

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
президиумом Ученого совета ННГУ  
от 14.12.2021 г. протокол № 4

Рабочая программа дисциплины  
Интегральные уравнения

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования  
специалитет

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность  
01.05.01 Фундаментальная математика и механика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы  
Фундаментальная механика и приложения

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения  
очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижегород  
2022 год

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Интегральные уравнения» относится к части формируемой участниками образовательных.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.09.02 «Интегральные уравнения» относится к части ООП специальность 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-6. Владение навыками самостоятельного анализа поставленной задачи, выбора корректного метода ее решения, построения алгоритма и его реализации	ПК-6.1. Умеет самостоятельно анализировать задачу, выбирать методы решения, создавать алгоритм решения и реализовывать его.	Умеет самостоятельно анализировать задачу, выбирать методы решения, создавать алгоритм решения и реализовывать его. Знает основы интегральных уравнений.	Вопросы, задания, сообщения
	ПК-6.2. Владеет навыками решения практических задач, анализа результатов решения.	Владеет навыками решения практических задач, анализа результатов решения	Вопросы, задания

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	<b>очная форма обучения</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>3 з.е.</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>108</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
<b>- занятия лекционного типа</b>	<b>16</b>

- занятия семинарского типа	16
- текущий контроль (КСР)	2
самостоятельная работа	38
Промежуточная аттестация – экзамен	36

### 3.2. Содержание дисциплины

Очная форма обучения						
Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				СР <sup>1</sup> , часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				
		из них				
		ЗЛеТ <sup>2</sup>	ЗСеТ <sup>3</sup>	ЗЛаТ <sub>4</sub>	Всего	
Тема 1 Об истории возникновения интегральных уравнений Тема 2 Основные понятия в теории интегральных уравнений. Теоремы Фредгольма	8	2	2		4	4
Тема 3 Метод решения интегральных уравнений с вырожденным ядром Тема 4 Метод последовательных приближений	17	4	4		8	9
Тема 5 Метод решения интегральных уравнений с помощью резольвенты Тема 6 Основные сведения из теории вполне непрерывных операторов	16	4	4		8	8
Тема 7 Методы решения интегральных уравнений с симметричным ядром Тема 8 Методы решения интегральных уравнений с ядром, зависящим от разности аргументов	16	4	4		8	8
Тема 9 Сведение интегрального уравнения к дифференциальному Тема 10 Приближенные методы решения интегральных уравнений	13	2	2		4	9
<sup>1</sup> Самостоятельная работа обучающегося. <sup>2</sup> Занятия лекционного типа. <sup>3</sup> Занятия семинарского типа. <sup>4</sup> Занятия лабораторного типа.						

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа.  
Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (экзамен).

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (опрос на занятиях семинарского типа),

- подготовка к занятиям семинарского типа, выполнение заданий по списку, представленному преподавателем (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (экзамен).

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

## 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

*Фонд оценочных средств включает* контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме *доклада (сообщения), вопросов и заданий* и промежуточной аттестации в форме вопросов и заданий к экзамену.

### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Шкала оценивания сформированности компетенций		Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
		<u>Знания</u>	<u>Умения</u>	<u>Навыки</u>
<b>плохо</b>	не зачтено	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа
<b>неудовлетворительно</b>		Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
<b>удовлетворительно</b>	зачтено	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами
<b>хорошо</b>		Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
<b>очень хорошо</b>		Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
<b>отлично</b>		Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.

Шкала оценивания сформированности компетенций	Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
	Знания	Умения	Навыки
		все задания в полном объеме.	
<b>превосходно</b>	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
Не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1. Контрольные вопросы

Вопросы	Код формируемой компетенции
1. Понятие интегрального уравнения Фредгольма и Вольтера.	ПК-6
2. Теорема Банаха о сжимающем отображении.	ПК-6
3. Условия сжимаемости оператора Фредгольма в пространстве непрерывных функций; в пространстве интегрируемых функций.	ПК-6
4. Условия сжимаемости оператора Вольтера.	ПК-6

