

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
от 30.11.2022 г. протокол № 13

Рабочая программа дисциплины

**Практикум по дополнительным главам
математического анализа**
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
бакалавриат
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
01.03.02 Прикладная математика и информатика
(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
Математическое моделирование и вычислительная математика
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения
Очная
(очная / очно-заочная / заочная)

Нижегород

2023 г.

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Практикум по дополнительным главам математического анализа» относится к обязательной части.

Код дисциплины **Б1.О.29** «Практикум по дополнительным главам математического анализа»

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.29 «Практикум по дополнительным главам математического анализа» относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<i>УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</i>	<i>УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации</i>	Знать: Различные методы и способы вычисления значений двойных, тройных, криволинейных и поверхностных интегралов. Формулы Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского.	<i>Задания к зачету, контрольные работы</i>
	<i>УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности</i>	Уметь: Решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным: 1. Вычислять с помощью повторных интегралов значения двойных и тройных интегралов 2. Применять двойные и тройные интегралы к решению геометрических задач 3. Вычислять криволинейные интегралы 1 и 2 рода 4. Вычислять поверхностные интегралы 1 и 2 рода 5. Записывать интегральные и дифференциальные соотношения на языке теории поля. Анализировать и осуществлять поиск современных технологий и методик для своего направления.	<i>Задания к зачету, контрольные работы</i>
	<i>УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт</i>	Владеть: Способностью уточнить, переспросить, задать вопрос на профессиональную тему.	<i>Задания к зачету, контрольные работы</i>

	научного поиска, создания научных текстов.		
--	--	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	2 ЗЕТ
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	33
- занятия лекционного типа	0
- занятия семинарского типа	32
- занятия лабораторного типа	0
- текущий контроль (КСР)	1
самостоятельная работа	39
Промежуточная аттестация – зачет	0

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
<p>Тема 1</p> <p>Кратные интегралы. Задачи, приводящие к понятию кратного интеграла. Определение и свойства двойного интеграла.</p> <p>Приведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных. Геометрический смысл якобиана преобразования. Полярная замена координат.</p> <p>Тройные и многократные интегралы. Приведение к повторным. Замена переменных. Цилиндрическая и сферическая системы координат в пространстве.</p> <p>Геометрические приложения двойных интегралов: объем бруса, площадь поверхности в случае явного и параметрического задания.</p>	18	0	8	8	10	

Приложения кратных интегралов к задачам механики: масса, статические моменты, центр масс, моменты инерции.						
<p>Тема 2</p> <p>Криволинейные интегралы. Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла. Криволинейный интеграл первого ряда, его вычисление.</p> <p>Криволинейный интеграл второго ряда. Соотношение криволинейных интегралов. Вычисление криволинейного интеграла второго ряда</p> <p>Ориентация контура. Плоская односвязная область. Интеграл по замкнутому контуру. Формула Грина. Вычисление площадей с помощью формулы Грина.</p> <p>Условия независимости интеграла от пути интегрирования. Восстановление функции двух переменных по ее полному дифференциалу.</p>	18	0	8		8	10
<p>Тема 3</p> <p>Поверхностные интегралы. Поверхностный интеграл первого рода. Вычисление с помощью двойного интеграла.</p> <p>Двусторонние поверхности. Поверхностный интеграл второго рода. Вычисление с помощью двойного интеграла. Связь поверхностных интегралов.</p> <p>Поверхностно односвязная область. Формула Стокса. Условия независимости криволинейного интеграла по пространственной кривой от пути интегрирования.</p> <p>Восстановление функции трех переменных по ее полному дифференциалу.</p> <p>Пространственно односвязная область. Формула Остроградского и ее геометрические приложения.</p>	18	0	8		8	10
<p>Тема 4</p> <p>Векторный анализ. Физические задачи, приводящие к понятиям скалярного и векторного полей.</p> <p>Оператор Гамильтона. Градиент. Поле градиентов. Дивергенция (расходимость)</p>	17	0	8		8	9

векторного поля. Ротор. Поле роторов. Циркуляция векторного поля. Поток векторного поля. Формулы Грина, Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме. Соленоидальные векторные поля. Условия соленоидальности поля, физический смысл дивергенции. Потенциальные векторные поля. Критерий потенциальности векторного поля.						
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Экзамен / зачет	0					
Итого	72	0	32		33	39

Практические занятия (семинарские занятия) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

На проведение практических занятий (семинарских занятий) в форме практической подготовки отводится 32 часа.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП: различных методов и способов вычисления значений двойных, тройных, криволинейных и поверхностных интегралов. Формулы Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского.

