

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им.  
Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением ученого совета ННГУ  
протокол от «30» ноября 2022 г. № 13

**Рабочая программа дисциплины**  
**Теория графов**

---

Уровень высшего образования  
**магистратура**

---

Направление подготовки  
**01.04.02 Прикладная математика и информатика**

---

Направленность образовательной программы  
**Компьютерные науки и приложения**

---

Форма обучения  
**очная**

---

Нижегород  
2022

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Курс Б1.В.ДВ.02.01 «Теория графов» относится к Блоку 1 части ОПОП, формируемой участниками образовательных отношений, магистратуры по направлению подготовки «Прикладная математика и информатика», направленность образовательной программы «Компьютерные науки и приложения». Дисциплина «Теория графов» преподается в первом семестре. Трудоемкость составляет 3 зачетные единицы, 108 час., зачет.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.02.01, «Теория графов» относится к части ООП направления подготовки «01.04.02 Прикладная математика и информатика», формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ПК-4 Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	ПК-4.1. Знать методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач.	<u>Знать</u> важнейшие изобретения в области разработки эффективных алгоритмов; в области разработки системного и прикладного программного обеспечения для решения производственно-технологических задач.	Контрольные работы

	ПК-4.2. Уметь применять методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач.	<u>Уметь</u> самостоятельно оценивать трудоемкость алгоритмов, анализировать сложность задач в простых случаях, в более трудных – искать соответствующую информацию в литературе и в сети Интернет; самостоятельно и в команде открывать новые подходы к разработке системного и прикладного программного обеспечения для решения научных проблем и задач; самостоятельно и в команде открывать новые подходы к разработке системного и прикладного программного обеспечения для решения научных проблем и задач.	Контрольные работы
	ПК-4.3 Иметь навыки применения методов разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач.	<u>Владеть</u> важнейшими элементами алгоритмической техники, приемами рационализации алгоритмов; методами оценки трудоемкости алгоритмов, анализа сложности задач в простых случаях, в более трудных – искать соответствующую информацию в литературе и в сети Интернет.	Контрольные работы
ПК-11. Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых задач производственно-технологической деятельности	ПК-11.1. Знает методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых производственно-технологических задач.	<u>Знать</u> вероятностные алгоритмы нахождения минимального разреза; проверки полиномиальных тождеств; алгоритм для задачи о гамильтоновом цикле; проблему дерандомизации. <u>Уметь</u> применять вероятностные алгоритмы нахождения минимального разреза; проверки полиномиальных тождеств; алгоритм для задачи о гамильтоновом цикле; проблему дерандомизации для анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых задач производственно-технологической деятельности	Контрольные работы
	ПК-11.2. Умеет применять методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых производственно-технологических задач.	<u>Уметь</u> самостоятельно оценивать трудоемкость алгоритмов, анализировать сложность задач в простых случаях, в более трудных – искать соответствующую информацию в литературе и в сети Интернет; самостоятельно и в команде открывать новые подходы к разработке системного и прикладного программного обеспечения для решения производственно-технологических задач.	Контрольные работы
	ПК-11.3. Имеет навыки применения методов разработки и анализа	<u>Владеть</u> важнейшими элементами алгоритмической техники, приемами рационализации алгоритмов для решения задач научной деятельности.	Контрольные работы

	концептуальных и теоретических моделей решаемых производственно-технологических задач.		
--	--	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>3 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>108</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>33</b>
- занятия лекционного типа	<b>16</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>16</b>
- текущий контроль (КСР)	<b>1</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>75</b>
<b>Промежуточная аттестация – зачет</b>	

### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
<b>Области эффективности.</b> Наследственные и монотонные классы графов. П-простые и П-сложные классы. Примеры областей эффективности и сложностной дихотомии. Полиномиальная сводимость. Метод локальных преобразований.	10	2	2		4	6
<b>Задачи модификации графов и их приложения.</b> Задачи удаления, пополнения и редактирования. Кластеризация графов и категоризация текстов. Пополнение до хордального графа и гауссовы исключения. Редактирование до интервального графа. Планаризация. Сложность задач модификации.	12	2	2		4	8
<b>Эволюция переборных алгоритмов.</b> Алгоритмы, основанные на деревьях решений. Редукция. Ядро задачи. Параметризованная сложность. Примеры – независимые множества, вершинные покрытия, кластеризация. Применение динамического программирования и методов перечисления на примере задач о гамильтоновом цикле и о раскраске вершин.	14	2	2		4	10
<b>Жадные алгоритмы.</b> Задача выбора заявок. Оптимальные каркасы и пути. Матроиды. Теорема Радо–Эдмондса. Взвешенные паросочетания.	14	2	2		4	10
<b>Жадные алгоритмы.</b> Матроидные свойства. Пример – ограниченное цикломатическое число. Гридоид. Теорема Корте–Ловаса. Модели с фиксированными и адаптивными приоритетами.	14	2	2		4	10
<b>Потоковые алгоритмы.</b> Задача о максимальном потоке и алгоритмы ее решения. Применения к вычислению связности графа и к задаче сбора информации.	14	2	2		4	10

<b>Вероятностные алгоритмы.</b> Вероятностный алгоритм нахождения минимального разреза. Проверка полиномиальных тождеств.	14	2	2		4	10
<b>Вероятностные алгоритмы.</b> Алгоритм для задачи о гамильтоновом цикле. Проблема дерандомизации.	15	2	2		4	11
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация – экзамен						
<b>Итого</b>	<b>108</b>	<b>16</b>	<b>16</b>		<b>33</b>	<b>75</b>

Практические занятия (семинарские занятия) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Практическая подготовка предусматривает:

работу с различными видами алгоритмов на графах, их модификации и оценку эффективности.

На проведение практических занятий (семинарских занятий) в форме практической подготовки отводится 16 часов.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП:

Построение математических моделей и исследование их аналитическими методами, разработка методов, программного обеспечения, инструментальных средств по тематике проводимых научно-исследовательских проектов;

- компетенций - ПК-4, ПК-11.

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях лекционного типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет).

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Теория графов» включает выполнение заданий под контролем преподавателя, написание реферата и подготовку к зачету.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### **5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:**

##### **5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций					
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично
	Не зачтено		Зачтено			

<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже

		«удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы для оценки сформированности компетенции ПК-4

1. Понятия П-простого и П-сложного классов, примеры тех и других.
2. Наследственные и монотонные классы. Конечно определенные классы. Сложностная дихотомия для задачи о независимом множестве.
3. Алгоритм для задачи о независимом множестве на основе дерева решений и способы его ускорения.
4. Решение задачи о независимом множестве за полиномиальное время в классах двудольных, реберных и интервальных графов.
5. Класс хордальных графов. Гауссовские исключения и задача пополнения графа до хордального.
6. Полиномиальные алгоритмы для задач о независимом множестве и раскраске для хордальных графов.
7. Задача кластеризации графа. Удаление, пополнение, редактирование. Сложность различных вариантов задачи кластеризации. Точное решение задачи с двумя кластерами при малых ошибках.
8. Алгоритм на основе динамического программирования для задачи о гамильтоновом цикле.
9. Алгоритмы экспоненциальной трудоемкости для задачи о раскраске.
10. Понятия параметризованной сложности и класса FPT. Параметризованный алгоритм для задачи о вершинном покрытии.
11. Понятие ядра задачи и его связь с параметризованной сложностью. Примеры полиномиальных ядер.
12. Алгоритмы Прима и Краскала для задачи об оптимальном каркасе.
13. Матроиды. Теорема Радо–Эдмондса. Применение к задаче о взвешенных паросочетаниях.
14. Метод увеличивающего пути для задачи о максимальном потоке. Алгоритм Карпа–Эдмондса.
15. Вероятностный алгоритм нахождения минимального разреза.
16. Вероятностный алгоритм проверки полиномиальных тождеств.

