

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Физический факультет

Утверждено

решением Ученого совета ННГУ
протокол от «31» мая 2023 г. № 6

Рабочая программа дисциплины
Дифференциальные уравнения

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки / специальность
09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленность образовательной программы
**Информационные системы и технологии в физических
исследованиях**

Форма обучения
очная

Год начала подготовки

2022 год

Нижний Новгород

2023 год

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» (Б1.В.03) относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана основной образовательной программы.

Дисциплина преподается в 3 семестре.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-15. Способен применять современный математический аппарат при проведении, моделировании и анализе результатов компьютерного или натурного эксперимента	ПК-15.1. Знать современный математический аппарат, используемый при разработке компьютерных моделей и анализе результатов.	Знать основы дифференциального исчисления, основные методы решения дифференциальных уравнений	
	ПК-15.2. Уметь применять современный математический аппарат при проведении, моделировании и анализе результатов компьютерного или натурного эксперимента	Уметь формулировать и решать в рамках профессиональной деятельности задачи, требующие знания основных методов теории дифференциальных уравнений	
	ПК-15.3. Владеть навыками применения современных аналитических и численных методов в решении профессиональных задач.	Владеть навыками решения дифференциальных уравнений в целях решения задач обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований	

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

Очная форма обучения	
Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	66
- занятия лекционного типа, ч	32
- практические занятия, ч	32
- лабораторных, ч	
самостоятельная работа, ч	42
Промежуточная аттестация	экзамен

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				
		Занятия лекционного типа	Практические занятия	Занятия лабораторного типа	Всего	
1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения. Частное решение. Общее решение. Общий интеграл. Поле направлений, изоклины. Типы дифференциальных уравнений первого порядка и методы их решения: уравнения с разделенными и разделяющимися переменными; однородные уравнения и сводящиеся к однородным; линейные уравнения; уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Признак полного дифференциала. Интегрирующий множитель. Особые точки и особые линии. Типы особых точек. Особые решения. Огибающая	30	8	10	-	18	12

однопараметрического семейства плоских кривых. Уравнение огибающей. Огибающая семейства интегральных кривых – особое решение уравнения. Изогональные и ортогональные траектории. Метод введения параметра для уравнений, разрешенных относительно неизвестной функции и разрешенных относительно аргумента. Уравнения Лагранжа и Клеро.						
2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Дифференциальное уравнение семейства кривых. Уравнения, допускающие понижение порядка.	10	3	3	-	6	4
3. Линейные дифференциальные уравнения. Однородные и неоднородные уравнения. Линейный оператор $L(y)$ и его свойства. Линейные однородные уравнения: теоремы о сумме решений и о комплексных решениях. Линейно-зависимые и линейно-независимые функции. Определитель Вронского и его свойства. Теорема об общем решении уравнения порядка n . Фундаментальная система решений.	8	3	2	-	5	3
4. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение и характеристический многочлен. Решение уравнения в случае действительных и комплексных корней. Решение уравнения в случае кратных корней.	8	3	2	-	5	3
5. Линейные неоднородные уравнения. Теорема об общем решении линейного неоднородного уравнения. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Уравнения с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью. Типы решений. Теорема о форме частного решения, в случае, когда правая часть является суммой слагаемых, каждое из которых имеет специальный вид.	12	3	4	-	7	5
6. Уравнения Эйлера. Однородные уравнения Эйлера, характеристическое уравнение и общее решение. Форма решений в случае комплексных корней и в случае кратных корней. Неоднородные уравнения Эйлера	7	2	2	-	4	3

