

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики  
*(факультет / институт / филиал)*

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол от  
«30» ноября 2022 г. № 13

## **Рабочая программа дисциплины**

Методы оптимизации

*(наименование дисциплины (модуля))*

Уровень высшего образования

Бакалавриат

*(бакалавриат / магистратура / специалитет)*

Направление подготовки / специальность

**09.03.04 Программная инженерия**

*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы

**Разработка программно-информационных систем**

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения

очная

*(очная / очно-заочная / заочная)*

Нижний Новгород

2023 год

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.23 Методы оптимизации относится к обязательной части ООП направления подготовки <b>09.03.04. Программная инженерия.</b>

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	Уметь применять дополнительные принципы, факты, понятия, методы и алгоритмы из предметной области в профессиональной деятельности	Практические задания
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.	Знать основные факты из математического анализа, геометрии и алгебры и других дисциплин, на которые опирается изучение методов оптимизации основные принципы, факты, понятия, аналитические и численные методы, алгоритмы, изучаемые в дисциплине: 1. принцип Р.Беллмана, структуру рекуррентных уравнений Р.Беллмана; 2. понятие оптимальности для задач векторной оптимизации; 3. основные понятия и факты из выпуклого анализа, включая свойства выпуклых функций; 4. запись условий оптимальности для различных типов задач математического программирования: условия Лагранжа, Каруша–Куна–Таккера,	Собеседование на устном экзамене  Тестирование

		<p>достаточные условия второго порядка и их роль в построении численных методов;</p> <p>5. классические и эффективные вычислительные методы одномерной, многомерной локальной и глобальной оптимизации и условия их применимости;</p> <p>6. методы учета ограничений в локальной и многоэкстремальной оптимизации.</p>	
	<p>ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.</p>	<p>Уметь применять базовые знания естественных наук, математики и информатики решать математические задачи и проблемы из области методов оптимизации, аналогичные ранее изученным:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. выполнять математическую постановку задач оптимизации</li> <li>2. строить вычислительные схемы решения задач динамического программирования с помощью уравнений Беллмана;</li> <li>3. использовать методы сверток в задачах многокритериальной оптимизации;</li> <li>4. находить решения задач математического программирования, имеющих простое аналитическое описание, с использованием условий Каруша-Куна-Таккера;</li> <li>5. выбирать эффективные вычислительные методы решения нелинейных задач оптимизации различного типа и правильно интерпретировать результаты.</li> <li>6. применять универсальные математические пакеты для выполнения оптимизационных расчетов;</li> </ol> <p>доказывать ранее изученные в рамках дисциплины математические утверждения;</p> <p>проводить доказательства математических утверждений не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним;</p>	<p>Контрольные работы</p> <p>Практические задания</p>

	ОПК-1.3. Имеет навыки теоретического и эксперименталь ного исследования объектов профессиональн ой деятельности.	Владеть терминологией предметной области; приемами аналитического решения и интерпретации результатов для задач из различных разделов методов оптимизации; основными приемами проведения математических доказательств; математическим и алгоритмическим мышлением, математической культурой; принципами построения и выбора эффективных численных методов решения нелинейных задач оптимизации.	Собеседование
--	--	---	---------------

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>8 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>288</b>
<b>в том числе</b>	
<b>контактная работа:</b>	<b>83</b>
- занятия лекционного типа	<b>48</b>
- занятия семинарского типа	<b>32</b>
- занятия лабораторного типа	
- текущий контроль (КСР)	<b>3</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>169</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>	<b>36</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины*  Форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	В том числе						
		Контактная работа, часы из них					Самост. работа студента, часы	
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Всего			
	Раздел 1. Введение, общие постановки задач нелинейного математического программирования. Динамическое программирование	58	12	6			18	40
Раздел 2. Элементы выпуклого анализа.	52	8	4			12	40	