Текущий контроль успеваемости проходит в рамках семинарских занятия, групповых или индивидуальных консультаций

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Решение практических примеров по сборнику задач по дисциплине.

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины включает выполнение домашних заданий.

Самостоятельная работа заключается в решении практических задач. Самостоятельная работа может происходить как в читальном зале библиотеки, так и в домашних условиях.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс (Математический анализ, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=289>), созданный в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>

Учебно-методическое обеспечение

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: / М; СПб.: Физматлит: Невский диалект, 2002 – 728 с. (247 экз.)

2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учеб. пособие. М.: АСТ Астрель, 2010 .558 с. (252 экз.)

3. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу / М.И.Т. (в 3 т), 2003 – 472 с. (116 экз.)

4. Графики функций: учебно-метод. пособие. Сост. Т.П. Киселева, И.И. Олюнина. - Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2015. - 43с. <http://www.unn.ru/books/resources.html>

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Типовые задания на зачет для оценки сформированности компетенции УК-1

<p>Вариант 1.</p> <p>1. $\int_L (x^2 + y)dx + (y^2 + z)dy + (z^2 + x)dz$, где $L: x^2 + y^2 = 4, x + z = 2$, положительно ориентированная на верхней стороне плоскости.</p> <p>2. Найти площадь части сферы $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, заключенной внутри цилиндра $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2xy$.</p>	<p>Вариант 2.</p> <p>1. $\iint_S xdydz + ydzdx + zdx dy$, где S – правая сторона части поверхности $y^2 + x = 1, 0 \leq z \leq 2, x \geq 0$.</p> <p>2. $\iint_S \sqrt{x}dS$, где S – часть поверхности $x^2 + y^2 = 2x$, лежащая вне $x^2 + y^2 - z^2 = 1$.</p>
--	--

5.2.2 Типовая контрольная работа для оценки компетенции «УК-1»:

Вариант 2

- Вариант 1
1. Расставить пределы интегрирования в том и в другом порядке $\iint_D f(x, y) dx dy$. Область D ограничена линиями $y^2 + 2y - x = 0$; $y + x = 4$
 2. Вычислить $\iint_D (x+y) dx dy$, область D ограничена линией $x^2 + y^2 = x + y$.
 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $(x^3 + y^3)^2 = x^2 + y^2$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 4. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями $z = 0$; $z = 2x$; $x + y = 3$; $x = \sqrt{\frac{y}{2}}$
 5. Вычислить объём, ограниченный поверхностью $(x^2 + y^2 + z^2)^3 = 3xyz$
 6. Найти координаты центра тяжести однородной пластины, ограниченной кривой $(\frac{x}{a} + \frac{y}{b})^3 = \frac{xy}{c^2}$
 7. Расставить всеми возможными способами пределы интегрирования

$$\int_0^R dz \int_0^{\sqrt{R^2-z^2}} dy \int_0^{\sqrt{4R^2-z^2-y^2}} f(x, y, z) dx$$

1. Расставить пределы интегрирования в том и в другом порядке $\iint_D f(x, y) dx dy$. Область D ограничена линиями $x^2 - y^2 = 9$; $4x = 5y$; $y = 0$
2. Вычислить $\iint_D (x+y) dx dy$, область D ограничена линиями $y^2 = 2x$; $x + y = 4$; $x + y = 12$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $(x + y)^4 = 6xy^2$.
4. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями $x = 0$; $y = 0$; $z = 0$; $x + y = 2$; $y = \sqrt{1-z}$
5. Вычислить объём, ограниченный поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$; $x^2 + y^2 + z^2 = b^2$; $x^2 + y^2 = z^2$ ($z \geq 0$; $0 < a < b$)
6. Найти координаты центра тяжести однородной пластины, ограниченной кривой $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2xy$ ($x > 0$; $y > 0$)
7. Расставить всеми возможными способами пределы интегрирования

