

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики  
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
решением ученого совета ННГУ  
протокол от  
«30» ноября 2022 г. № 13

**Рабочая программа дисциплины**

**Теория меры**

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

**Бакалавриат**

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

**Прикладная математика и информатика (общий профиль)**

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

**очная**

(очная / очно-заочная / заочная)

**Нижегород**

**2023 г.**

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

Код дисциплины **Б1.В.ДВ.12.01.**

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина <b>Б1.В.ДВ.12.01 «Теория меры»</b> относится к части ООП направления подготовки <b>01.03.02 «Прикладная математика и информатика»</b> , формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>ПК-3.</b> <i>Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</i>	<b>ПК-3.1.</b> <i>Знает методы сбора, обработки и интерпретации данных современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.</i>	<b>Знать</b> базовые понятия курса: измеримое пространство, измеримое множество, функция множества, мера, положительная мера, вероятностная мера, сосредоточенная мера, абсолютно непрерывная мера. Измеримая функция интеграл Лебега Знать методы использования теории меры при решении математических и прикладных проблем	<i>Собеседование</i>
	<b>ПК-3.2.</b> <i>Умеет собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</i>	<b>Уметь</b> находить меру множества, вычислять интеграл Лебега. Уметь применять теорию меры при решении научных задач математического моделирования.	<i>Собеседование Задания</i>
	<b>ПК-3.3.</b> <i>Имеет практический опыт сбора и обработки данных современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</i>	<b>Владеть</b> приемами и навыками, предполагающими использования аппарата меры в решении прикладных задач	<i>Задания</i>

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
--	----------------------

<b>Общая трудоемкость</b>	<b>2 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>72</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>49</b>
- занятия лекционного типа	24
- занятия семинарского типа	24
- занятия лабораторного типа	0
- текущий контроль (КСР)	1
<b>самостоятельная работа</b>	<b>23</b>
<b>Промежуточная аттестация - зачет</b>	

### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 1. Введение. Открытые и замкнутые множества на прямой	6	3	3	0	6	0
Тема 2. Мера открытого множества на прямой	8	3	3	0	6	2
Тема 3. Внешняя и внутренняя меры. Мера множества на прямой	8	3	3	0	6	2
Тема 4. Измеримые функции	8	3	3	0	6	2
Тема 5. Интеграл Лебега	10	3	3	0	6	4
Тема 6. Функции с ограниченным изменением. Функции скачков, сингулярные и абсолютно непрерывные функции. Общий вид меры множества на прямой. Плотность меры	10	3	3	0	6	4
Тема 7. Общее определение меры. Конечная мера, положительная мера, сосредоточенная мера, абсолютно непрерывная мера. Борелевская мера. Регулярная мера. Мера Радона. Мера Дирака. Теоремы Радона-Никодима, Рисса, Сакса	10	3	3	0	6	4
Тема 8. Дифференциальные уравнения в семействах мер и их приложения в математическом моделировании	11	3	3	0	6	5
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация – зачет						
<b>Итого</b>	<b>72</b>	<b>24</b>	<b>24</b>	<b>0</b>	<b>49</b>	<b>23</b>

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на практических занятиях и групповых консультациях. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме зачета.

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Виды самостоятельной работы: подготовка к лекциям и практическим занятиям, изучение обязательной и дополнительной литературы, выполнение практических заданий. Контрольные

вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

## 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

## Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

#### 5.2.1 Контрольные вопросы для проверки компетенции ПК-3 (вопросы для собеседования)

1. Определение открытого и замкнутого множеств
2. Определение топологического пространства (в т.ч. хаусдорфова)
3. Определение динамической системы.
4. Определение нормированного пространства
5. Определение полного пространства
6. Определение банахового пространства
7. Функции вещественной переменной со значениями в банаховом пространстве (Абстрактные функции).
8. Определение меры
9. Определение вариации меры
10. Определение сужение меры
11. Понятие и определение множества меры нуль
12. Определение сходимости почти всюду последовательности функций
13. Определение интеграла Лебега.
14. Определение борелевской и лебеговской мер
15. Определение измеримых по Лебегу подмножеств
16. Определение абсолютно непрерывной меры, неатомические меры.
17. Динамические системы положительных мер
18. Уравнение с наследованием