со специальной правой частью. Типы решений.						
7. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности решения. Поведение фазовых траекторий в случае автономных и неавтономных систем. Метод сведения системы n уравнений первого порядка к одному уравнению порядка n . Системы линейных дифференциальных уравнений – основные теоремы. Структура общего решения. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Первые интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	10	3	3	-	6	4
8. Теория устойчивости. Определение устойчивости решения дифференциального уравнения по линейному приближению. Теорема Ляпунова. Теорема Четаева. Определение устойчивости решений с помощью матрицы Гурвица.	10	3	3	-	6	4
9. Квазилинейные дифференциальные уравнения в частных производных. Решение линейного однородного уравнения. Уравнения характеристик. Квазилинейные неоднородные уравнения. Неоднородные уравнения с двумя независимыми переменными.	11	4	3	-	7	4
Текущий контроль успеваемости. Мониторинг текущей успеваемости студентов при самостоятельном решении задач на практических занятиях и при обсуждении домашних заданий (в течение всего семестра). Контрольные работы.	2				2	
Промежуточная аттестация. Экзамен	36					
Итого	144	32	32		66	42

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме - экзамен.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов включает активное изучение лекционного материала вместе с соответствующими разделами учебных пособий, а также разбор решённых примеров и выполнение домашних заданий в том числе с использованием систем компьютерной графики и

компьютерных аналитических вычислений, позволяющих проводить визуализацию всех основных задач дисциплины и формировать у студентов компетенции работы с такими системами в интерактивном режиме.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы

№	Вопросы	Код формируемой компетенции
1	Теорема существования и единственности решения.	ПК-15
2	Поле направлений, изоклины.	ПК-15
3	Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными.	ПК-15
4	Однородные уравнения.	ПК-15
5	Уравнения, сводящиеся к однородным.	ПК-15
6	Линейные уравнения.	ПК-15
7	Уравнение Бернулли.	ПК-15
8	Признак полного дифференциала.	ПК-15
9	Интегрирующий множитель.	ПК-15
10	Особые точки и особые линии. Типы особых точек. Особые решения.	ПК-15
11	Уравнение огибающей.	ПК-15
12	Огибающая семейства интегральных кривых – особое решение уравнения.	ПК-15
13	Изогональные и ортогональные траектории.	ПК-15
14	Метод введения параметра для уравнений, разрешенных относительно неизвестной функции y .	ПК-15
15	Метод введения параметра для уравнений, разрешенных относительно x .	ПК-15
16	Уравнения Лагранжа и Клеро.	ПК-15
17	Дифференциальное уравнение семейства кривых.	ПК-15
18	Уравнения, допускающие понижение порядка.	ПК-15
19	Линейный дифференциальный оператор $L(y)$ и его свойства.	ПК-15
20	Линейные однородные уравнения: теорема о сумме решений.	ПК-15
21	Линейные однородные уравнения: теорема о комплексных решениях.	ПК-15
22	Определитель Вронского и его свойства.	ПК-15
23	Теорема об общем решении уравнения порядка n .	ПК-15
24	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод решения.	ПК-15
25	Характеристическое уравнение и характеристический многочлен.	ПК-15
26	Решение линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами в случае комплексных корней.	ПК-15
27	Решение линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами в случае кратных корней.	ПК-15
28	Теорема об общем решении линейного неоднородного уравнения.	ПК-15
29	Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных.	ПК-15
30	Уравнения с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью. Типы решений.	ПК-15
31	Теорема о форме частного решения, в случае, когда правая часть является суммой слагаемых, каждое из которых имеет специальный вид.	ПК-15
32	Однородные уравнения Эйлера, характеристическое уравнение и общее решение.	ПК-15
33	Форма решений уравнения Эйлера в случае комплексных корней и в случае кратных корней.	ПК-15
34	Неоднородные уравнения Эйлера со специальной правой частью. Типы решений.	ПК-15

35	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Поведение фазовых траекторий в случае автономных и неавтономных систем.	ПК-15
36	Метод сведения системы n уравнений первого порядка к одному уравнению порядка n .	ПК-15
37	Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами.	ПК-15
38	Первые интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	ПК-15
39	Сведение задачи об устойчивости произвольного решения системы уравнений к задаче об устойчивости нулевого решения. Исследование на устойчивость по линейному приближению.	ПК-15
40	Определение устойчивости решений ЛОДУ с постоянными коэффициентами с помощью матрицы Гурвица.	ПК-15
41	Теорема Ляпунова. Теорема Четаева.	ПК-15
42	Решение линейного однородного уравнения в частных производных. Уравнения характеристик.	ПК-15
43	Линейные неоднородные уравнения в частных производных.	ПК-15

