

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 15 от 24.12.2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Векторный и тензорный анализ

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

Направленность образовательной программы

Информационные системы и технологии

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.11 Векторный и тензорный анализ относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук, базовые теории и истории основного, теории коммуникации; знает основную терминологию ОПК-1.2: Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты ОПК-1.3: Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знает базовые понятия теории векторного и тензорного анализа ОПК-1.2: Умеет решать ключевые задачи векторного и тензорного анализа, доказывать основные утверждения теории ОПК-1.3: Владеет математическим аппаратом решения основных задач векторного и тензорного анализа	Аудиторная контрольная работа	Экзамен: Задания Контрольные вопросы

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	4
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	2

самостоятельная работа	33
Промежуточная аттестация	45 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Тема 1. Векторные функции	4	2	0	2	2
Тема 2. Криволинейные интегралы	16	6	6	12	4
Тема 3. Поверхностные интегралы	24	6	10	16	8
Тема 4. Теория поля	32	8	12	20	12
Тема 5. Градиент, дивергенция, ротор и лапласиан в ортонормированных криволинейных координатах	11	4	4	8	3
Тема 6. Тензоры	4	2	0	2	2
Тема 7. Элементы дифференциальной геометрии	6	4	0	4	2
Аттестация	45				
КСР	2			2	
Итого	144	32	32	66	33

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1 Векторные функции.

Непрерывность векторных функций, годограф непрерывной векторной функции, дифференцируемость скалярных и векторных функций одной и многих переменных, частные производные, многомерная формула Тейлора, остаточный член формулы Тейлора.

Тема 2 Криволинейные интегралы.

Пространственные кривые, длина гладкой кривой, криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода, их вычисление с помощью определенных интегралов, ориентации областей и их границ на плоскости, формула Грина для плоской замкнутой ограниченной области, независимость от пути интегрирования для односвязной области.

Тема 3 Поверхностные интегралы.

Способы задания поверхностей в пространстве, нормаль и касательная плоскость гладкой поверхности, ориентируемые и неориентируемые поверхности, двусторонние и односторонние поверхности, площадь гладкой поверхности, поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода, сведение поверхностных интегралов к двойным интегралам, физические приложения поверхностных интегралов. простые цилиндрические области, формула Гаусса-Остроградского и её физический смысл, формула Стокса её физический смысл.

Тема 4 Теория поля.

Скалярные поля и поверхности уровня скалярного поля, векторные поля и их векторные линии, дифференциальные уравнения векторных линий, функции множеств и их производные, инвариантное определение градиента, его вычисление в ортогональных координатах и его свойства, производная по направлению, сфера производных по направлению, оператор Гамильтона, поток векторного поля через ориентированную поверхность, инвариантное определение дивергенции, ее вычисление в ортогональных координатах и ее свойства, инвариантная форма формулы Гаусса-Остроградского, вращение векторного поля вдоль ориентированной поверхности, инвариантное определение ротора, его вычисление в ортогональных координатах и его свойства, дифференциальные операторы первого и второго порядка, оператор Лапласа, потенциальные поля, критерий потенциальности, циркуляция векторного поля вдоль кривой, инвариантная форма формулы Стокса, соленоидальные поля, критерий соленоидальности, инвариантность потока ротора соленоидального поля через поверхности, натянутые на фиксированный контур, векторная трубка и её физический смысл, инвариантность потока соленоидального поля через сечения векторной трубки, лапласовы поля, основная теорема векторного анализа.

Тема 5 Градиент, дивергенция, ротор и лапласиан в ортонормированных криволинейных координатах. Основной и взаимный базисы, определение криволинейных координат, локальный базис криволинейной системы координат, координатные линии и координатные поверхности, ортогональные криволинейные координаты, коэффициенты Ламэ, вычисление градиента, дивергенции, ротора и лапласиана в ортонормированных криволинейных координатах, сферические и цилиндрические координаты.

Тема 6 Тензоры.