#### 5.2.3. Типовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-3

1. Объясните, какова структура открытых и замкнутых множеств на прямой? Приведите примеры.
2. Объясните, как определяется мера открытого и замкнутого множества на прямой? Приведите примеры
3. Каковы основные свойства меры открытых множеств на прямой? Приведите примеры.
4. Чему равна мера канторова совершенного множества?
5. Что такое внешняя мера? Какое множество называется измеримым на единичном отрезке? Приведите примеры.
6. Как определяется мера множества на прямой? Приведите примеры.
7. Что такое мера Лебега-Стилтьеса? Приведите примеры.
8. Как связаны понятия меры и заряда? Приведите примеры.
9. Что такое функция ограниченной вариации? Приведите примеры.
10. Что такое производящая функция? Приведите примеры.
11. Что такое плотность меры? Приведите примеры.
12. Что такое абсолютно непрерывная функция? Приведите примеры.
13. Что такое функция скачков? Приведите примеры.
14. Что такое сингулярная мера? Приведите примеры.
15. Как разлагается произвольная мера на отрезке? Приведите примеры.
16. Что такое топология? Приведите примеры. Какими свойствами обладают открытые множества в топологическом пространстве?
19. Что такое топологическое пространство? Приведите примеры.
20. Что такое борелевские множества? Приведите примеры.
21. Как определяется мера в измеримом пространстве? Какая мера называется положительной, конечной? Приведите примеры.
22. Какая мера называется сосредоточенной на множестве? Приведите примеры.
23. Что такое вероятностная мера, мера Дирака?
24. Что такое регулярная мера? Приведите примеры.
25. Как ставится задача Коши в банаховом пространстве?
26. При каких условиях множество вероятностных мер будет инвариантно относительно дифференциального преобразования?
27. Как записывается решение дифференциального уравнения со специальной правой частью в семействе положительных мер Радона?
28. Каково предельное поведение решения дифференциального уравнения со специальной правой частью в семействе положительных мер?

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) основная литература:**

1. Кузенков О.А., Новоженин А.В. Уравнения динамики меры: Учебное пособие. – Нижний Новгород: Из-во Нижегородского университета, 2010. – 100 с. (15 экз.).
2. Кузенков О.А., Новоженин А.В. Оптимизация динамики меры: Учебное пособие. – Нижний Новгород: Из-во Нижегородского университета, 2013. – 142 с. (22 экз.).

### **б) дополнительная литература:**

1. Кузенков О.А., Киселева Т.П. Действительный анализ: ЭУК в системе электронного обучения ННГУ. <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=977>
2. Кузенков О.А., Рябова Е.А. Математическое моделирование процессов отбора. Учебн. пособие. Нижний Новгород: Издательство Нижегородского госуниверситета, 2007. (22 экз.)
3. Кузенков О.А., Рябова Е.А., Круподерова К.Р. Математическое моделирование процессов отбора. Электронное учебн.-метод. пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет,

2012. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ, рег. № 814.14.08  
[http://www.unn.ru/books/met\\_files/kuzryab.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/kuzryab.pdf)

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Кузенков О.А., Новожегин А.В. СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НА СЧЕТНОМЕРНОМ СИМПЛЕКСЕ// Вестник ННГУ. Сер. Математическое моделирование и оптимальное управление. 2009. №3. С. 145-151. <http://www.vestnik.unn.ru/ru/nomera?anum=2483>
2. Кузенков О. А., Новожегин А. В. СИСТЕМЫ ОТБОРА НА СЧЁТНОМЕРНОМ СИМПЛЕКСЕ// Вестник ННГУ. Сер. Математическое моделирование и оптимальное управление. 2011. №3. С. 92-98. <http://www.vestnik.unn.ru/ru/nomera?anum=4376>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: доска.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор: к.ф.-м.н., доцент кафедры ДУМиЧА Кузенков О.А.

Рецензент: д.т.н., профессор НГТУ им. Р.Е. Алексеева Ломакина Л.С.

Заведующий кафедрой ДУМиЧА: д.ф.-м.н. Калинин А.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.