК-4 |
| 10. Вейвлеты Хаара. | ПК-12 |
| 11. Вейвлет-преобразование. | ПК-12 |
| 12. Вейвлеты Добеши. | ПК-12 |

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|---|
| зачтено | Ответы на вопросы верны или допущены незначительные ошибки. |
| не зачтено | Ответов нет или они содержат грубые ошибки. |

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

- Новиков И. Я. Теория всплесков / Новиков И. Я., Протасов В. Ю., Скопина М. А. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 616 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 5-9221-0642-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=700510&idb=0>.
- Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB / Смоленцев Н.К. - Москва : ДМК-пресс, 2014., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=647147&idb=0>.

Дополнительная литература:

- Дьяконов В. П. Вейвлеты. От теории к практике. - М. : СОЛОН-Р, 2002. - 448 с. - ISBN 5-93455-150-7 : 164.20., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=6867>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.04.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Филиппов Викторий Николаевич, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.