5. Интегральные уравнения с вырожденным ядром.	ПК-6
6. Определитель Фредгольма. Характеристические числа и собственные функции вырожденного ядра.	ПК-6
7. Теоремы Фредгольма в интегральной форме.	ПК-6
8. Вполне непрерывные операторы в бесконечномерном евклидовом пространстве. Связь с непрерывными операторами.	ПК-6
9. Ограниченные операторы. Норма оператора.	ПК-6
10. Условия компактности оператора Фредгольма.	ПК-6
11. Теоремы Фредгольма в операторной форме.	ПК-6
12. Разложение непрерывного линейного оператора в ряд Неймана.	ПК-6
13. Итерированные ядра.	ПК-6
14. Резольвента ядра.	ПК-6
15. Решение интегрального уравнения Фредгольма с помощью резольвенты.	ПК-6
16. Решение интегрального уравнения Вольтерра с помощью резольвенты.	ПК-6
17. Самосопряженный оператор. Пример для оператора Фредгольма.	ПК-6
18. Собственные значения и собственные функции вполне непрерывного симметричного оператора.	ПК-6
19. Теорема Гильберта-Шмидта.	ПК-6
20. Собственные значения и собственные функции однородного уравнения Фредгольма второго рода.	ПК-6
21. Интегральные уравнения с симметричным ядром. Вывод формулы для его решения.	ПК-6
22. Преобразование Фурье.	ПК-6
23. Теорема о свёртке.	ПК-6
24. Решение интегрального уравнения Фредгольма типа свёртки с помощью преобразования Фурье.	ПК-6

### Варианты контрольных работ:

#### Вариант 1

1. Найти характеристические числа и собственные функции для однородного интегрального уравнения с вырожденным ядром:

$$\varphi(x) - \lambda \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x \varphi(t) dt = 0.$$

2. Решить неоднородное интегральное уравнение с симметричным ядром:

$$\varphi(x) - \frac{\pi^2}{4} \int_0^1 K(x, t) \varphi(t) dt = \frac{x}{2}, \text{ где}$$

$$K(x, t) = \begin{cases} \frac{x(2-t)}{2}, & 0 \leq x \leq t \\ \frac{t(2-x)}{2}, & t \leq x \leq 1 \end{cases}.$$

### Вариант 2

1. Найти характеристические числа и собственные функции для однородного интегрального уравнения с вырожденным ядром:

$$\varphi(x) - \lambda \int_0^{2\pi} \sin x \cdot \cos t \cdot \varphi(t) dt = 0.$$

2. Решить неоднородное интегральное уравнение с симметричным ядром:

$$\varphi(x) - \lambda \int_0^1 K(x, t) \varphi(t) dt = x - 1, \text{ где}$$

$$K(x, t) = \begin{cases} x - t, & 0 \leq x \leq t \\ t - x, & t \leq x \leq 1 \end{cases}.$$

### Варианты экзамена:

#### Вариант 1:

1. Теоремы Фредгольма в интегральной форме.
2. Решение интегрального уравнения Фредгольма с помощью резольвенты.

#### Вариант 2:

1. Интегральные уравнения с симметричным ядром. Вывод формулы для его решения.
2. Условия компактности оператора Фредгольма.

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

№	а) основная литература:	К-во <sup>1</sup>
1.	Васильева А.Б., Тихонов Н.А. <i>Интегральные уравнения</i> . – М.: Физматлит, 2004. Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a>	Э
2.	Васильева А.Б., Медведев Г.Н., Тихонов Н.А., Уразгильдина Т.А. <i>Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах</i> . – М.: Физматлит, 2003. Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a>	Э
3.	Колмогоров А.Н., Фомин С.В. <i>Элементы теории функций и функционального анализа</i> . – М.: Физматлит, 2009. Режим доступа: <a href="http://www.studentlibrary.ru/">http://www.studentlibrary.ru/</a>	Э

№	б) дополнительная литература:	К-во <sup>1</sup>
1.	Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. <i>Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и</i>	Э

<sup>1</sup>Указывается количество экземпляров в библиотеке ННГУ. Если издание доступно в электронном виде (указана ссылка), указывается буква «Э».

№	б) дополнительная литература:	К-во <sup>1</sup>
	<i>интегральные уравнения.</i> – С.-Пб.: Лань, 2010. Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a>	
2.	Манжиров А.В., Полянин А.Д. <i>Справочник по интегральным уравнениям. Методы решения.</i> – М.: Физматлит, 2003. Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a>	Э

№	в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)	«Л» или «С» <sup>2</sup>
1.	<a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a>	С
2.	<a href="http://www.studentlibrary.ru/">http://www.studentlibrary.ru/</a>	С
3.	<a href="http://www.znaniyum.com/">http://www.znaniyum.com/</a>	С

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий лекционного и семинарского типа, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.05.01  
Фундаментальные математика и механика.

Автор(ы)	_____	к.ф.-м.н., доцент Галкина С.Ю.
Рецензент(ы)	_____	
Заведующий кафедрой прикладной математики	_____	д.ф.-м.н., профессор Иванченко М.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 01.12.2021 года, протокол № 2.

<sup>2</sup>Указывается буква «Л», если программное обеспечение – лицензионное, или «С» – в свободном доступе.