5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-15

Тестовые задания не предусмотрены

5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-15

1. Дифференциальные уравнения первого порядка:

$$1.1. (4y^2 + x^2)y' = xy$$

$$1.2. xy' + y = y^2 \ln x$$

$$1.3. x(y'^2 - 1) = 2y'$$

$$1.4. (xy' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x$$

$$1.5. xy^2 y' = x^2 + y^3$$

$$1.6. x - y' \sqrt{1 + y'^2} = 0$$

$$1.7. xy' = y + x \left(1 + e^{\frac{y}{x}} \right)$$

$$1.8. y' \cdot (x - \ln y') = 1$$

$$1.9. \frac{y}{x} dx + (y^3 + \ln x) dy = 0$$

$$1.10. (y^2 - 3x^2) dy + 2xy dx = 0$$

$$1.11. y'^2 - xy' - y = 0$$

$$1.12. \frac{3x^2 + y^2}{y^2} dx - \frac{2x^3 + 5y}{y^3} dy = 0$$

2. Дифференциальное уравнение семейства кривых, огибающая семейства кривых, ортогональные и изогональные траектории:

2.1. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение ортогональных траекторий: $y = (x + C)^2$

- 2.2. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение ортогональных траекторий: $y^2 = 2px$
- 2.3. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: $y = \operatorname{tg}^2(x + C)$
- 2.4. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: $y = e^{-(x+C)^2}$
- 2.5. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: $(x - C^2)^2 + y^2 = C^2$
- 2.6. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: $y = (x + C)^2 e^{-x^2}$
- 2.7. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение ортогональных траекторий: $x^2 + C = 2Cy$
- 2.8. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: $y = C^2 x^2 + C$
- 2.9. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: $y = x \sin(Cx)$
- 2.10. Найти дифференциальное уравнение семейства и уравнение огибающей: $y = Cx^2 + C^2 + C$

3. Дифференциальные уравнения высших порядков:

- 3.1. $x^3(y'' - y) = x^2 - 2$
- 3.2. $x^4((y')^2 - 2yy'') = 4x^3yy' + 1$
- 3.3. $(1 - x^2)y'' + xy' = 2$
- 3.4. $y^4 - y^3y'' = 1$
- 3.5. $y'' - 2y' + y = xe^x(\sin ix)^2$
- 3.6. $x^2y'' - xy' + y = \frac{x}{\ln x} + \frac{\ln x}{x}$
- 3.7. Написать вид общего решения ЛНДУ с постоянными коэффициентами: $y'' - 6y' + 13y = 3xe^x \sin 2x + e^3(x^4 - 8)$
- 3.8. $\frac{y^2}{x^2} + (y')^2 = 3xy'' + \frac{2yy'}{x}$
- 3.9. $xy'' = y' + x(y'^2 + x^2)$
- 3.10. $y'''(y')^2 = (y'')^3$
- 3.11. $y'' + 2y' + y = \cos ix$
- 3.12. $x^2y'' - 3xy' + 5y = 3x^2$

4. Теория устойчивости:

- 4.1. проверить на устойчивость положение равновесия (1, 2) системы: $\begin{cases} \dot{x} = y - x^2 - x \\ \dot{y} = 3x - x^2 - y \end{cases}$
- 4.2. проверить на устойчивость нулевое решение системы: $\begin{cases} \dot{x} = \operatorname{tg}(y - x) \\ \dot{y} = 2e^y - 2\cos(\pi/3 - x) \end{cases}$

4.3. проверить на устойчивость нулевое решение уравнения:
 $y^{IV} + 2y''' + 6y'' + 5y' + 6y = 0$