Преобразование векторов, линейных и билинейных форм при переходе к новому базису, определение тензора типа и ранга $p+q$, линейное пространство тензоров одного типа, тензорное произведение, свертка тензора, перестановка индексов, симметричные и антисимметричные тензоры по двум и по совокупности индексов, тензоры в евклидовом пространстве, ко- и контравариантные метрические тензоры, ко- и контравариантные координаты вектора, подъём и опускание индексов, равносильные тензорные уравнения, тензорные поля, дивергенция тензорного поля.

Тема 7 Элементы дифференциальной геометрии.

Пространственные кривые, натуральный параметр, три формулы Френе-Серре, кривизна и кручение и их вычисление, трехгранник Френе-Серре и локальные уравнения проекций кривой на нормальную, спрямляющую и соприкасающуюся плоскости, первая квадратичная форма поверхности, вычисление длины кривой и площади на поверхности и вычисление угла между двумя кривыми на поверхности, вторая квадратичная форма поверхности, кривизна кривой на поверхности, теорема Менье, главные кривизны поверхности в точке, гауссова и средняя кривизна поверхности.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Кошелев В.Н., Саичев А.И., Уткин Г.А. Основы векторного анализа (учебное пособие). - Нижний Новгород: ННГУ, 2007.

Корчагин А.Б. Криволинейные и поверхностные интегралы (учебно-методическое пособие). - Нижний Новгород: ННГУ, 2010. http://www.unn.ru/books/met_files/OVTA.pdf

Кошелев В.Н., Саичев А.И., Уткин Г.А. Практикум по векторному анализу (учебное пособие) – Н.Новгород: ННГУ, 2006.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Аудиторная контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Вычислить криволинейный интеграл 2-го рода

$$\int_C (y^2 - z^2) dx + (z^2 - x^2) dy + (x^2 - y^2) dz,$$

где C - контур, ограничивающий часть сферы $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$ и пробегаемый так, что внешняя сторона этой поверхности остается слева.

2. Вычислить поверхностный интеграл 1-го рода

$$\iint_S z ds,$$

где S - часть поверхности цилиндра $x^2 + z^2 = 2az$ ($a > 0$), вырезанная конусом $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

3. Вычислить массу сферы, если поверхностная плотность в каждой ее точке пропорциональна квадрату расстояния этой точки до некоторой большой окружности сферы.

1. Вычислить двумя способами (непосредственно и с помощью формулы Грина) криволинейный интеграл 2-го рода

$$\oint_C (xy + x + y) dx + (xy + x - y) dy,$$

где C - эллипс $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$.

2. Вычислить поверхностный интеграл 1-го рода

$$\iint_S (x^2 + y^2 + z^2) ds,$$

где S - поверхность куба: $\max\{|x|, |y|, |z|\} = a$.

3. Найти координаты центра тяжести контура однородного сферического треугольника $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

1. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода

$$\int_C z dl$$

вдоль пространственной кривой C : $x = t \cos t$, $y = t \sin t$, $z = t$ ($0 \leq t \leq t_0$).

2. Вычислить поверхностный интеграл 2-го рода

$$\iint_S z^2 dz dx + x dx dy + y dy dz,$$

где S - внешняя сторона замкнутой поверхности, составленной из части сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, расположенной в первом октанте, и координатных плоскостей $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

3. Найти полярный момент инерции

$$I_0 = \iint_S (x^2 + y^2 + z^2) ds$$

однородной поверхности куба: $\max\{|x|, |y|, |z|\} = a$ единичной плотности.

1. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода

$$\int_C z dl$$

вдоль дуги пространственной кривой $x^2 + y^2 = z^2$, $y^2 = ax$ от точки $O(0, 0, 0)$ до точки $A(a, a, a\sqrt{2})$.

2. Найти с помощью поверхностного интеграла объем тела, ограниченного эллиптическим параболоидом

$$z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

и плоскостью $z = H$.

