

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Методы оптимизации

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

09.03.04 - Программная инженерия

---

Направленность образовательной программы

Разработка программно-информационных систем

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.23 Методы оптимизации относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1: Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации УК-1.2: Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности УК-1.3: Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов	УК-1.1: Уметь применять дополнительные принципы, факты, понятия, методы и алгоритмы из предметной области в профессиональной деятельности  УК-1.2: Уметь применять дополнительные принципы, факты, понятия, методы и алгоритмы из предметной области в профессиональной деятельности  УК-1.3: Приобрести практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска создания научных текстов	Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы Задачи  Зачёт: Задачи
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной	ОПК-1.1: Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования ОПК-1.2: Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического	ОПК-1.1: Знать основные факты из математического анализа, геометрии и алгебры и других дисциплин, на которые опирается изучение методов оптимизации основные принципы, факты, понятия, аналитические и численные методы, алгоритмы, изучаемые в	Контрольная работа	Зачёт: Практическое задание  Экзамен: Контрольные вопросы Задачи

<p>деятельности;</p>	<p>анализа и моделирования ОПК-1.3: Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности</p>	<p>дисциплине:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. принцип Р.Беллмана, структуру рекуррентных уравнений Р.Беллмана;</li> <li>2. понятие оптимальности для задач векторной оптимизации;</li> <li>3. основные понятия и факты из выпуклого анализа, включая свойства выпуклых функций;</li> <li>4. запись условий оптимальности для различных типов задач математического программирования: условия Лагранжа, Каруша–Куна–Таккера, достаточные условия второго порядка и их роль в построении численных методов;</li> <li>5. классические и эффективные вычислительные методы одномерной, многомерной локальной и глобальной оптимизации и условия их применимости;</li> <li>6. методы учета ограничений в локальной и многоэкстремальной оптимизации.</li> </ol> <p>Уметь применять базовые знания естественных наук, математики и информатики решать математические задачи и проблемы из области методов оптимизации, аналогичные ранее изученным:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. выполнять математическую постановку задач оптимизации</li> <li>2. строить вычислительные схемы решения задач динамического программирования с помощью уравнений Беллмана;</li> <li>3. использовать методы сверток в задачах многокритериальной оптимизации;</li> <li>4. находить</li> </ol>		
----------------------	--	--	--	--

		<p>решения задач математического программирования, имеющих простое</p> <p>аналитическое описание, с использованием условий Каруша-Куна- Таккера;</p> <p>5. выбирать эффективные вычислительные методы решения нелинейных задач оптимизации различного типа и правильно интерпретировать результаты.</p> <p>6. применять универсальные математические пакеты для выполнения оптимизационных расчетов; доказывать ранее изученные в рамках дисциплины математические утверждения; проводить доказательства математических утверждений не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним;</p> <p>ОПК-1.2: Уметь применять базовые знания естественных наук, математики и информатики решать математические задачи и проблемы из области методов оптимизации, аналогичные ранее изученным:</p> <p>1. выполнять математическую постановку задач оптимизации</p> <p>2. строить вычислительные схемы решения задач динамического программирования с помощью уравнений Беллмана;</p> <p>3. использовать методы сверток в задачах многокритериальной</p>		
--	--	--	--	--

		<p>оптимизации;</p> <p>4. находить решения задач математического программирования, имеющих простое аналитическое описание, с использованием условий Каруша-Куна-Таккера;</p> <p>5. выбирать эффективные вычислительные методы решения нелинейных задач оптимизации различного типа и правильно интерпретировать результаты.</p> <p>6. применять универсальные математические пакеты для выполнения оптимизационных расчетов;</p> <p>доказывать ранее изученные в рамках дисциплины математические утверждения;</p> <p>проводить доказательства математических утверждений не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним;</p> <p>ОПК-1.3:</p> <p>Владеть терминологией предметной области;</p> <p>приемами аналитического решения и интерпретации результатов для задач из различных разделов методов оптимизации;</p> <p>основными приемами проведения математических доказательств;</p> <p>математическим и алгоритмическим мышлением, математической культурой;</p> <p>принципами построения и выбора эффективных численных методов решения</p>		
--	--	--	--	--