Раздел 3. Теория условий оптимальности.	69	12	6			18	51	
<b>текущий контроль (КСР)</b>	1					1		
<b>Промежуточная аттестация 4-й семестр: <u>зачет</u></b>								
<b>Итого</b>	180	32	16			49	131	
Раздел 4. Методы одномерной оптимизации	16	2	4			6	10	
Раздел 5. Численные методы безусловной локальной оптимизации.	20	6	4			10	10	
Раздел 6. Методы учета функциональных ограничений в локальной оптимизации.	16	4	4			8	8	
Раздел 7. Численные методы многоэкстремальной оптимизации	18	4	4			8	10	
<b>текущий контроль</b>	2					2		
<b>Промежуточная аттестация 5-й семестр: <u>экзамен</u></b>	36							
<b>Итого</b>	108	16	16			34	38	

Практические занятия организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Практическая подготовка предусматривает: математическое моделирование

На проведение практических занятий (семинарских занятий) в форме практической подготовки отводится 30 часов.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:  
практических навыков в соответствии с профилем ОП:

- Формирование требований к информатизации и автоматизации прикладных процессов, формализация предметной области проекта;
- компетенций – УК-1, ОПК-1.

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет, экзамен).

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

##### **Виды самостоятельной работы студентов:**

- проработка теоретического материала лекционных занятий;
- подготовка к выполнению работ лабораторного практикума;
- подготовка домашних заданий к научно-практическим занятиям;
- подготовка к выполнению письменных контрольных работ;
- подготовка к промежуточной аттестации в форме экзамена.

Проработка теоретического материала лекционных занятий выполняется самостоятельно с использованием лекционных материалов, методических материалов в виде курса лекций. Контроль выполняется в форме проведения ежемесячного письменного экспресс-опроса по понятиям, фактам, формулировкам, выполняемого в течение 15 минут на научно-практических занятиях. Опросы включают по пять коротких вопросов и оцениваются дробными баллами от 0 до 5 (сумма баллов, полученных за ответ на каждый вопрос), а также итоговым двоичным показателем «зачтено»-«не зачтено». «Зачтено» соответствует полученным баллам от 3 и выше.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс (Методы нелинейной оптимизации, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=1512>), созданный в

системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

**5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:**

**5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

Уровень сформированности компетенций (индикатора)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно

достижения компетенций)	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не

зачтено		ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1. Контрольные вопросы

вопросы	Код формируемой компетенции
0.1. Общая постановка однокритериальной задачи оптимизации. Понятия локально-оптимального и глобально-оптимального решений.	ОПК-1
0.2. Обобщение понятий оптимальности на многокритериальные задачи оптимизации. Решения оптимальные по Парето и Слейтеру (эффективные и полуэффективные решения). Методы линейной свертки и свертки Гермейера, их основные свойства (по материалам лабораторной работы).	ОПК-1
1.1. Задачи с фиксированным временем начала и окончания. Постановка. Понятие функции Беллмана (определение) при решении «от начала», а также «от конца». Метод рекуррентных уравнений Беллмана (вывод, включая лемму о расщеплении инфинума, и применение). Принцип Беллмана как необходимое условие (с доказательством для аддитивного критерия) и как достаточное условие (с доказательством) для в задачах с аддитивным критерием и критерием в виде максимума (использовать материалы лабораторной работы). Связь принципа Беллмана с уравнениями Беллмана. Обратные рекуррентные соотношения Беллмана (запись от начала процесса). Пример использования соотношений Беллмана (решение задачи об оптимальном распределении с функцией дохода в виде квадратного корня).	ОПК-1