3. Найти моменты инерции однородной треугольной пластинки $x + y + z = 1$ ($x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$) массы M относительно координатных осей.

1. Дано скалярное поле $u = z/\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Построить поверхности уровня поля и поверхности уровня модуля его градиента.

2. Определить потенциал векторного поля

$$\vec{A} = \frac{2}{(y+z)^{1/2}} \vec{i} - \frac{x}{(y+z)^{3/2}} \vec{j} - \frac{x}{(y+z)^{3/2}} \vec{k}$$

и его работу вдоль пути, соединяющего в первом октанте точки $M(1, 1, 3)$ и $N(2, 4, 5)$.

3. Пусть u и v - дважды непрерывно-дифференцируемые скалярные поля. Доказать, что векторное поле $[\text{grad } u, \text{grad } v]$ - соленоидальное.

4. Найти поток Π векторного поля

$$\vec{A} = x^2 y \vec{i} - x y^2 \vec{j} + z(x^2 + y^2) \vec{k}$$

из области T , ограниченной поверхностями $x^2 + y^2 = 2z$, $z = 2$.

1. Найти производную поля $u = \ln(x^2 + y^2)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$ по направлению, перпендикулярному к линии уровня поля u , проходящей через эту точку.
2. Найти работу векторного поля $\vec{A} = (y+z)\vec{i} + (2+x)\vec{j} + (x+y)\vec{k}$ вдоль кратчайшей дуги большого круга сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 25$, соединяющей точки $M(3, 4, 0)$ и $N(0, 0, 5)$.

3. Доказать вторую формулу Грина в пространстве

$$\iiint_T \left| \begin{array}{cc} \Delta u & \Delta v \\ u & v \end{array} \right| dv = \iint_S \left| \begin{array}{cc} \partial u / \partial n & \partial v / \partial n \\ u & v \end{array} \right| ds,$$

где область T ограничена замкнутой поверхностью S , а $\vec{n}$ – внешняя нормаль к поверхности S .

4. Найти поток Π векторного поля

$$\vec{A} = x^2 y z \vec{i} + x y^2 z \vec{j} - x y z^2 \vec{k}$$

из области T , лежащей в первом октанте и ограниченной сверху поверхностью $z = xy$, а с боков – плоскостями $x = 1$, $y = 1$.

1. Найти векторные линии поля $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} - z\vec{k}$.
2. В установившемся потоке несжимаемой идеальной жидкости скорость каждой частицы направлена к началу координат и по величине равна $1/r^2$ ($\vec{r}$ – радиус-вектор частицы). Вычислить количество жидкости, втекающей в окружающую начало координат область T за единицу времени.
3. Доказать, что векторное поле $\vec{A} = u \operatorname{grad} v$ всюду ортогонально векторному полю $\operatorname{rot} \vec{A}$.
4. Найти циркуляцию Γ векторного поля

$$\vec{A} = y^2 z^2 \vec{i} + x^2 z^2 \vec{j} + x^2 y^2 \vec{k}$$

вдоль замкнутой кривой C : $x = a \cos t$, $y = a \cos 2t$, $z = a \cos 3t$, пробегаемой в направлении возрастания параметра t .

1. Найти производную плоского скалярного поля $u = x^3 - 3x^2 y + 3xy^2 + 1$ в точке $M(3, 1)$ по направлению вектора $\overrightarrow{MN}$, где точка N имеет координаты $(6, 5)$.
2. Применяя вектор “набла”, показать, что центрально-симметричное векторное поле

$$\vec{A} = -\frac{f(r)}{r} \vec{r},$$

где $f(r)$ – дифференцируемая функция, является потенциальным и найти его потенциал.

3. Найти векторные линии поля

$$\vec{E} = \frac{q\vec{r}}{r^3}$$

точечного заряда q , где r – расстояние от точки наблюдения до заряда.