		нелинейных задач оптимизации.		
--	--	----------------------------------	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>8</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>288</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>48</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>32</b>
- КСР	<b>3</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>169</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b> <b>Экзамен, Зачёт</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора- торные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Тема 1. Динамическое программирование	58	12	6	18	40
Тема 2. Линейное программирование	52	8	4	12	40
Тема 3. Элементы выпуклого анализа	69	12	6	18	51
Тема 4. Ведение, общая постановка задачи нелинейного программирования	16	2	4	6	10
Тема 5. Условия оптимальности в задачах математического программирования	20	6	4	10	10
Тема 6. Вычислительные методы математического программирования	16	4	4	8	8
Тема 7. Вычислительные методы безусловной локальной оптимизации	18	4	4	8	10
Аттестация	36				
КСР	3				3
Итого	288	48	32	83	169

## Содержание разделов и тем дисциплины

1. Динамическое программирование
- 2.
3. Теория условий оптимальности
4. Методы одномерной оптимизации
5. Численные методы безусловной локальной оптимизации.
6. Методы учета функциональных ограничений в локальной оптимизации.
7. Численные методы многоэкстремальной оптимизации

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Методы нелинейной оптимизации, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=1512>.

### 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

**5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

**5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1:**

Вариант 1. Имеется 9 однотипных станков каждый из которых можно наладить на производство изделий одного из трех видов. Зависимость количества изделий каждого вида, изготовленных за смену, от количества станков, занятых на производстве --- в таблице:

Вид изделия	1 (один станок)	2 (два станка)	3 (три станка)	4 (станка)	5 (станков)	6	7	8	9
I	15	17	20	24	35	40	42	48	50
II	10	18	24	28	30	36	40	44	54
III	12	18	24	28	32	38	42	44	52

Найти количество станков, которое необходимо использовать для изготовления изделий каждого вида, чтобы общее число произведенных изделий, было максимальным. Поставить задачу в форме задачи ДП, явно указав выбор переменных управления и состояния, уравнение динамики, ограничения на управления.

## Вариант 2

Планируется производство на двух предприятиях в течение  $N$  лет. Сумма начальных средств в фонде развития, предназначенных для распределения равна  $S$ . Средства в размере  $u$ , выделенные  $i$ -му предприятию в начале очередного года, приносят за год доход  $J_i(u)$ , а также сумму  $f_i(u)$ , передаваемую в совместный фонд развития для дальнейшего финансирования производства. Средства выделяются предприятиям суммами, кратными величине  $d$  так, что средства фонда полностью делятся между предприятиями, за исключением сумм, меньших  $d$  (эти последние суммы теряются). В начале каждого следующего года средства, переданные в фонд, объединяются и заново делятся. Необходимо добиться максимального суммарного совокупного дохода, образованного из значений функций  $J$ , за счет выбора стратегии перераспределения средств. Выполнить расчеты при следующих данных:  $N=3$ ,  $S=120$ ,  $f_1(u)=0.4u$ ,  $f_2(u)=0.6u$ ,  $d=20$ .

$u$	0	20	40	60	80	100	120
$J_1(u)$	0	5	8	12	14	15	16
$J_2(u)$	0	3	5	8	12	14	15

Вариант 1.  $x_1^* + 4x_1 + x_2^* - 10x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \geq -2 \\ x_2 \geq -1 \\ x_1 + x_2 - 7 \leq 0 \end{cases}$$

Сделать рисунок.

2. Исследовать на условный экстремум

$$z = 6 - 4x - 3y \text{ при условии } x^2 + y^2 = 1$$

## 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

ЛП 1. Решить ЗЛП графическим и симплексным (табличным) методом:

$$z = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 3 \\ x_1 \leq 6 \\ x_2 \leq 12 \\ x_1 + x_2 \leq 15 \end{cases} \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Д-1

Планируется финансирование двух отраслей в течение  $N$  лет. Сумма начальных средств, предназначенных для распределения равна  $A$ . Средства в размере  $u$ , выделенные  $i$ -й отрасли в начале очередного года, приносят за год доход  $S_i(u)$ , а также сумму  $F_i(u)$ , передаваемую в совместный фонд дополнительного финансирования отраслей. Средства выделяются отраслям суммами, кратными величине  $d$  так, что средства



фонда полностью делятся между отраслями, за исключением сумм, меньших  $d$  (эти последние суммы перечисляются в доход бюджета). В начале каждого следующего года средства, переданные в фонд, заново делятся между отраслями. Необходимо добиться максимального суммарного совокупного дохода, образованного из значений функций  $S$ , за счет выбора стратегии перераспределения средств дополнительного финансирования. Выполнить расчеты при :  $N=3, A=120, f_1(u)=1.2u, f_2(u)=1.3u, d=20$ .