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{2-x-y} f(x, y, z) dz$$

Вариант 3

1. Расставить пределы интегрирования в том и в другом порядке $\iint_D f(x, y) dx dy$. Область D ограничена линиями $x^2 + y^2 < 25$; $3y < 4x$
2. Вычислить $\iint_D xy dx dy$, область D ограничена линиями $xy = 1$; $x + y = \frac{5}{2}$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $(\frac{x}{a} + \frac{y}{b})^5 = \frac{x^2 y^2}{c^4}$
4. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями $z = 0$; $z = 1 - x^2$; $y = 0$; $y = 3 - x$
5. Вычислить объём, ограниченный поверхностью $(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2})^2 = \frac{x}{h}$
6. Найти координаты центра тяжести однородной пластины, ограниченной кривой $r = a(1 + \cos \varphi)$; $\varphi = 0$
7. Расставить всеми возможными способами пределы интегрирования

$$\int_{-1}^0 dx \int_0^{1+x} dy \int_0^{y-x} f(x, y, z) dz$$

Вариант 4

1. Расставить пределы интегрирования в том и в другом порядке $\iint_D f(x, y) dx dy$. Область D ограничена линиями $y = 0$; $y = -1$; $x = 1 + y$; $x + 1 + y^2 = 0$
 2. Вычислить $\iint_D \sqrt{|y - x^2|} dx dy$
- где $D : -1 < x < 1$; $0 < y < 2$
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $\sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{\frac{y}{b}} = 1$; $\sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{\frac{y}{b}} = 2$; $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$; $4\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$
 4. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями $z = 0$; $z = 1 - y$; $y = x^2$
 5. Вычислить объём, ограниченный поверхностью $(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2})^2 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2}$
 6. Найти координаты центра тяжести однородной пластины, ограниченной кривой $x = a(t - \sin t)$; $y = a(1 - \cos t)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$); $y = 0$
 7. Расставить всеми возможными способами пределы интегрирования

$$\int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^{x^2+y^2} f(x, y, z) dz$$

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература:

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: / М; СПб.: Физматлит: Невский диалект, 2002 – 728 с.(247 экз.)
2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу:

Учеб.пособие. М.: АСТ Астрель, 2010 .558 с. (252 экз.)

3. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу / М.И.Т.(в 3 т), 2003 – 472 с. (116 экз.)

4. Графики функций: учебно-метод. пособие. Сост. Т.П.Киселева, И.И.Олюнина. - Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2015. - 43с. <http://www.unn.ru/books/resources.html>

5. Числовые ряды. Учебно-методическое пособие. Составители: Киселева Т.П., Трубачева А.Л. - Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2014. - 32с.

<http://www.unn.ru/books/resources.html>

6.Калашников А.Л., Фокина В.И. Задачи по методам вычислений. Численное интегрирование. Учебно – методическая разработка. Н.Новгород, ННГУ, 1997.

<http://www.unn.ru/books/resources.html>

б) Дополнительная литература

1. ИЛЬИН В. А., ПОЗНЯК Э. Г. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть I / М.: 2009. — 648 с. (105 экз.).

2. ИЛЬИН В. А., ПОЗНЯК Э. Г. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть II: / М.: 2009. — 464 с. (112 экз.)

3. Контрольные задачи на функциональные последовательности и ряды, интеграл и ряды Фурье. Практикум. Составители: Калашников А.Л., Федоткин А.М., Фокина В.Н. – Н. Новгород, Нижегородский госуниверситет, 2011. – 22с. – Фонд эле... ННГУ, рег. № 383.11.0. –URL: <http://www.unn.ru/books/resources.html>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

<http://www.unn.ru/books/resources.html>

<http://new.e-vmk.unn.ru/sites/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Авторы: Н.В. Кротов, Н.А. Сизова

Рецензент (ы) _____

Заведующий кафедрой ДУМиЧА А.В. Калинин

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 30.11.2022 года, протокол № 3.