4. Пусть в начале координат расположена материальная точка массы m . Найти поток Π ее вектора поля тяготения через поверхность вертикального цилиндра радиуса R и высоты $2h$, симметрично расположенного относительно плоскости xOy и оси Oz , в направлении внутренней нормали к цилиндру.

Критерии оценивания (оценочное средство - Аудиторная контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	выполнено 50% и более заданий
не зачтено	выполнено менее 50% заданий

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

	отказа обучающегося от ответа	ошибки	х задач с некоторым и недочетами	некоторым и недочетами	ошибок и недочетов	без ошибок и недочетов	
--	-------------------------------	--------	----------------------------------	------------------------	--------------------	------------------------	--

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Практическое задание № 1

Вычислить работу поля $\vec{F} = y\vec{i} + x\vec{j} + z^2\vec{k}$ по контуру $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $x = y$ ($x, y > 0$).

Практическое задание № 2

Найти поток векторного поля $\vec{A} = yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k}$ через боковую поверхность пирамиды с вершинами $S(0, 0, 2)$, $O(0, 0, 0)$, $A(2, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$.

Практическое задание № 3

Найти работу поля $\vec{F} = \frac{y}{\sqrt{z}}\vec{i} - \frac{x}{\sqrt{z}}\vec{j} + \sqrt{xy}\vec{k}$ вдоль кривой $z = (x^2 + y^2)/3$, $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Практическое задание № 4

Вычислить поток градиента скалярного поля $u = (x^2 + y^2 + z^2)/2$ через его поверхность уровня.

Практическое задание № 5

Найти циркуляцию поля $\vec{A} = \frac{1}{x}\vec{i} + \frac{1}{y}\vec{j} + \frac{1}{z}\vec{k}$ по контуру: $x = \pm a$, $y = \pm a$, $z = \pm a$, $x = y$.

Практическое задание № 6

Найти поток векторного поля $\vec{A} = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$ через боковую поверхность конуса $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$ ($0 \leq z \leq 1$).

Практическое задание № 7

Найти векторный потенциал $\vec{B}$ поля $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} - 2z\vec{k}$ и вычислить циркуляцию $\vec{B}$ по контуру, составленному из линий: $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 1$, $z = 2$.

Практическое задание № 8

Найти циркуляцию поля $\vec{A} = \frac{1}{y}\vec{i} + \frac{1}{x}\vec{j} + z\vec{k}$ вдоль кривой $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $x^2 + y^2 = 1$ ($z > 0$).

Практическое задание № 9

Найти работу векторного поля $\vec{F} = \text{grad}(\arctg y/x)$ вдоль контура C , окружающего ось Oz .

Практическое задание № 10

Найти силовые линии векторного поля $\vec{F} = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$. Что представляют собой его векторные трубки?

Практическое задание № 11

Вычислить поток векторного поля $\vec{r}$ через боковую поверхность параболоида $z = x^2 + y^2$ ($0 \leq z \leq H$).

Практическое задание № 12

Найти поток векторного поля $\vec{A} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + xz\vec{k}$ через часть поверхности шара $x^2 + y^2 + z^2 < 1$, лежащую в третьем октанте.

Практическое задание № 13

Вычислить поток векторного поля $\vec{A} = -(y + z)/r\vec{i} + (x + z)/r\vec{j} + (x - y)/r\vec{k}$ ($r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$) через полусферу $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ($z \geq 0$).

Практическое задание № 14

Найти поток поля с потенциалом $u = \ln \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ через боковую поверхность тела $z = x^2 + y^2 - 1$, $z = 3$.