5. Системы дифференциальных уравнений и уравнения в частных производных:

$$5.1. \begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y \\ \dot{y} = -x + y \end{cases}$$

$$5.2. \begin{cases} \dot{x} = 3x + y \\ \dot{y} = -x + y \end{cases}$$

$$5.3. xy \frac{\partial z}{\partial x} + (x - 2z) \frac{\partial z}{\partial y} = yz$$

$$5.4. y \frac{\partial z}{\partial x} + z \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{y}{x}$$

$$5.5. yz \frac{\partial z}{\partial x} - xz \frac{\partial z}{\partial y} = e^z$$

$$5.6. \text{Решить уравнение } (1+x) \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + y \ln y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \text{ при условии, что } z = y \text{ при } x = 0$$

$$5.7. (1+x^2) \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + y \ln y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = z + 1$$

$$5.8. y \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{1}{x^2} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = (z+1)^2 y$$

$$5.9. \frac{\partial z}{\partial x} + x \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2}{x+1}$$

$$5.10. \text{Решить уравнение } (1+x) \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + y(\ln y + 1) \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \text{ при условии, что } z = \ln y \text{ при } x = \ln y - 1.$$

5.2.4. Темы курсовых работ, эссе, рефератов

Курсовые работы, эссе, рефераты не предусмотрены

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

- 1) Эльсгольц Л. Э. - Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: учеб. для физ. и физ.-мат. фак. ун-тов. - М.: Эдиториал УРСС, 2002. - 320 с., 50 экз.
- 2) Пискунов Н. С. - Дифференциальное и интегральное исчисления: учебник для втузов : [в 2 т.]. Т. 2. - М.: Интеграл-Пресс, 2004. - 544 с., 35 экз.
- 3) Понтрягин Л. С. - Обыкновенные дифференциальные уравнения: [учеб. для гос. ун-тов]. - М.: Наука, 1970. - 331 с., 30 экз.
- 4) Филиппов А. Ф. - Сборник задач по дифференциальным уравнениям. - М.: ЛИБРОКОМ, 2009. - 240 с., 40 экз.

б) дополнительная литература:

- 1) Степанов В. В. - Курс дифференциальных уравнений: учебник. - М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1959. - 468 с., 3 экз.; М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1958. - 468 с., 8 экз.; М.: Гостехиздат, 1953. - 468 с., 1 экз.; Л.: Гостехиздат, 1945. - 406 с., 3 экз.; Л.: Гостехиздат., 1950. - 468 с., 1 экз.; М.: URSS : Изд-во ЛКИ, 2008. - 472 с., 1 экз.
- 2) Арнольд В. И. - Обыкновенные дифференциальные уравнения: учеб. пособие для студентов мех.-мат. специальностей вузов. - М.: Наука, 1971. - 304 с., 25 экз.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

- 1) Тихонов, А.Н. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]: учеб. / А.Н. Тихонов, А.Б. Васильева, А.Г. Свешников. — Электрон. дан. — Москва: Физматлит, 2002. — 256 с. <https://e.lanbook.com/book/48171>
- 2) Подборка литературы по тематике дисциплины в электронной физико-математической библиотеке открытого доступа EqWorld <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>
- 3) Пакеты компьютерных аналитических вычислений для персонального компьютера. Допускается применение сред Wolfram Mathematica, Matlab, MathCAD, Maple или любых иных компьютерных ресурсов аналогичного назначения

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: меловая доска, мультимедийный проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ с учетом рекомендаций и ОПОП ВПО по направлению подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии».

Автор (ы):

К.ф.-м.н., доцент, декан физического
факультета

_____ /Малышев А.И./

Рецензент

д.ф.-м.н., профессор, зав. каф.
статистической радиофизики и
мобильных систем связи РФФ

_____ Мальцев А.А.

Заведующий кафедрой ИТФИ
д.т.н., профессор

_____ Фидельман В.Р

Программа одобрена на заседании методической комиссии физического факультета