<p>1.2. Задачи с нефиксированной длительностью процесса.</p> <p>Постановка. Обобщение уравнений Беллмана. Задачи поиска оптимальных путей на графах с неотрицательными весами ребер: метод Дейкстры с доказательством оптимальности построенных им путей (по материалам лабораторной работы), связь с принципом Беллмана. Задачи на графах с векторными весами ребер. Отыскание оптимальных по Парето и Слейтеру решений методом сверток, согласование вида свертки с видом критерия (использовать материалы лабораторной работы).</p>	ОПК-1
<p>2.1. Выпуклые множества, выпуклые функции (выпуклость и строгая выпуклость). Проекция точки на множество, две леммы о свойствах проекции. Отделимость точки и множества, строгая и сильная отделимость, две теоремы об отделимости. Свойства выпуклых функций (с доказательствами, кроме свойства непрерывности во внутренних точках), критерии выпуклости. Задача выпуклого математического программирования и ее свойства. Возможность отсечений подмножеств, не содержащих глобального минимума, по измерениям градиента в гладких выпуклых задачах.</p>	ОПК-1
<p>2.2. Градиент и производная по направлению, ее вычисление, свойства градиента. Условие оптимальности первого порядка при отсутствии ограничений: теорема Ферма. Задачи с ограничениями, функция Лагранжа. Запись условий экстремума первого порядка в задачах математического программирования. Определение понятия регулярности допустимого множества в точке и в целом. Теоремы об условиях оптимальности: теорема Лагранжа (для гладкой задачи с ограничениями–равенствами); теорема о достаточности условий Каруша-Куна-Таккера в недифференциальной форме; теорема об эквивалентной записи этих условий через седловую точку и через принцип минимума; теоремы о необходимых и достаточных условиях минимума в недифференциальной форме и в дифференциальной форме для класса выпуклых регулярных задач; теорема Каруша-Куна-Таккера в дифференциальной форме для невыпуклых задач (последняя теорема – без доказательства). Геометрическая интерпретация условий оптимальности, записанных в градиентной форме для теоремы Лагранжа и Каруша-Куна-Таккера. Геометрическая интерпретация ситуации <math>\lambda_i &lt; 0</math> при разложении антиградиента целевой функции в выпуклой задаче при неверной гипотезе о наборе активных неравенств.</p>	ОПК-1
<p>Достаточные условия регулярности для допустимых множеств разных типов: условия регулярности в точке, записанные в градиентной форме для задач с гладкими равенствами; аналогичные условия для задач с гладкими равенствами и неравенствами; условие регулярности Слейтера для допустимого множества и условия его применимости.</p>	ОПК-1
<p>Теорема о достаточных условиях второго порядка для строгого локального минимума в задачах с ограничениями (без доказательства).</p>	ОПК-1
<p>2.3. Понятие метода поисковой оптимизации. Испытание и порядок испытания. Априорная и поисковая информация. Пассивные и последовательные алгоритмы. Принцип наилучшего гарантированного результата. Оптимальные и <math>\varepsilon</math>-оптимальные алгоритмы. Одношаговая оптимальность. Класс унимодальных функций, правило сокращения интервала по двум и по <math>k</math> измерениям. Построение оптимальных и <math>\varepsilon</math>-оптимальных пассивных <math>N</math>-шаговых алгоритмов, <math>\varepsilon</math>-оптимального последовательного <math>N</math>-шагового алгоритма (метод Фибоначчи). Неоптимальные алгоритмы: методы золотого сечения и два варианта метода дихотомии. Связь метода Фибоначчи с методом золотого сечения.</p>	ОПК-1
<p>2.4. Метод поиска глобального минимума выпуклой дифференцируемой функции на выпуклом многограннике. Вид нижней оценки выпуклой функции по ее испытаниям первого порядка. Сведение к последовательности задач линейного программирования.</p>	ОПК-1