Практическое задание № 15

Вычислить циркуляцию поля $\vec{A} = \vec{r}/r$ по контуру $|x| + |y| + |z| = a$, $x = y$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Превосходная подготовка с очень незначительными погрешностями
отлично	Подготовка с некоторыми ошибками, уровень которой существенно выше среднего
очень хорошо	В целом хорошая подготовка с рядом заметных ошибок, принципиально не искажающих суть излагаемой на экзамене задачи (проблемы)
хорошо	Хорошая подготовка с заметными ошибками, частично искажающими суть излагаемой на экзамене задачи (проблемы)
удовлетворительно	Подготовка, удовлетворяющая минимальным требованиям
неудовлетворительно	Необходима дополнительная подготовка для успешного прохождения испытания
плохо	Подготовка, совершенно недостаточная для понимания сути задачи (проблемы)

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Определение векторной функции одного и многих переменных.
2. Определение предела векторной функции по Коши и по Гейне. Свойства пределов векторных функций.
3. Непрерывность векторной функции. Действие с непрерывными функциями.
4. Дифференцируемые функции (4 случая).
5. Дифференцирование векторной функции одной переменной (определение и две теоремы). Геометрический смысл производной от векторной функции.
6. Определение частной производной векторной функции многих переменных. Теорема о существовании частных производных у дифференцируемой функции.
7. Определение производной по направлению. Теоремы о вычислении производных по направлению.
8. Интегрирование векторных функций.
9. Основной трехгранник кривой.
10. Система координат связанная с основным трехгранником. Координатные линии и координатные плоскости. Уравнение касательной, нормами, бинормали, нормальной плоскости, спрямляемой плоскости и соприкасающейся плоскости.
11. Формулы Френе. Понятие кривизны и кручения кривой.
12. Вычисление величины кривизны и кручения.
13. Вид кривой вблизи произвольной ее точки.
14. Определение поверхности. Способы задания поверхности. Простая поверхность, гладкая поверхность.
15. Нахождение нормали и касательной плоскости к поверхности.
16. Вычисление направляющих косинусов нормали к поверхности.
17. Длина кривой на поверхности. Первая квадратичная форма поверхности.