## 5.2.2. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции ПК-4, ПК-11

### Вариант 1

Какие из следующих утверждений верны?

1. Если  $A \propto B$  и  $B \in \text{NP}$ , то  $A \in \text{NP}$ . (+)
2. Если задача о независимом множестве полиномиально сводится к задаче о паросочетании, то  $\text{P} = \text{NP}$ . (+)
3. Задача о гамильтоновом цикле для двудольных графов полиномиально сводится к задаче о вершинном покрытии для планарных графов. (+)
4. Класс  $\text{APX}$  состоит из таких задач, для которых при любом  $\varepsilon > 0$  существует алгоритм, решающий задачу за полиномиальное время с относительной точностью  $1 + \varepsilon$ . (-)
5.  $\text{RP}$  – это класс языков, распознаваемых за полиномиальное время вероятностными алгоритмами, у которых ответ «нет» (слово не принадлежит языку) всегда правильный. (-)
6. Наследственный класс графов – это класс, замкнутый относительно удаления вершин. (+)

### Вариант 2

Какие из следующих утверждений верны?

1. Если  $A \propto B$  и  $B \in \text{NPC}$ , то  $A \in \text{NPC}$ . (-)
2. Если задача о вершинном покрытии полиномиально сводится к задаче об эйлеровом цикле, то  $\text{P} = \text{NP}$ . (+)
3. Задача о независимом множестве для планарных графов полиномиально сводится к задаче о гамильтоновом цикле для двудольных графов. (+)
4. Задача принадлежит классу  $\text{PTAS}$ , если при любом  $\varepsilon > 0$  существует алгоритм, решающий ее за полиномиальное время с относительной точностью  $1 + \varepsilon$ . (+)
5.  $\text{RP}$  – это класс языков, распознаваемых за полиномиальное время вероятностными алгоритмами, у которых ответ «да» (слово принадлежит языку) всегда правильный. (+)
6. Наследственный класс графов – это класс, замкнутый относительно удаления вершин и ребер. (-)

### Вариант 3

Какие из следующих утверждений верны?

1. Если  $A \propto B$  и  $A \in \text{NP}$ , то  $B \in \text{NPC}$ . (-)
2. Если задача о гамильтоновом цикле полиномиально сводится к задаче о паросочетании, то  $\text{NP} = \text{NPC}$ . (+)
3. Задача о гамильтоновом цикле для планарных графов полиномиально сводится к задаче о независимом множестве для двудольных графов. (-)
4.  $\text{FPT}$  – это класс параметризованных языков, распознаваемых за время  $O(f(k)n^c)$ , где  $k$  – параметр,  $n$  – длина входа,  $f \in \text{Poly}$ ,  $c$  – константа. (-)

5. Если язык принадлежит классу BPP, то существует вероятностный алгоритм, который за полиномиальное время распознает принадлежность слова этому языку с вероятностью ошибки не более 0,1. (+)

6. Наследственный класс графов – это класс, замкнутый относительно удаления ребер. (–)

#### Вариант 4

Какие из следующих утверждений верны?

1. Если  $A \leq B$  и  $A \in \text{NPH}$ , то  $B \in \text{NPH}$ . (+)

2. Если  $P \neq \text{NPC}$ , то задача о раскраске вершин не сводится полиномиально к задаче о независимом множестве. (–)

3. Задача о независимом множестве для планарных графов полиномиально сводится к задаче о вершинном покрытии для двудольных графов. (–)

4. FPT – это класс параметризованных языков, распознаваемых за время  $O(f(k))O(g(n))$ , где  $k$  – параметр,  $n$  – длина входа,  $g \in \text{Poly}$ . (+)

5. BPP – это класс языков, распознаваемых за полиномиальное время вероятностными

алгоритмами с вероятностью правильного решения не менее . (–)

6. Монотонный класс графов – это класс, замкнутый относительно удаления вершин. (–)

#### Вариант 5

Какие из следующих утверждений верны?