U	0	20	40	60	80	100	120		
S1(u)	0	5	8	12	14	15	16		
S2(u)	0	3	5	8	10	12	13		

Вариант 2. Имеется 9 однотипных станков каждый из которых можно наладить на производство изделий одного из трех видов. Зависимость количества изделий каждого вида, изготовленных за смену, от количества станков, занятых на производстве --- в таблице:

Вид изделия	1 (один станок)	2 (два станка)	3 (три станка)	4 (станка)	5 (станков)	6	7	8	9
I	15	17	20	24	35	40	42	48	50
II	10	18	24	28	30	36	40	44	54
III	12	18	24	28	32	38	42	44	52

Найти количество станков, которое необходимо использовать для изготовления изделий каждого вида, чтобы общее число произведенных изделий, было максимальным. Поставить задачу в форме задачи ДП, явно указав выбор переменных управления и состояния, уравнение динамики, ограничения на управления.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой

	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
<b>не зачтено</b>	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Выпуклые множества, выпуклые функции (выпуклость и строгая выпуклость). Свойства выпуклых функций (с доказательствами, кроме свойства непрерывности во внутренних точках), критерии выпуклости. Задача выпуклого математического программирования и ее свойства. Возможность отсечений подмножеств, не содержащих глобального минимума, по измерениям градиента в гладких выпуклых задачах.

2. Градиент и производная по направлению, ее вычисление, свойства градиента. Условие оптимальности первого порядка при отсутствии ограничений: теорема Ферма. Задачи с ограничениями, функция Лагранжа. Запись условий экстремума первого порядка в задачах математического программирования. Теорема Лагранжа (для гладкой задачи с ограничениями – равенствами); теорема Каруша-Куна-Таккера в дифференциальной форме для класса выпуклых регулярных задач и невыпуклых задач (последняя теорема – без доказательства). Геометрическая интерпретация условий оптимальности, записанных в градиентной форме для теоремы Лагранжа и Каруша-Куна-Таккера.

Геометрическая интерпретация ситуации при разложении антиградиента целевой функции в выпуклой задаче при неверной гипотезе о наборе активных неравенств.

3. Понятие метода поисковой оптимизации. Испытание и порядок испытания. Априорная и поисковая информация. Пассивные и последовательные алгоритмы. Принцип наилучшего гарантированного результата. Оптимальные и  $\epsilon$ -оптимальные алгоритмы. Класс унимодальных функций, Построение оптимальных и  $\epsilon$ -оптимальных пассивных  $N$ -шаговых алгоритмов,  $\epsilon$ -оптимального последовательного  $N$ -шагового алгоритма (метод Фибоначчи).

Неоптимальные алгоритмы: методы золотого сечения и два варианта метода дихотомии. Связь метода Фибоначчи с методом золотого сечения

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

4. Два критерия выбора шагового множителя. Алгоритмы Армихо и одномерной минимизации. «Аккуратный» одномерный поиск. Классические методы многомерного локального поиска и их свойства: градиентные методы, включая метод наискорейшего градиентного поиска, и метод Ньютона. Теоремы сходимости для этих методов, свойства. Методы прямого поиска на примере метода Хука-Дживса.

3. Понятие метода поисковой оптимизации. Испытание и порядок испытания. Априорная и поисковая информация. Пассивные и последовательные алгоритмы. Принцип наилучшего гарантированного результата. Оптимальные и  $\epsilon$ -оптимальные алгоритмы. Класс унимодальных функций, Построение оптимальных и  $\epsilon$ -оптимальных пассивных  $N$ -шаговых алгоритмов,  $\epsilon$ -оптимального последовательного  $N$ -шагового алгоритма (метод Фибоначчи).

Неоптимальные алгоритмы: методы золотого сечения и два варианта метода дихотомии. Связь метода Фибоначчи с методом золотого сечения.

1. Выпуклые множества, выпуклые функции (выпуклость и строгая выпуклость). Проекция точки на множество, две леммы о свойствах проекции. Отделимость точки и множества, строгая и сильная отделимость, две теоремы об отделимости. Свойства выпуклых функций (с доказательствами, кроме свойства непрерывности во внутренних точках), критерии выпуклости. Задача выпуклого математического программирования и ее свойства. Возможность отсечений подмножеств, не содержащих глобального минимума, по измерениям градиента в гладких выпуклых задачах.