Задачи поиска локального экстремума в задачах без ограничений. Общая структура итерационных методов локального поиска. Понятие порядка метода. Линейная, сверхлинейная и квадратичная скорости сходимости (определения).	ОПК-1
Два критерия выбора шагового множителя. Алгоритмы Армихо и одномерной минимизации. «Аккуратный» одномерный поиск. Классические методы многомерного локального поиска и их свойства: градиентные методы, включая метод наискорейшего градиентного поиска, и метод Ньютона. Теоремы сходимости для этих методов, свойства. Методы прямого поиска на примере метода Хука-Дживса.	ОПК-1
Общие представления об эффективных методах локальной оптимизации: алгоритм метода Ньютона с регулировкой шага (например, по Армихо), модификация матрицы Гессе до положительной определенности на основе модифицированного преобразования Холецкого; квазиньютоновское условие, квазиньютоновский метод Давидона-Флетчера-Пауэлла; понятие сопряженных направлений, понятие метода сопряженных направлений и их поведение на квадратичных строго выпуклых функциях, алгоритм метода Флетчера–Ривса для квадратичных и неквадратичных функций (по материалам лабораторных работ).	ОПК-1
2.5. Общие методы решения задач с ограничениями. Метод внешних штрафных функций, степенная функция штрафа. Влияние показателя степени на гладкость функции штрафа. Теорема сходимости.	ОПК-1
2.6. Задачи многоэкстремальной оптимизации. Липшицевы функции и их свойства. Метод Пиявского, теорема о свойствах. Версия метода с использованием оценки константы Липшица. Одномерный вариант метода Пиявского — метод ломанных. Алгоритм информационно–статистического метода в сравнении с методом ломанных.	ОПК-1
Многомерные многоэкстремальные задачи. Метод деления на три, теорема о свойствах. Обобщение метода деления на три на задачи с ограничениями-неравенствами для случая непустого допустимого множества.	ОПК-1

### 5.2.2. Типовые тестовые задания (открытого типа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

- 01a. Какая функция называется функцией Беллмана  $S_k(x)$ , смысл ее аргумента?
- 01b. Дайте определение выпуклого множества. Выпукло ли пустое множество?
- 01c. Дайте определение производной функции по направлению и формулу ее вычисления через градиент.
- 01d. Чем определяется порядок вычислительного метода оптимизации? Приведите примеры методов первого и второго порядка.
- 01e. Каким образом можно свести задачу с ограничениями-неравенствами к задаче с ограничениями-равенствами?

### 5.2.3. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-1

#### 1. Задача из раздела «Динамическое программирование»

Методом динамического программирования решить следующую задачу. При указанных ниже ограничениях на переменные:  $x_k \geq 0, (k = 1, \dots, N), 1x_1 + 2x_2 + \dots + Nx_N \leq a$  максимизировать произведение  $\prod_{k=1}^N x_k$ . Найти решение при  $N = 4$

#### **5.2.4. Практическое задание оценки сформированности компетенции УК-1**

1. Исследование метода штрафов в программной лаборатории LocOpt.
2. Экспериментальное исследование методов многоэкстремальной оптимизации

### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. Учебное пособие – 2-е изд. перераб. и доп. – М.:Наука,1988. (220 экз.)
2. Городецкий С.Ю., Гришагин В.А. Нелинейное программирование и многоэкстремальная оптимизация. Учебное пособие. Н.Новгород: изд-во ННГУ, 2007. – 489 с. (81экз.)
3. Карманов В.Г. Математическое программирование. Учебное пособие. – М.: Физматлит, 1986 или 2008. (136 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация.– М.: Мир, 1985. (45 экз).
2. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. 2-е издание. — М.: Наука, 2011. – Электронная библиотечная система «Издательство Лань», 2016, URL: <https://e.lanbook.com>
3. Измаилов А.Ф., Солодов М.В. Численные методы оптимизации: Учеб. Пособие. 2-е переработанное издание – М.: Физматлит, 2008. – Электронная библиотечная система «Издательство Лань», 2010, 2016, URL: <https://e.lanbook.com>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)

1. Городецкий С.Ю. Лабораторный практикум по методам локальной оптимизации в программной системе LocOpt. Электронный ресурс:  
<http://www.unn.ru/e-library/aids.html?pscience=6&posdate=2007>.
2. Электронная библиотечная система «Издательство Лань», 2016, URL: <https://e.lanbook.com>
3. Для поддержки курса разработаны компьютерные программные лаборатории «OptWay» и «LocOpt», установленные в учебном компьютерном классе лаборатории «Динамика и оптимизация» кафедры ТУиДС (ауд. 220, корп.2). Кроме того, при проведении лабораторных работ используются математические пакеты общего назначения, преимущественно MatCad v 14 или MatLab. Используемое программное обеспечение является лицензионным.

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению 09.03.04 «Программная инженерия».

Автор (ы) \_\_\_\_\_ *Городецкий С.Ю.*

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ *Осипов Г.В.*

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики  
от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.