1. Если  $A \leq B$  и  $B \in \text{NPH}$ , то  $A \in \text{EXP}$ . (–)

2. Если  $\text{NPC} = \text{NP}$ , то задача о клике полиномиально сводится к задаче об эйлеровом цикле. (+)

3. Задача о вершинном покрытии для двудольных графов полиномиально сводится к задаче о раскраске вершин для планарных графов. (+)

4. Задача принадлежит классу APX, если существует алгоритм, решающий ее за полиномиальное время с относительной точностью  $1 + \varepsilon$  при некотором  $\varepsilon > 0$ . (+)

5. Если язык принадлежит классу RP, то существует вероятностный алгоритм, который за полиномиальное время распознает принадлежность слова этому языку с вероятностью ошибки не более 0,01. (+)

6. Монотонный класс графов – это класс, замкнутый относительно удаления ребер. (–)

#### Вариант 6

Какие из следующих утверждений верны?

1. Если  $A \leq B$  и  $A \in \text{NP}$ , то  $B \in \text{EXP}$ . (–)

2. Если  $\text{NPC} \neq \text{NP}$ , то задача о раскраске вершин не сводится полиномиально к задаче о раскраске ребер. (–)

3. Задача о вершинном покрытии для планарных графов полиномиально сводится к задаче о раскраске вершин для двудольных графов. (–)
4. Задача принадлежит классу PTA<sub>S</sub>, если при некотором  $\varepsilon > 0$  существует алгоритм, решающий ее за полиномиальное время с относительной точностью  $1 + \varepsilon$ . (–)
5. Если язык принадлежит классу BPP, то существует вероятностный алгоритм, который за полиномиальное время распознает принадлежность слова этому языку с вероятностью правильного решения не менее 0,9. (+)
6. Монотонный класс графов – это класс, замкнутый относительно удаления вершин и ребер. (+)

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) Основная литература:**

1. Алексеев В.Е., Таланов В.А. Графы и алгоритмы. Структуры данных. Модели вычислений М.: Бином, 2006.– 319 с.  
<http://files.lbz.ru/pdf/cB543-7x.pdf>
2. Кузюрин Н.Н., Фомин С.А. Эффективные алгоритмы и сложность вычислений. 2016.– 369 с.  
[http://discopal.ispras.ru/img\\_auth.php/f/f4/Book-advanced-algorithms.pdf](http://discopal.ispras.ru/img_auth.php/f/f4/Book-advanced-algorithms.pdf)

### **б) Дополнительная литература**

1. Gaks P., Lovasz L. Complexity of algorithms. 1999.– 242 с.  
<http://www.cs.elte.hu/~lovasz/complexity.pdf>
2. Davis S., Impagliazzo R. Models of Greedy Algorithms for Graph Problems// Algorithmica, 2009, V. 54, No 3, pp 269–317.  
<https://cseweb.ucsd.edu/~russell/greedy.pdf>
3. Ху Т.Ч., Шинг М.Т. Комбинаторные алгоритмы. Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2004, 329 с.
4. Mancini F. Graph modification problems related to graph classes  
Dissertation for the degree of PhD.University of Bergen, Norway, 2008, 107 стр.  
[https://www.researchgate.net/publication/267420726\\_Graph\\_modification\\_problems\\_related\\_to\\_graph\\_classes](https://www.researchgate.net/publication/267420726_Graph_modification_problems_related_to_graph_classes)
5. Woeginger G.J. Exact algorithms for NP–hard problems: A survey. Lecture Notes in Computer Science, v. 2570 (2003), Combinatorial Optimization, pp. 185–207.  
<http://www.win.tue.nl/~gwoegi/papers/exact.pdf>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 01.04.02 Прикладная математика и информатика.

Авторы программы: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ к. ф.-м. н., доц. С. В. Сорочан

Рецензент: \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой АГиДМ \_\_\_\_\_ д.ф.-м.н., доц. Н.Ю. Золотых

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от «30» ноября 2022 г. № 13