

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол № 15 от 24.12.2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Численные методы в механике

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
01.03.02 - Прикладная математика и информатика

---

Направленность образовательной программы  
Математическое моделирование и вычислительная математика

---

Форма обучения  
очная

---

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.04 Численные методы в механике относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-4: Способен применять методы математического и компьютерного исследования при анализе задач на основе знаний фундаментальных математических и компьютерных наук	<p>ПК-4.1: Знает фундаментальные и теоретические основы, необходимые для исследования научных проблем</p> <p>ПК-4.2: Умеет самостоятельно применять полученные знания для анализа объекта исследования, определять цели и задачи исследования, а также выбирать корректный метод исследования научной проблемы</p> <p>ПК-4.3: Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности, а именно решения научных задач в соответствии с поставленной целью и выбранной методикой</p>	<p>ПК-4.1: Знать как исследовать механические задачи, применять программное обеспечение, проводить расчётные работы и исследования, обработку результатов.</p> <p>ПК-4.2: Уметь исследовать, применять программное обеспечение, проводить расчётные работы и исследования, обработку результатов, а также выбирать корректный метод исследования научной проблемы</p> <p>ПК-4.3: Владеть опытом исследования механических задач, применения программного обеспечения, проводить расчётные работы и исследования, обработку результатов, решения научных задач в соответствии с поставленной целью и выбранной методикой</p>	Задачи Контрольная работа	Зачёт: Контрольные вопросы Задания

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>2</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>72</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>32</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>0</b>
- КСР	<b>1</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>39</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>0</b> <b>Зачёт</b>

### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	
Аппроксимация функции. Аппроксимация функций в метрических пространствах	14	6		6	8
Разностные методы решения задач для дифференциальных уравнений в частных производных	18	8		8	10
Явные и неявные разностные схемы (РС) для уравнений первого порядка. РС с весами для уравнения теплопроводности, решение РС для уравнения теплопроводности. РС для уравнений гиперболического типа. РС задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка	24	10		10	14
Интегральные уравнения. Численные методы решения уравнений Фредгольма и уравнений Вольтера. Быстрое преобразование Фурье.	15	8		8	7
Аттестация	0				
КСР	1			1	
<b>Итого</b>	<b>72</b>	<b>32</b>	<b>0</b>	<b>33</b>	<b>39</b>

#### Содержание разделов и тем дисциплины

1. Аппроксимация функции. Аппроксимация функций в метрических пространствах. Наилучшие приближения в линейных нормированных пространствах, существование элемента наилучшего приближения. Наилучшие приближения непрерывных функций. Метод наименьших квадратов. Полиномы Бернштейна. Приближение функций в гильбертовых пространствах. Приближение

алгебраическими многочленами, тригонометрическими многочленами, рациональными многочленами.

2. Разностные методы решения граничных задач для дифференциальных уравнений в частных производных. Аппроксимация дифференциального оператора сеточными операторами. Построение разностных схем (РС) методом неопределенных коэффициентов. Явные и неявные РС для уравнений первого порядка.

3. Явные и неявные РС для уравнений первого порядка. РС с весами для уравнения теплопроводности, решение РС для уравнения теплопроводности. РС для уравнений гиперболического типа. РС задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка. Принцип максимума и следствия из него. Теоремы о монотонности, мажоранте, оценке решения сеточного уравнения через его правую часть.

4. Интегральные уравнения. Численные методы решения уравнений Фредгольма и уравнений Вольтера. Быстрое преобразование Фурье.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (1 раз в семестр, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к занятиям семинарского типа, решение задач по списку, представленному преподавателем (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (зачет).

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

**5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

**5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-4:**

2. Для заданных узлов и функции построить таблицу интерполяции и интерполяционный полином Лагранжа. Вычислить и оценить погрешность в точке, сравнить полученные значения. Объяснить результат

$$б) F(x) = x^4$$

$x$	$F(x)$
0	0
1	1
2	16

3. Для заданных узлов и функции построить таблицу разделенных разностей и интерполяционный полином Эрмита. Вычислить и оценить погрешность в точке, сравнить полученные значения. Объяснить результат

$$б) F(x) = x^4$$

$x$	$F(x)$	$F'(x)$
0	0	0
2	16	

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

### 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

1. Теория разностных уравнений 1-го порядка.
2. Теория разностных уравнений 2-го порядка.
3. Метод решения краевой разностной задачи. Метод прогонки.
4. Понятие аппроксимации разностной задачей ОДУ, устойчивости решения разностной задачи, сходимости решения разностной задачи к решению ОДУ. (как в частном, так и в общем случае.)
5. Методы Рунге-Кутты решения задачи Коши для ОДУ. (общая теория построение методов, примеры, реализация алгоритма с автоматическим выбором шага.)
6. Методы Рунге-Кутты решения задачи Коши для ОДУ. (сходимость и устойчивость методов Рунге-Кутты.)
7. Многошаговые разностные методы решения задачи Коши для ОДУ. (Классификация, построение, примеры.)
8. Многошаговые разностные методы решения задачи Коши для ОДУ. (Устойчивость и сходимость.)
9. Теория устойчивости разностных схем задачи Коши.
10. Аппроксимация краевой задачи для ОДУ. (Интегро-интерпол. метод построения разностных схем.)