2. Понятие метода поисковой оптимизации. Испытание и порядок испытания. Априорная и поисковая информация. Пассивные и последовательные алгоритмы. Принцип наилучшего гарантированного результата. Оптимальные и  $\epsilon$ -оптимальные алгоритмы. Класс унимодальных функций, Построение оптимальных и  $\epsilon$ -оптимальных пассивных  $N$ -шаговых алгоритмов,  $\epsilon$ -оптимального последовательного  $N$ -шагового алгоритма (метод Фибоначчи).

Неоптимальные алгоритмы: методы золотого сечения и два варианта метода дихотомии. Связь метода Фибоначчи с методом золотого сечения.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена

Оценка	Критерии оценивания
	дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции УК-1

1.Выполнить анализ типа задачи, найти глобальный минимум:

$$\begin{aligned} \min x^2 - 19xy + 100y^2 \\ y \leq -1, x > 1 \\ y - x \leq 4 \\ y \leq 11 - 2x \end{aligned}$$

2.Выполнить анализ типа задачи, определить экстремальные значения функции на множестве

$$\begin{aligned} & 2x_1^2 + 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 \\ \approx & \begin{cases} 8x_1 - 3x_2 + 3x_3 \leq -1 \\ -2x_1 + x_2 - x_3 = -3 \\ x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

### 5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1.Выполнить анализ задачи, найти глобальный минимум:

$$\min x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$$

$$1 \leq 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

1. Выполнить анализ задачи, найти глобальный минимум:

$$\min x_1^2 + x_2^2 - 20x_1 - 30x_2$$

$$15x_1 + 7x_2 \leq 107$$

$$5x_1 + 13x_2 \leq 51$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
отлично	Отлично Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

Оценка	Критерии оценивания

### 5.3.5 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции УК-1

Решить ЗЛП графическим и Симплекс -

$$\begin{aligned}
 & z = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max \\
 & \begin{cases} x_1 - x_2 \leq 3 \\ x_1 \leq 6 \\ x_2 \leq 12 \\ x_1 + x_2 \leq 15 \end{cases} \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

методом \_\_\_\_\_

Д-4

Имеется небольшое предприятие с функцией прибыли за год  $v(x)$ , немонотонно зависящей от суммы  $x$  вложенных за год средств. Средства выделяются из фонда развития. Начальный запас средств в фонде равен  $A$ .

По завершению каждого года вклад  $x$ , и  $1/3$  полученной прибыли возвращаются в фонд развития, а  $2/3$  идет на покрытие производственных расходов и текущие выплаты работникам и администрации. Требуется максимизировать итоговый объем фонда развития после  $N$  лет работы.

Написать уравнения Беллмана и сделать расчет по ним в случае, когда  $N=3$ ,  $A=5$ ,  $v(x) = 3x(x/100 + 1)$ . Все суммы измеряются в условных единицах.

Д-2

Имеется начальный запас сырья  $C$ . В течение  $N$  лет происходит функционирование производства.

В начале  $k$ -го года часть сырья в объеме  $X$  может быть потрачена на выпуск продукции. В результате будет получен доход  $f(X, k)$ , зависящий от объема сырья  $X$  и номера года  $k$  (принять, что  $X$  кратно заданной величине  $h$  и может равняться  $0$  только в том случае, когда объем оставшегося сырья меньше  $h$ ).

Полученный в конце каждого года (кроме  $N$ -го) доход распределяется следующим образом:  $0.5$  дохода используется на приобретение в конце года дополнительной партии сырья по цене 1 денежная единица за единицу сырья, а оставшиеся  $0.5$  – идут на потребление. В последний год весь доход идет на потребление.

Определить оптимальные объемы использования сырья по годам, максимизирующие суммарное потребление. Принять  $N=4$ ,  $C=200$ ,  $f(X, k) = \max \{ 0; 2 \cdot (X/10 - k) \}$ ,  $h=40$ .

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция

Оценка	Критерии оценивания
	сформирована на уровне «хорошо» Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3.6 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1.Привести свой пример ситуации (для гладкого случая), когда точка удовлетворяет всем условиям Куна- Таккера, но не является локальным минимумом.