18. Определение площади гладкой поверхности. Теорема о вычислении площади гладкой поверхности. Следствия.
19. Нормальные сечения поверхности и их кривизна. Вторая квадратичная форма.
20. Определение поверхностного интеграла 1-го типа. Теорема о вычислении.
21. Вывод формулы Остроградского.
22. Вывод формулы Стокса.
23. Односторонние и двусторонние поверхности. Сторона поверхности.
24. Определение поверхностного интеграла 2-го типа. Теорема о вычислении.
25. Определения: скалярное поле, поверхность уровня (ее свойства), предел функции от области, производная по объему (ее физический смысл).
26. Определение градиента скалярного поля. Теорема о вычислении. Следствие.
27. Свойства градиента.
28. Определение векторного поля. Векторная линия. Задача о нахождении векторной линии. Векторная трубка. Поток векторного поля. Векторный поток.
29. Дивергенция векторного поля. Теорема о вычислении. Инвариантный вид формулы Остроградского. Физический смысл дивергенции и формулы Остроградского.
30. Определение ротора векторного поля. Теорема о вычислении. Следствие.
31. Физический смысл ротора.
32. Оператор Гамильтона. Действия с вектором “набла”. Дифференциальные операторы, порожденные вектором “набла”.
33. Общая теорема Гаусса-Остроградского.
34. Потенциальное поле. Теорема о вычислении потенциала. Критерий потенциальности поля.
35. Циркуляция векторного поля. Инвариантный вид формулы Стокса.
36. Соленоидальное поле. Критерий соленоидальности поля. Свойства соленоидального поля.
37. Лапласово поле. Основная теорема векторного анализа (без доказательства). Дифференциальные операции второго порядка.
38. Основной и взаимный базисы. Ковариантные и контравариантные координаты вектора.
39. Определение криволинейных координат в пространстве. Координатные линии и координатные поверхности. Теорема о нахождении локальных базисов (основного и взаимного).
40. Определение ортогональных криволинейных координат. Критерий ортогональности. Элемент длины. Коэффициенты Ламе.
41. Вывести формулы в ортогональных криволинейных координатах для градиента и оператора Лапласа.
42. Дивергенция в ортогональных криволинейных координатах.
43. Ротор в ортогональных криволинейных координатах.
44. Дифференциальные операции теории поля в сферических координатах.
45. Дифференциальные операции теории поля в цилиндрических координатах.
46. Преобразования ортонормированных базисов.
47. Определение аффинного ортогонального тензора. Примеры: вектор, поверхность.
48. Линейный оператор в векторном пространстве как аффинный ортогональный тензор.
49. Тензорная символика.
50. Преобразование косоугольных базисов.
51. Общее определение тензора. Примеры.
52. Метрический тензор.
53. Тензорная алгебра. Сложение. Умножение. Свертка. Перестановка индексов. Симметрирование. Альтернация. Подъем и опускание индексов.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок
неудовлетворительно	Уровень знаний теоретического материала ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Буда́к Борис Михайлович. Кратные интегралы и ряды : учеб. для студентов физ. и физ.-мат. фак. ун-тов. - Изд. 3-е. - М. : Физматлит, 2002. - 512 с. : ил. - (Курс высшей математики и математической физики / под ред. А. Н. Тихонова, В. А. Ильина, А. Г. Свешникова ; вып. 2). - ISBN 5-9221-0300-8 : 162.00., 1 экз.
2. Буда́к Борис Михайлович. Кратные интегралы и ряды : [для физ. и физ.-мат. фак. ун-тов]. - М. : Наука, 1965. - 607 с. : с черт. - (Курс высшей математики и математической физики / под ред. А. Н. Тихонова [и др.]. вып. 2). - 1.20., 16 экз.
3. Буда́к Борис Михайлович. Кратные интегралы и ряды : [учеб. для физ. и физ.-мат. фак. ун-тов]. - Изд. 2-е, стер. - М. : Наука, 1967. - 607 с. : черт. - (Курс высшей математики и математической физики / под ред. А. Н. Тихонова [и др.]; вып. 2). - 1974.00., 103 экз.
4. Кочин Николай Евграфович. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. - Изд. 9-е. - М. : Наука, 1965. - 426 с. : черт. - 1.90., 4 экз.
5. Демидович Борис Павлович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учеб. пособие для вузов. - М. : АСТ : Астрель, 2010. - 558, [2] с. : ил. - ISBN 978-5-17-010062-0 (АСТ) : 348.00., 250 экз.

Дополнительная литература:

1. Арфкен Г. Математические методы в физике / сокр. пер. с англ. В. В. Чепкунова. - М. : Атомиздат, 1970. - 712 с. - 3.42., 2 экз.

2. Гольдфайн И. А. Векторный анализ и теория поля / под ред. Р. Г. Гутера. - 2-е изд. - М. : Наука, 1968. - 128 с. - 0.22., 1 экз.
3. Рашевский Петр Константинович. Риманова геометрия и тензорный анализ. - Изд. 3-е. - М. : Наука, 1967. - 664 с. : черт. - 2.63., 58 экз.
4. Джеффрис Гарольд. Методы математической физики : [в 3 вып.] : пер. с англ. Вып. 3 / под ред. В. Н. Жаркова. - М. : Мир, 1970. - 344 с. : с черт. - 2.00., 1 экз.
5. Джеффрис Гарольд. Методы математической физики : [в 3 вып.] : пер. с англ. Вып. 1 / под ред. В. Н. Жаркова. - М. : Мир, 1969. - 424 с. : с черт. - 1.74., 1 экз.
6. Джеффрис Гарольд. Методы математической физики : [в 3 вып.] : пер. с англ. Вып. 2 / под ред. В. Н. Жаркова. - М. : Мир, 1970. - 352 с. : с черт. - 1.22., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

http://www.unn.ru/books/met_files/OVTA.pdf

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор(ы): Дубков Александр Александрович, доктор физико-математических наук, доцент.

Рецензент(ы): Якимов Аркадий Викторович, доктор физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Павлов Игорь Сергеевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 06.11.2025, протокол № 04/25.