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых	При решении стандартных	Имеется минимальн	Продемонстрированы	Продемонстрированы	Продемонстрированы	Продемонстрированы

навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	задач не продемонстрир ованы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	ый набор навыков для решения стандартны х задач с некоторым и недочетами	базовые навыки при решении стандартны х задач с некоторым и недочетами	базовые навыки при решении стандартны х задач без ошибок и недочетов	навыки при решении нестандарт ных задач без ошибок и недочетов	творческий подход к решению нестандартны х задач
--	---	--	---	--	---	--

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-4

1. Разностные схемы для уравнений переноса первого порядка. (Построение схем на различных шаблонах, аппроксимация, устойчивость.)
2. Разностные схемы для уравнения теплопроводности. (Построение схем на различных шаблонах, аппроксимация, схемы предиктор-корректор, схемы с весами, устойчивость.)
3. Разностные схемы для уравнения теплопроводности. (Канонический вид, принцип максимума, схемы с расщеплением.)
4. Разностные схемы для волнового уравнения. (Построение схем на различных шаблонах, аппроксимация, трехслойные схемы, схемы с весами, устойчивость.)
5. Метод разделения переменных для разностных схем. (Аналог задачи Штурма-Лиувилля.)

6. Разностная схема задачи Дирихле для уравнения Пуассона. (Аппроксимация, устойчивость, методы решения, канонический вид)
7. Принцип максимума для разностной схемы в каноническом виде.
8. Численные методы решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра.
9. Дискретное преобразование Фурье

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
не зачтено	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ПК-4

Для функции  $y = \sin x$

$$\begin{matrix} x_0 & \pi/6 & \pi/2 \\ y_0 & 1/2 & 1 \end{matrix}$$

построить интерполяционный полином Лагранжа и оценить погрешность на отрезке  $[0, \pi/2]$ .

1. Вычислить произведение и определить погрешность вычислений, считая все цифры в записи сомножителей верными значащими в узком смысле. Округлить сомнительные цифры результата, оставив только верные знаки.

$$A = 8.9, B = 1.1, C = A \cdot B.$$

а) Дана таблица узлов интерполяции для функции  $F(x) = x^3$

$x$	$F(x)$
0	0
1	1
2	8

$$a = 0, b = 2, n = 2$$

Построить интерполяционный полином Лагранжа. Вычислить и оценить погрешность в точке, сравнить полученные значения

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Самарский Александр Андреевич. Численные методы : [учеб. пособие для вузов по специальности "Прикладная математика"]. - М. : Наука, 1989. - 429, [1] с. : ил. - ISBN 5-02-013996-3 (в пер.) : 1.20., 44 экз.
2. Тихонов Андрей Николаевич. Уравнения математической физики : учеб. для вузов физико-мат. специальностей / Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 7-е изд. - М. : Изд-во Моск. ун-та : Наука, 2004. - 798 с. - (Классический университетский учебник). - ISBN 5-211-04843-1. - ISBN 5-02-033599-1 : 410.40., 4 экз.
3. Бахвалов Николай Сергеевич. Численные методы : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов. - 7-е изд. - М. : Бином. Лаборатория знаний, 2011. - 636 с. : ил. - (Классический университетский учебник : осн. в 2002 г. / МГУ им. М. В. Ломоносова ; ред. совет : В. А. Садовничий (пред.) [и др.]). - ISBN 978-5-9963-0449-3 : 255.00., 2 экз.
4. Кошляков Николай Сергеевич. Уравнения в частных производных математической физики : [учеб. пособие для мех.-мат. и физ. фак. ун-тов]. - [2-е изд.]. - М. : Высшая школа, 1970. - 710 с. : с черт. - 1-е изд. вышло под загл.: Дифференциальные уравнения математической физики. - 1.07., 132 экз.

Дополнительная литература:

1. Бахвалов Н. С. Численные методы : учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Бином. Лаборатория знаний, 2003. - 632 с. : ил. - (Технический университет). - ISBN 5-94774-060-5 : 165.00., 45 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Не предусмотрено

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран)

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Ляхов Александр Федорович, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Игумнов Леонид Александрович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 17.12.2025, протокол № протокол №6.