2.Как должны измениться условия оптимальности для гладких задач с неравенствами в задачах на максимум. Привести геометрическую иллюстрацию взаиморасположения векторов градиентов в соответствующем случае. Обосновать.

3.Доказать, что на классе гладких задач с невыпуклой целевой функцией и областью, удовлетворяющей достаточному условию регулярности Слейтера, это условие применимо при наличии гладкости ограничений. Т.е. требуется доказать это достаточное условие регулярности для измененного класса задач.

4.Для функции  $Q(x_1, x_2) = x_1 + 9(x_1 + 1) + x_2$  исследовать применение алгоритма выбора шагового множителя  $t_k$  при условии, что итерация метода локальной оптимизации выполняется из точки

$x_k = (x_k; x_k) = (0; 0)$  в направлении  $dk = (1; 0)$ .

1 2

Найти  $t_k$ .

5.Привести сравнительные описания метода наискорейшего градиентного поиска и метода сопряженных градиентов Флетчера-Ривса. Построить рисунок, показывающий вид линий уровня и характер траекторий этих методов на

функции Розенброка  $100(x_1 - x_2^2)^2 + (x_2 - 1)^2$  (рисунок может носить приближенный, качественный характер) из точки (4; -3). Приведите известные данные о характере сходимости этих методов.

6.Исследовать поведение метода Ньютона для функции, «собранной» из двух квадратичных

$Q(x_1, x_2) = \max \left\{ (x_1 + 1)^2 + 5x_2; (x_1 - 1)^2 + 5x_2 \right\}$ . Дать объяснение обнаруженному эффекту.

2

### Критерии оценивания (оценочное средство - Практическое задание)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже



Оценка	Критерии оценивания
	«хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

### Основная литература:

1. Васильев Федор Павлович. Методы решения экстремальных задач : задачи минимизации в функцион. пространствах, регуляризация, аппроксимация : [учеб. пособие для вузов]. - М. : Наука, 1981. - 400 с. - 1.10., 34 экз.
2. Городецкий С. Ю. Нелинейное программирование и многоэкстремальная оптимизация : учеб. пособие / Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 2007. - 489 с. - (Модели и методы конечномерной оптимизации ; вып. 2). - ISBN 978-5-85746-987-3 : 90.00., 82 экз.
3. Карманов Владимир Георгиевич. Математическое программирование : [учеб. пособие для вузов по специальности "Прикладная математика"]. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1986. - 286, [1] с. : граф. - 0.80., 127 экз.
4. Гилл Филип. Практическая оптимизация / пер. с англ. В. Ю. Лебедева ; под ред. А. А. Петрова. - М. : Мир, 1985. - 509 с. : ил. - 2.70., 32 экз.
5. Сухарев А. Г. Курс методов оптимизации / Сухарев А. Г., Тимохов А. В., Федоров В. В. - 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 384 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0559-0., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665794&idb=0>.

### Дополнительная литература:

1. Измаилов А. Ф. Численные методы оптимизации / Измаилов А. Ф., Солодов М. В. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 320 с. - Рекомендовано учебно-методическим советом по прикладной математике и информатике для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 010200 "Прикладная математика и информатика" и по направлению 510200 "Прикладная математика и информатика". - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0975-8., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665731&idb=0>.
2. Сухарев А. Г. Курс методов оптимизации / Сухарев А. Г., Тимохов А. В., Федоров В. В. - 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 384 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0559-0., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665794&idb=0>.

lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665794&idb=0.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Городецкий С.Ю. Лабораторный практикум по методам локальной оптимизации в программной системе LocOpt. Электронный ресурс:  
<http://www.unn.ru/e-library/aids.html?pscience=6&posdate=2007>.
2. Электронная библиотечная система «Издательство Лань», 2016, URL: <https://e.lanbook.com>
3. Для поддержки курса разработаны компьютерные программные лаборатории «OptWay» и «LocOpt», установленные в учебном компьютерном классе лаборатории «Динамика и оптимизация» кафедры ТУиДС (ауд. 220, корп.2). Кроме того, при проведении лабораторных работ используются математические пакеты общего назначения, преимущественно MatCad v 14 или MatLab. Используемое программное обеспечение является лицензионным.

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 09.03.04 - Программная инженерия.

Автор(ы): Городецкий Станислав Юрьевич, кандидат физико-математических наук, доцент  
Губина Елена Васильевна, кандидат физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Осипов Григорий Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.